

УДК 531/534: [57+61]

ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЕ ВЫЧИСЛЕНИЕ ВЛИЯНИЯ ГЕОМЕТРИИ ТРЕЩИНЫ СУСТАВНОГО ХРЯЩА НА ТЕЧЕНИЕ В ТАЗОБЕДРЕННОМ СУСТАВЕ

Я. Семп*, А. Куцаба-Пенталь*, Я. Цванек**

*Faculty of Mechanical Engineering and Aeronautics, Rzeszow University of Technology, 35-959 Rzeszow, Powstancow Warszawy 8, Poland

Факультет механической инженерии и аэронавтики, Университет технологии, Жешов, Польша **University of Rzeszow, 35-959 Aleja Rejtana 16с Университет Жешов, Польша

Аннотация. Статья представляет собой изучение влияния геометрии трещины суставного хряща на течение синовиальной жидкости в тазобедренном суставе. Численное вычисление проведено для упрощенной модели сустава, учитывая 12 различных геометрических вариантов трещины. Для решения уравнений течения использовался метод конечных элементов. Было найдено, что независимо от геометрических размеров трещина расклинивается синовиальной жидкостью, что приводит к увеличению ее размеров.

Ключевые слова: тазобедренный сустав, трещина, синовиальная жидкость, метод конечных элементов, суставной хрящ.

Введение

Дегенерация суставов, в частности, тазобедренного сустава представляет серьезную проблему для пациентов среднего и пожилого возраста [1-3]. Несмотря на непрерывный прогресс в медицинской науке, имеется еще большая группа дегенеративных изменений в тазобедренном суставе, где этиология до сих пор неясна или неизвестна [1, 2, 4, 5]. Возможно, что эти изменения начинаются с малых повреждений суставного хряща. Одной из причин остеоартита тазобедренного сустава являются нарушения, которые не могут быть идентифицированы с помощью рентгеновских лучей. В работе [4] представлены результаты исследования для обнаружения таких изменений. Были изучены 115 тазобедренных суставов у людей в возрасте от 35 до 75 лет, удовлетворяющих клиническим и радиобиологическим стандартам. Повреждения суставного хряща в головке бедра были найдены в 21 случае. Аналогично в работе [5] также были замечены нарушения в суставном хряще головки бедра, которые, однако, не давали каких-либо клинических симптомов. Повреждения чаще всего имеют вид трещин, что показано на рис. 1. Они довольно обширны: до 10 мм в длину и около 100 микрон в глубину. Хрящ не имеет нервных волокон, толщина его 2-4 мм, поэтому трещины наблюдаемой глубины не имеют клинических симптомов. Тем не менее, они влияют на течение синовиальной жидкости.



Рис. 1. Фотография трещины на поверхности головки бедра

Предварительный анализ влияния трещины на процесс течения в тазобедренном суставе [6] показал, что при изменении нагрузки синовиальная жидкость вдавливается в трещину, что вызывает к расклинивание и дальнейшее увеличение повреждения. Это приводит к некоторым пренебрежимым изменениям в распределении давления в трещине сустава, поэтому уменьшение несущей способности также не заметно. Повреждение продолжается без появления боли или уменьшения несущей способности сустава [1, 4, 6, 9-11].

Анализ, проведенный в работе [6], был ограничен только одним геометрическим вариантом трещины, дополнительно было предположено ее центральное расположение. Вследствие важности проблемы ответ на вопрос, какие изменения в геометрии и расположении трещины вызывают заметное изменение в процессе течения в зазоре тазобедренного сустава, кажется достаточно существенным и требует дальнейшего подробного анализа.

Цель данной работы – определить, как величина и расположение трещины влияют на течение синовиальной жидкости в тазобедренном суставе.

2. Постановка задачи

Типичная ситуация для установившихся и неустановившихся движений была рассмотрена, предполагая суставные поверхности расположенными близко друг к другу. Течение синовиальной жидкости в зазоре сустава было описано уравнениями Навье-Стокса [8].

Система уравнений Навье-Стокса вместе с уравнением неразрывности течения для анализируемой проблемы имеет вид:

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}\right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \eta\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right),\tag{1}$$



Рис. 2. Геометрия задачи: *R* - радиус пластины, *D*, *S*, *G* – длина, ширина и глубина трещины, *w* - скорость пластины, *C* - локализация центра трещины

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \eta \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right),$$
(2)

$$\rho\left(u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z}\right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \eta\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right),\tag{3}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \qquad (4)$$

где *u*, *v*, *w* – компоненты скорости синовиальной жидкости по осям *x*, *y*, *z* (м/с); *p* – давление в слое жидкости (Па); ρ – плотность жидкости (кг/м³); η – динамическая вязкость жидкости (Па·с).

Граничные условия на границе области имеют вид:

u = 0, v = 0, w = 0 на поверхности фиксированной пластины, (5)

$$u = 0, v = 0, w = 0,04$$
 м/с на поверхности подвижной пластины, (6)

p = 0 на краях подвижной и фиксированной пластин. (7)

Решение задачи течения было получено для очень упрощенной геометрической модели сустава (рис. 2):

- 1. область течения в зазоре сустава была моделирована как область между параллельными пластинами;
- 2. предполагалось, что поверхность пластин жесткая и непроницаемая (временно упругость и пористость хрящей не учитывались);
- так как целью авторов было получение качественных результатов, ньютоновская модель синовиальной жидкости для определения вязкости [7] была первоначально принята.

Предполагаемая геометрия зазора и трещины была основана на измерениях подлинного сустава. Рис. 2 представляет геометрию исследуемой задачи.

Для описания изменений, вызванных наличием трещин, были проанализированы данная геометрическая модель и 11 моделей с трещинами различных величин и расположений. Следующие значения параметров, описывающих задачу, были приняты для вычислений:

• высота зазора h = 200 мм;

- радиус пластины R = 0.01 м;
- динамическая вязкость синовиальной жидкости $\eta = 0,1314 \text{ Па} \cdot \text{c};$
- плотность синовиальной жидкости $\rho = 900$ кг/м3;
- длина трещины L = 0,005 м;
- скорость пластины w = 0,04 м/с.

3. Результаты

Метод конечных элементов и пакет программ ADINA 8/1 были использованы для решения системы уравнений (1-4) с граничными условиями (5-7). Для сравнения вычисление было проведено для 11 геометрических вариантов зазора с трещиной и для одного варианта без трещины. Геометрические варианты отличались по глубине трещины G (0,1 - 1,0 мм), длине D (5 - 9 мм) и ширине S (1 - 3 мм). Кроме центрального расположения также проанализированы 4 других варианта расположения трещины (расположения были описаны координатами центра трещины x_c и y_c). Результаты вычислений исследованных задач течения вместе с геометрией трещины представлены в таблице. Для сравнения исследованных задач течения максимальное (p_{max}) и среднее (p_m) значения давления синовиальной жидкости, а также максимальные скорости течения синовиальной жидкости ($V_{x,max}$, $V_{y,max}$ и $V_{z,max}$) были использованы как начальные параметры.

Анализ величин, приведенных в таблице, показывает, что геометрия зазора влияет на полученные результаты для всех рассмотренных случаев. Результаты показывают, что нет существенных изменений в среднем и максимальном значениях давления пленки синовиальной жидкости. Значительно изменяется только значение максимальной скорости V_z . Результаты показывают, что различия в среднем давлении не превышают 1 %, в то время как для максимального давления наибольшее различие, составляющее 3,5 %, имеется между вариантами, отмеченными как R_0 и R_4 . Анализ вычисленных величин скорости течения синовиальной жидкости обнаруживает существенные различия для максимального значения компоненты скорости V_z . Это значение значительно больше для сустава с трещиной, чем для гладкого сустава. Наибольшее значение параметра $V_{z,max}$ было получено для течения в зазоре, характеризуемого вариантом R_4 , т.е. для наибольшей исследованной глубины трещины (1,0 мм). В этом случае компонента скорости для сустава без трещины.

Результаты показывают, что для всех проанализированных вариантов синовиальная жидкость вдавливается в трещину, что может означать опасность ее дальнейшего увеличения. Ситуация иллюстрируется на рис. 3, где показано распределение давления вдоль трещины для варианта R_4 . Рис. 4 показывает распределение вдоль трещины компоненты скорости в направлении оси *z* для варианта без трещины и для варианта R_4 .



Рис. 3. Распределение давления (Па): а) вариант R_0 без трещины (y=0); б) вариант R_4 вдоль трещины (в плоскости x=0) Таблица

Результаты вычисления давления и скорости в тазобедренном суставе для различных трещин										
Вариант	<i>D</i> , мм	S, мм	<i>G</i> , мм	<i>х_с</i> , мм	<i>у_{с,}</i> мм	<i>p</i> _{śr} ·10 ⁴ , Па	р _{max} ·10 ⁵ Па	V _{х,max} , м/с	V _{y,max} , м/с	V _{z,max} , м/с
R ₀	-	-	-	-	-	9,992	2,03	1,533	1,533	0,041
R ₁	5	1	0,1	0	0	9,991	2,01	1,534	1,534	0,081
R ₂	5	1	0,3	0	0	10,001	1,99	1,535	1,533	0,167
R ₃	5	1	0,5	0	0	10,002	1,99	1,535	1,532	0,213
R ₄	5	1	1,0	0	0	10,009	1,98	1,535	1,532	0,260
R ₅	5	1	0,1	1,25	0	9,988	2,02	1,536	1,533	0,138
R ₆	5	1	0,1	2,5	0	9,978	2,01	1,543	1,531	0,195
R ₇	5	1	0,1	0	2,5	9,983	2,02	1,534	1,538	0,116
R ₈	5	1	0,1	0	5,0	9,959	2,02	1,532	1,55	0,165
R ₉	7	1	0,1	0	0	9,983	2,00	1,536	1,532	0,091
R ₁₀	9	1	0,1	0	0	9,968	1,99	1,540	1,530	0,095
R ₁₁	5	2	0,1	0	0	9,987	2,00	1,534	1,533	0,077
R ₁₂	5	3	0,1	0	0	9,983	1,99	1,534	1,533	0,071



Рис. 4. Сравнение компоненты скорости в направлении оси *z* (м/с): а) вариант *R*₀ (в плоскости *y*=0); б) вариант *R*₄ вдоль трещины (в плоскости *x*=0)

4. Выводы

Результаты показывают, что для всех рассмотренных случаев синовиальная жидкость вдавливается в трещину (зазор), что приводит к расклиниванию трещины и ее расширению.

Детальный анализ численных вычислений течения жидкости в исследованных зазорах сустава показывает, что влияние геометрии трещины на скорость синовиальной жидкости в зазоре сустава заключается в следующем:

- 1. компонента скорости $V_{z,max}$ уменьшается при увеличении ширины трещины;
- 2. увеличение трещины по длине приводит к увеличению в зазоре компонент скорости $V_{z,\max}$ и $V_{x,\max}$;
- 3. при росте глубины трещины компонента скорости $V_{z,max}$ в зазоре увеличивается, в то время как компонента скорости $V_{v,max}$ уменьшается.

Кроме того, можно заметить, что максимальное давление в зазоре уменьшается при росте глубины трещины, в то время как компонента скорости $V_{z,max}$ увеличивается (компонента $V_{y,max}$ уменьшается). Распределение давления в суставе испытывает только небольшое изменение, которое указывает, что наличие трещины не вызывает заметного уменьшения несущей способности сустава.

Важно отметить, что этот факт может быть клинически интерпретирован утверждением, что процесс деструкции из-за трещины может развиваться без проявления боли или уменьшения несущей способности. Это подтверждается клиническими наблюдениями. Так как в настоящее время нет лечения, способного регенерировать гиалиновый хрящ или восстановить дегенеративные изменения суставного хряща, то необходимо разрабатывать новые диагностические методы.

Список литературы

- 1. Bucwalter, J.A. Degenerative joint disease / J.A. Bucwalter, J. Martin // Clinical Symposia. New Jersey, 1995.
- Registered Reumatological Illnesses in Capitol Outpatient in 1986-1987 / K. Cyrankiewicz, B. Kwiatkowska // Advances in Osteoartrology. – 1991. – V. 3.
- 3. Joint replacement 20 years pn / G. Deane // The Practitioner. 1985. V. 229.
- 4. *Tylman, D.* Depletion of articular cartilage / D. Tylman, R. Aleksandrowicz // Orth. and Traumath: Proc. of XIX Congress Polish Sci. Soc. PZWL Warszawa, 1972. P. 59–61.
- 5. The influence of hip joint surfaces topography on its load capacity / J. Cwanek, J. Sęp, A. Kucaba-Piętal // Mechanics in Medicine. – 2000. – V. 5. – P. 57–62.
- 6. Effect of crack in femur head surface on synovial fluid flow in hip joint / J. Sęp, A. Kucaba-Piętal, J. Cwanek // Mechanics in Medicine. 2002. V. 6. P. 141–148.
- 7. Dowson, D. Biomechanics of Diarthrodias / D. Dowson. New Yourk: Springer-Verlag, 1990. V. II.
- 8. Prosnak, W.J. Fluid Mechanics / W.J. Prosnak. Warszawa: PWN, 1970.
- 9. Operative treatment of osteoarthritis / J.A. Bucwalter, S. Lohmander // J. Bone Joint Surg. Am. 1994. V. 76. P. 1405.
- American college of rhematology, subcomitee on osteoarthritis. Guidelines recommendations for the medical management osteoarthritis of the hip and knee. Arthritis and Rheumatism. – 2000. – V. 43. – P. 1905.
- 11. Popko, J. A degeneration of depletion of articular cartilage / J. Popko. Białystok: AM, 1990.

PREMILINARY CALCULATION OF THE EFFECT OF ARTICULAR CARTILAGE FISSURE GEOMETRY ON THE FLOW IN THE HIP JOINT

J. Sep, A. Kucaba-Pietal, J. Cwanek (Rzeszow, Poland)

The article presents the study of the effect of the articular cartilage fissure geometry on the flow of synovial fluid in the hip joint. The numerical calculations were performed for a simplified model of a joint taking into account twelve different geometric variants of the fissure. The finite element method was used to solve the flow equations. It was found that, irrespective of geometric dimensions, the fissure is wedged apart by the synovial fluid which results in an increase in its size.

Key words: hip joint, fissure, synovial fluid, method of finite elements, joint cartilage.

Получено 3 декабря 2004