

УДК 531/534: [57+61]

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСИЛИЙ МЫШЦ И РЕАКЦИЙ В СУСТАВАХ ПРИ ДВИЖЕНИИ НИЖНЕЙ КОНЕЧНОСТИ В ТРЕНАЖЕРЕ С ОТЯГОЩЕНИЯМИ**

**Ю.В. Акулич, Р.М. Подгаец, М.Н. Торопицин, А.И. Холкина**

Кафедра теоретической механики Пермского государственного технического университета, Россия, 614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29а, e-mail: auv@theormech.pstu.ac.ru

**Аннотация.** Рассматривается состояние равновесия нижней конечности в положении пациента лежа на спине. Конечность нагружена весом сегментов и дополнительными отягощениями и расположена горизонтально. Методом перемещений, применяемым в строительной механике для исследования статически неопределимых систем с односторонними связями и распространенным на проблемы биомеханики Г.Н. Колесниковым, определяются усилия в четырнадцати мышцах, участвующих в актах сгибания и разгибания бедра и голени, а также реакции суставных хрящей и коленной чашечки. Установлены величины мышечных сокращений и деформаций сжатия хрящей. Приводится оценка точности найденных мышечных усилий.

**Ключевые слова:** нижняя конечность, метод перемещений, усилия мышц, реакции суставных хрящей, мышечные сокращения, деформации хрящей.

### **Введение**

Для исследования адаптационных процессов восстановления костных тканей нижней конечности, активно протекающих после операции или травмы, необходимо знать текущее напряженно-деформированное состояние восстанавливаемой кости и, следовательно, нагрузки на кость. Настоящее исследование направлено на определение усилий мышц и реакций в суставах бедра и голени, расположенных горизонтально в положении пациента лежа на спине в тренажерном устройстве с отягощениями. Выбор горизонтального положения конечности обусловлен тем, что при сгибании конечности из её горизонтального положения суммарные мышечные нагрузки на бедро достигают наибольших значений [1], активизирующих адаптационную деятельность клеток по перестройке костной ткани [2]. Анализ решения прямой задачи динамики нижней конечности в данном тренажерном устройстве показывает [1], что динамические составляющие нагрузок малы в течение всего периода восстановительного движения. Это позволяет в первом приближении определять усилия мышц, решая соответствующую задачу статики. Статическая неопределимость задачи преодолевается с помощью известного в строительной механике метода перемещений, распространенного на проблемы биомеханики Г.Н. Колесниковым [3].

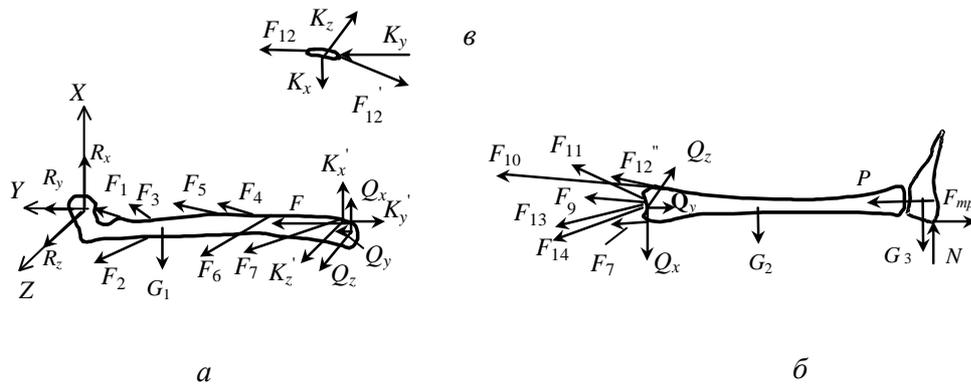


Рис. 1. Расчетная схема нижней конечности: *a* - бедро, *б* - голень, *в* - коленная чашечка,  $F_{k, k=\overline{1,14}}$  – усилия мышц,  $G_{1,2,3}$  – силы тяжести сегментов конечности,  $R, Q, K$  – реакции суставов и коленной чашечки, соответственно,  $F, P$  – силы натяжения нитей отягощениями,  $F_{mp}$  – сила трения,  $N$  – реакция опоры

Нижняя конечность представляется системой трех твердых тел – бедро, голень со стопой и коленная чашечка. Мышцы конечности моделируются упругими прямолинейными нитями, суставы – сферическими шарнирами, суставные хрящи – упругими сферическими оболочками. Жесткости мышц и хрящей считаются известными. Рассматриваются все мышцы, участвующие в актах сгибания и разгибания в коленном и тазобедренном суставах, всего 14 мышц. Точность найденных мышечных усилий оценивается путем сравнения значений их суммарных моментов и реакций в коленном и тазобедренном суставах со значениями этих величин, полученных решением прямой задачи динамики [1].

### Расчетная схема

Расчетная схема нижней конечности (рис. 1) состоит из трех абсолютно твердых тел: бедра, голени вместе со стопой и коленной чашечки. В рассматриваемой системе сил учитываются усилия следующих мышц:  $F_1$  – *m. iliopsoas* (подвздошно-поясничная мышца),  $F_2$  – *m. gluteus maximus* (большая ягодичная мышца),  $F_3$  – *m. pectineus* (гребенчатая мышца),  $F_4$  – *m. adductor longus* (длинная приводящая мышца),  $F_5$  – *m. adductor brevis* (короткая приводящая мышца),  $F_6$  – *m. adductor magnus* (большая приводящая мышца бедра),  $F_7$  – *m. adductor minimus* (малая приводящая мышца бедра),  $F_8$  – *m. semimembranosus* (полуперепончатая мышца),  $F_9$  – *m. gracilis* (тонкая мышца),  $F_{10}$  – *m. tensor fascia lata* (напрягатель широкой фасции),  $F_{11}$  – *m. sartorius* (портняжная мышца),  $F_{12}$  – *m. rectus femoris* (прямая мышца бедра),  $F_{13}$  – *m. biceps femoris* (двухглавая мышца бедра),  $F_{14}$  – *m. semitendinosus* (полусухожильная мышца). Усилие в связке *lig. patellae* обусловлено действием прямой мышцы бедра и обозначено на схеме (рис. 1) векторами  $F'_{12}$  и  $F''_{12}$ .

Мышцы с усилиями  $F_{1-7}$  начинаются на костях таза и крепятся к бедренной кости. Точки исхода мышц с усилиями  $F_{8-14}$  также расположены на тазовых костях, однако, их точки прикрепления располагаются на большеберцовой и малоберцовой костях. Направления мышц в пространстве определяются по координатам их точек исхода

Таблица 1

## Величины средних площадей поперечных сечений мышц и их длины [6]

№	Названия мышц	A, см <sup>2</sup>	L, мм
1	подвздошно-поясничная	11,75	157,0
2	большая ягодичная	36,28	213
3	гребенчатая	5,65	122,3
4	длинная приводящая	10,97	263,0
5	короткая приводящая	8,50	157,0
6	большая приводящая	8,7	273,0
7	малая приводящая	9,55	324,0
8	полуперепончатая	8,56	381,0
9	тонкая	4,21	419,0
10	напрягатель широкой фасции	7,28	488,0
11	портняжная	3,06	592
12	прямая мышца бедра	10,06	525
13	двуглавая мышца бедра	11,08	387
14	полусухожильная	7,35	457

(*origin points*) и точек прикрепления (*insertion points*) в лабораторной системе осей координат XYZ. Данные координаты вычисляются по локальным координатам этих точек (оси локальных систем координат связаны с костями, на которых расположены точки прикрепления мышц), приведенным в работе [4]. Жесткость мышц вычисляется по формуле

$$S = \frac{EA}{L}, \quad (1)$$

где  $E$  – модуль упругости;  $A$  – средняя площадь поперечного сечения мышцы;  $L$  – длина мышцы. Модуль упругости для всех мышц принимается одинаковым и равным 3000 Па [5]. Величины длин мышц и средних площадей их поперечных сечений взяты из работы [6] и приведены в табл. 1.

Средние модули упругости хрящей поверхностных слоев головки бедренной кости и большеберцовой кости составляют 0,931 МПа и 0,113 МПа [7], соответственно. Значения внешних сил, действующих на конечность, принимаются аналогичными принятым в статье [1]:  $G_1=73,7$  Н,  $G_2=28$  Н,  $G_3=17,4$  Н,  $P=70$  Н,  $F=30$  Н,  $N=40$  Н,  $F_{mp}=8$  Н.

Таблица 2

**Значения усилий активных мышц и давлений в суставах в горизонтальном положении конечности**

Усилия мышц, давления и моменты в суставах	Величины сил (Н) и моментов (Нм)	
	Статический анализ	Динамический анализ [1]
Подвздошно-поясничная мышца	265	230
Прямая мышца бедра	41	0
Двуглавая мышца бедра	0	110
Тонкая мышца	7	-
Полуперепончатая мышца	12	-
Портняжная мышца	30	-
Напрягатель широкой фасции	12	-
Давление таза на головку бедра	395	295
Давление большеберцовой кости на бедренную кость	149	245
Давление надколенника бедренную кость	39	-
Суммарный момент усилий мышц в тазобедренном суставе	6,8	7,5
Суммарный момент усилий мышц в коленном суставе	5,26	5,25

**Решение и анализ результатов расчета**

Для решения задачи используются 11 уравнений равновесия (по 4 для бедра и голени и 3 для коленной чашечки) и 23 определяющих соотношения упругости для мышц и хрящей (14 для мышц и 9 для хрящей). Предполагается, что нагружение мышц начинается из состояния полного их расслабления, поэтому начальные деформации мышц  $D_0$  [3], естественно, принимаются равными нулю. При анализе решения следует считать, что мышцы удовлетворяют условию односторонних связей

$$F_{k, k=1,14} > 0. \quad (2)$$

В результате расчета установлено, что условию (2) удовлетворяют 7 из 14 учитываемых мышц. В табл. 2 представлены значения усилий активных мышц, давлений в суставах и давления коленной чашечки на бедро в горизонтальном положении конечности. Для оценки полученного решения в третьем столбце таблицы приводятся значения этих же величин, полученные решением прямой задачи динамики [1].

Из анализа полученных результатов следует, что квазистатический расчет избыточной системы с односторонними связями позволяет объективно установить все активные мышцы конечности, участвующие в данном акте движения. В то же время

при решении первой задачи динамики активные мышцы выбираются субъективно. Данные табл. 2 показывают, что состояние равновесия конечности достигается действием семи мышц как сгибателей, так и разгибателей, в то время как ранее [1] предполагались активными только силы, сгибающие конечность (подвздошно-поясничная мышца и двуглавая мышца бедра). Однако усилия подвздошно-поясничной мышцы в первом и во втором случаях близки по значению, что говорит об оправданном предположении об активности только этой мышцы при сгибании конечности в рассматриваемых условиях.

Значения же усилий других мышц значительно отличаются. Прямая мышца бедра (*m. rectus femoris*), прикрепленная к тазовой кости и коленной чашечке, действует на бедро через надколенник силой  $K=32$  Н и стремится разогнуть голень усилием  $F_{12}=41$  Н в связке *lig. patellae*. Вопреки предположениям, ранее сделанным в работе [1], двуглавая мышца бедра (*m. biceps femoris*) в данном положении конечности вообще не является активной. Голень сгибается усилиями четырех мышц: *m. gracilis* (приводящая тонкая мышца), *m. semimembranosus* (полуперепончатая мышца), *m. sartorius* (портняжная мышца) и *m. tensor fascia lata* (напрягатель широкой фасции). Усилия этих мышц и прямой мышцы бедра значительно увеличивают (на 33 %) давление таза на головку бедра. Давление между бедром и большеберцовой костью, наоборот, существенно уменьшается (на 39 %), что связано с пассивностью двуглавой мышцы бедра. Однако общее давление на дистальный отдел бедра несколько возрастает благодаря давлению коленной чашечки.

Количественная оценка обоснованности рассчитанных в данной работе усилий мышц может быть сделана путем сравнения значений их суммарных моментов со значениями, полученными из уравнений Лагранжа 2-го рода в работе [1]. Величина суммарного момента усилий мышц в тазобедренном суставе при учете их активного укорочения несколько меньше (на 9,3 %) величины, полученной в работе [1]. Это уменьшение объясняется действием силы давления коленной чашечки, момент которой противоположен моменту усилия подвздошно-поясничной мышцы. Суммарные моменты от усилий мышц в коленном суставе в обоих случаях практически одинаковы. Следовательно, можно утверждать, что полученное выше квазистатическое решение удовлетворяет с точностью до величины динамической составляющей уравнениям Лагранжа 2-го рода.

При анализе перемещений учитывается предельный характер рассматриваемого равновесия конечности, в котором мышцы нагружены изометрически и их дальнейшее активное сокращение вызовет движение конечности и, следовательно, уменьшение их длин. Поскольку полная длина мышцы не изменяется, активное её сокращение по величине равно пассивному удлинению. Следовательно, уравнение совместности перемещений в форме (2) [3] необходимо изменить, опустив  $D_0$ . В результате получим

$$C^T U = D, \quad (3)$$

где  $C^T$  – транспонированная матрица коэффициентов при силах в уравнениях равновесия системы,  $U$  – вектор перемещений. Кроме того, из постоянства длин активных мышц следует, что точки их прикрепления к костям перемещаются перпендикулярно линиям действия их усилий.

## Заключение

Определены активные мышцы и величины их усилий в горизонтальном квазистатическом положении равновесия нижней конечности, совершающей реабилитационные движения при положении пациента лежа на спине в тренажерном устройстве с отягощениями. Полученные усилия мышц удовлетворяют с точностью до величин динамических составляющих уравнениям Лагранжа 2-го рода и, следовательно, являются обоснованными. Из анализа полученных результатов следует, что квазистатический расчет избыточной системы с односторонними связями, позволяет объективно установить все активные мышцы конечности, участвующие в данном акте движения. Тогда как при решении первой задачи динамики активные мышцы выбираются субъективно на основании общих анатомических данных действия мышц конечности, что может привести к качественно ошибочным результатам.

## Список литературы

1. Влияние вида внешней нагрузки на усилия мышц бедра и давление в бедренном суставе в течение движения нижней конечности человека в положении лежа на спине / Ю.В. Акулич, Е.В. Денисова, А. И. Холкина // Российский журнал биомеханики. – 2004. – Т. 8, № 1. – С. 68-75.
2. Functional strain as a determinant for bone remodeling / L. E. Lanyon // Calcif. Tissue Int. –1984. –№ 36. –Р. 56-61.
3. Колесников, Г.Н. Дискретные модели механических и биомеханических систем с односторонними связями / Г.Н. Колесников. – Петрозаводск: ПетрГУ, 2004. – 204 с.
4. A three - dimensional biomechanical model of hip musculature / W.F. Dostal, J.G. Andrews // Journal of Biomechanics. – 1981. – Vol. 14, № 11. – P. 803-812.
5. Бегун, П. И. Биомеханика: Учебник для вузов / П.И. Бегун, Ю.А. Шукейло. – СПб.: Политехника, 2000. – 463 с.
6. Experimental investigation of anatomical and geometrical parameters of a human hip / A.V. Sotin, P.A. Garyaev, N.D. Demchuk // Russian Journal of Biomechanics. – 1999. – Vol. 3, № 3. – P. 82-90.
7. Кнетс, И.В. Деформирование и разрушение твердых биологических тканей / И.В. Кнетс, Г.О. Пфафрод, Ю.Ж.. Саулгозис. – Рига: Зинатне, 1980. – 317 с.

## DETERMINATION OF THE MUSCLE FORCES AND JOINT REACTION FORCES DURING HUMAN LOWER EXTREMITY MOVEMENT IN A SIMULATOR WITH THE WEIGHTS

**Yu. V. Akulich, R.M. Podgaets, M.N. Toropicin, A.I. Kholkina (Perm, Russia)**

The equilibrium state of the lower extremity in a lying on the back position is considered. The extremity is loaded by the segment and attached weights and is located horizontally. The fourteen forces in the hip and the shank muscles and joint and patella reaction forces are calculated by the displacements method used in the structure mechanics. This method was spread on the biomechanics problems by G.N. Kolesnikov. The values of the muscular and joints cartilage's deformations are calculated. The accuracy estimation of the calculated muscle forces is executed.

**Key words:** lower extremity, displacements method, muscle forces, joint and patella reaction forces, muscular and joints cartilage's deformations.

*Получено 01.12.2004*