

УДК 531/534: [57+61]

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ, НАГРУЗКИ И СЖИМАЮЩИХ НАПРЯЖЕНИЙ ДЛЯ СФЕРИЧЕСКОГО ЭНДОПРОТЕЗА ТАЗОБЕДРЕННОГО СУСТАВА ЧЕЛОВЕКА

А.А. Чайковский

Institute of Mathematics, Mathematical and Physical Department, Szczecin University, 70-451 Szczecin, Wielkopolska 15, Poland, e-mail: czajko@wmf.univ.szczecin.pl
Кафедра математики и физики, Институт математики, Щецинский университет, Щецин, Польша.

Аннотация. В статье представлен численный анализ давления, нагружения и сжимающих напряжений в сферическом эндопротезе тазобедренного сустава человека, проведенный с учетом несимметричного стационарного движения синовиальной жидкости. В статье представлено упрощенное уравнение Рейнольдса для распределения давления в проблеме гидродинамической смазки для эндопротеза тазобедренного сустава. Новые элементы представленной статьи – это математические формулы для силы нагрузки и давления в сферической системе координат эндопротеза тазобедренного сустава. Данные параметры получены для переменной высоты зазора эндопротеза сустава и для переменной вязкости синовиальной жидкости. Наконец, получены сжимающие напряжения, возникающие между поверхностями сферического эндопротеза и тазобедренного сустава человека.

Ключевые слова: тазобедренный сустав, сферический эндопротез, параметры работы.

Введение

В статье представлен численный анализ давления, нагружения и сжимающих напряжений, возникающих в сферическом эндопротезе тазобедренного сустава человека.

Приведем вопросы, освещенные в представленных публикациях. *Arfoke et al.* описали контактное давление в тазобедренном суставе человека [1]. *Będziński* отразил избранные вопросы инженерной биомеханики и биотрибологии [2]. Автор смоделировал давление в тазобедренном суставе человека с эллиптической и сферической головкой бедра при симметричном стационарном течении синовиальной жидкости [3, 4]. Также он описал распределение давления, нагрузку и сжимающие напряжения не только для сферического тазобедренного сустава [5, 6], но также для эллиптического тазобедренного сустава и его эндопротеза, используя несимметричную стационарную модель течения синовиальной жидкости [7-9]. *Dowson* описал основные проблемы биотрибологии, ортопедических имплантатов и биоматериалов [10-12]. *Dumbleton* отразил избранные проблемы трибологии естественного и искусственного суставов [13]. *Eisenhart et al.* получили распределение давления во время моделируемой ходьбы и толщины хряща тазобедренного сустава человека [14]. *Ferguson et al.*

показали влияние вертлужной впадины на консолидацию суставного хряща [15]. *Firkins et al.* представили новый вариант керамико-металлического протеза тазобедренного сустава с малым износом [16]. *Grenda et al.* описали контактное давление в нормальном суставе во время стояния на одной ноге и исследовали влияние половых и анатомических параметров [17]. *Hlavacek et al.* описали влияние несовпадения суставных поверхностей на касательное (вызванное недостаточной смазкой) и контактное давление в нагруженных суставах [18]. *Huiskes et al.* представили биомеханику искусственного тазобедренного сустава [19]. *Jalali-Vahid et al.* спрогнозировали толщину смазочного слоя в тазобедренном суставе [20]. *Kusz et al.* представили сравнительную оценку погрешности вычисления напряжений в математических моделях естественного тазобедренного сустава и сустава после установки протеза *Parhofer-Mönch* [21]. *Van Mow et al.* описали биомеханику искусственных суставов и роль смазки в биомеханических суставах [22]. *Ozkaya et al.* описали поведение суставов с позиции фундаментальных законов биомеханики [23]. *Rushfeld et al.* рассмотрели влияние формы суставного хряща на распределение давления в тазобедренном суставе [24]. *Ryniewicz* в рамках диссертационной работы проводит анализ механизма трения в тазобедренном суставе человека [25]. *Udofia et al.* проанализировали упругогидродинамическое смазывание в протезах типа металл-металл [26]. *Wierzcholski* представил трибологию суставов человека [27], теорию гидродинамической смазки зазора тазобедренного сустава [28, 29], определил несущие нагрузки для несимметричного потока синовиальной жидкости в тазобедренном суставе с переменной суставным зазором [30, 31] и вычислил давление, нагрузку и сжимающие напряжения для несимметричной стационарной смазки тазобедренного сустава [32, 33]. Также *Wierzcholski* впервые описал смазывающий поток синовиальной жидкости тазобедренного сустава, используя несимметричную нестационарную модель течения жидкости [30, 31].

Нагрузка, сжимающие напряжения и давление для переменной суставной щели при несимметричном течении синовиальной жидкости для сферических эндопротезов тазобедренного сустава не были изучены ранее.

Новыми результатами данной работы в сравнении с вышеназванными публикациями являются описания давления, нагрузки и сжимающих напряжений, вычисленные для сферического эндопротеза тазобедренного сустава человека с использованием модели несимметричного нестационарного течения жидкости.

Знание указанных рабочих параметров сферического эндопротеза тазобедренного сустава человека может быть полезно в ортопедической диагностике и клинической практике.

Механическая и математическая модель

В работе рассматривается нестационарное изотермическое несимметричное течение несжимаемой синовиальной жидкости с неньютоновскими свойствами. Поток синовиальной жидкости вызван вращательным движением сферической головки эндопротеза. В модели рассматриваются переменный суставной зазор, переменная вязкость и постоянная плотность синовиальной жидкости. Шероховатость и нерегулярность поверхностей эндопротеза считаются незначительными и не рассматриваются.

Расчеты проводятся в сферической системе координат (φ, r, ξ) , где φ – окружное направление, r – радиальное направление (высота зазора протеза) и ξ –

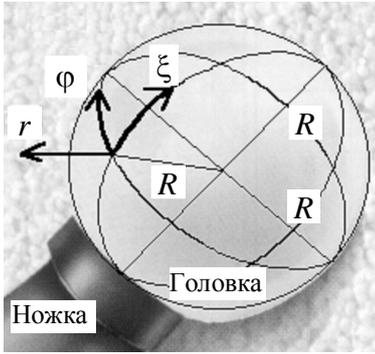


Рис. 1. Сферическая система координат (φ, r, ξ) на головке эндопротеза



Рис. 2а. Общий вид сферического эндопротеза



Рис. 2б. Ножка и головка сферического эндопротеза



Рис. 2в. Детали сферического эндопротеза

меридиональное направление (рис. 1). Произвольные вращающиеся поверхности создают зазор сферического искусственного сустава, где находится синовиальная жидкость. Типичный экземпляр сферического блочного эндопротеза показан (*FRANKOBALTM*) на рис. 2а-в.

Выведем упрощенные основные уравнения, описывающие поток в некотором зазоре протеза. Пренебрегая слагаемыми порядка $Re \Psi$ и $\Psi \equiv \varepsilon/a \approx 10^{-4}$, а также центробежными силами, система уравнений сохранения количества движения и уравнение неразрывности для несжимаемой синовиальной жидкости в сферической системе координат с учетом упрощений для пограничного слоя принимают вид [27-35]:

$$0 = -\frac{1}{R} \left[\operatorname{cosec} \left(\frac{\xi}{R} \right) \right] \frac{\partial p}{\partial \varphi} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\eta_p \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} \right), \quad (1)$$

$$0 = \frac{\partial p}{\partial r}, \quad (2)$$

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\eta_p \frac{\partial V_\xi}{\partial r} \right), \quad (3)$$

$$\frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} + R \sin \left(\frac{\xi}{R} \right) \frac{\partial V_r}{\partial r} + R \frac{\partial}{\partial \xi} \left[V_\xi \sin \left(\frac{\xi}{R} \right) \right] = 0, \quad (4)$$

где $0 \leq \varphi \leq 2\pi$, $0 \leq r \leq \varepsilon$, $b_m \leq \xi \leq b_s$, символы b_m , b_s означают пределы слоя смазки. Символы V_φ , V_r , V_ξ и p являются неизвестными функциями в упрощенных уравнениях (1)–(4), где R – радиус сферической головки эндопротеза.

Поток синовиальной жидкости порождается вращением головки протеза, но протезная чаша остается неподвижной. Граничные условия для скорости течения жидкости принимают вид [27-35]:

- для сферической головки эндопротеза:

$$V_\varphi \equiv \omega R \sin \left(\frac{\xi}{R} \right), \quad V_r = 0, \quad V_\xi = 0 \quad \text{при} \quad r = 0. \quad (5)$$

- для сферической протезной чаши:

$$V_\varphi = 0, \quad V_r = 0, \quad V_\xi = 0 \quad \text{при} \quad r = \varepsilon(\varphi, \xi), \quad (6)$$

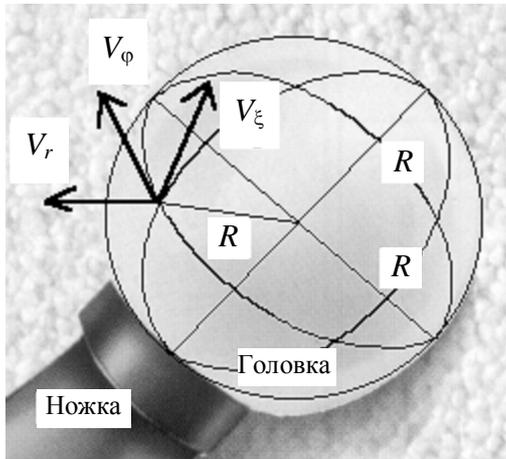


Рис. 3. Компоненты вектора скорости течения синовиальной жидкости V_φ , V_r , V_ξ

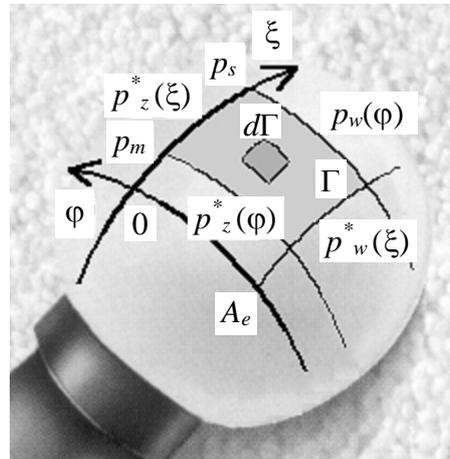


Рис. 4. Граничные условия для напряжений

где $r = \varepsilon(\varphi, \xi)$ означает высоту зазора между двумя искусственными поверхностями.

Распределенное давление противодействует несущей нагрузке эндопротеза. На входе в искусственный зазор давление равно давлению среды, но внутри зазора давление равно внутреннему давлению. Таким образом, граничные условия для напряжений принимают вид [27-35]:

$$p_z(\varphi) \equiv p(\varphi, \xi = b_m), \quad p_z^*(\xi) \equiv p(\varphi = 0, \xi), \quad (7)$$

$$p_w(\varphi) \equiv p(\varphi, \xi = b_s), \quad p_w^*(\xi) \equiv p(\varphi = A_e, \xi), \quad (8)$$

где $p_z(\varphi)$, $p_z^*(\xi)$ – напряжение на входе в зазор в направлениях φ и ξ , соответственно, $p_w(\varphi)$, $p_w^*(\xi)$ – напряжение на выходе из зазора в направлениях φ и ξ , соответственно.

Направление компонент вектора скорости течения синовиальной жидкости показано на рис. 3, схема граничных условий для напряжений дана на рис. 4.

С учетом указанных граничных условий получим из уравнений (1) и (3) компоненты скорости течения синовиальной жидкости V_φ , V_ξ в направлениях φ и ξ , соответственно. Подставим решения для V_φ и V_ξ в уравнение неразрывности (4), уравнение (3) проинтегрируем по переменной r . Накладывая условие $V_r = 0$ при $r = 0$ на решение уравнения неразрывности, получим компоненту вектора скорости течения синовиальной жидкости V_r . Граничное условие при $r = \varepsilon$, наложенное на компоненту V_r , дает модифицированное уравнение Рейнольдса, которое определяет функцию давления $p = p(\varphi, \xi)$.

Уравнение Рейнольдса

Для не осесимметричного течения синовиальной жидкости функция давления зависит от φ и ξ , динамическая вязкость синовиальной жидкости η_p зависит от φ , r , и ξ . Высота зазора ε может быть функцией переменных φ и ξ . Сферические поверхности тазобедренного сустава образуют зазор, где находится синовиальная жидкость. Вращение головки кости с угловой скоростью ω вызывает течение синовиальной

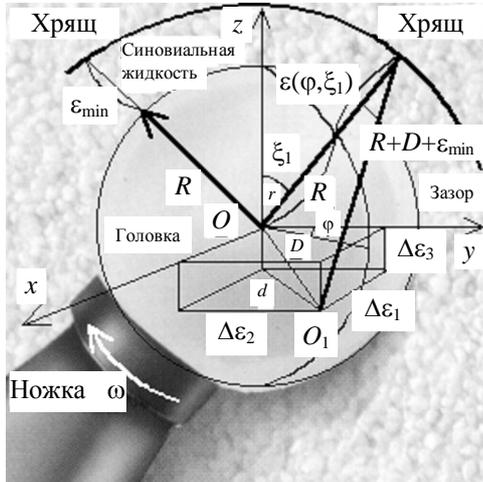


Рис. 5. Сферическая головка эндопротеза и переменная щель

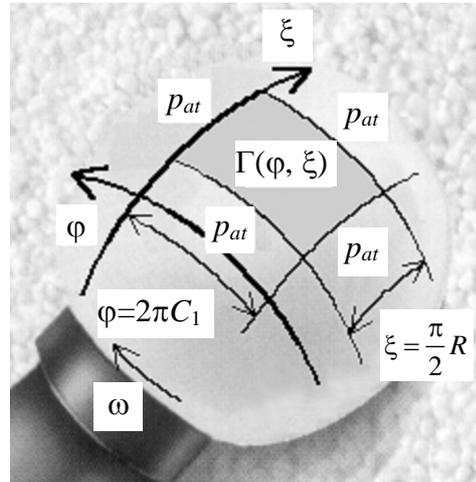


Рис. 6. Область распределения давления на поверхности сферической головки эндопротеза во время вращения

жидкости в зазоре. Компоненты вектора скорости течения синовиальной жидкости \mathbf{V} имеют вид V_φ, V_r, V_ξ .

Если мы пренебрегаем инерцией и центробежными силами, тогда, после упрощений пограничного слоя, уравнение Рейнольдса для функции давления $p(\varphi, \xi)$, вызванной вращением, в сферической системе координат принимает вид [27-35]:

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\varepsilon^3}{\eta_0} \frac{\partial p^{(0)}}{\partial \varphi} \right) + R^2 \sin \left(\frac{\xi}{R} \right) \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{\varepsilon^3}{\eta_0} \frac{\partial p^{(0)}}{\partial \xi} \sin \left(\frac{\xi}{R} \right) \right] = 6\omega R^2 \frac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi} \sin^2 \left(\frac{\xi}{R} \right), \quad (9)$$

$$0 < \varphi < 2\pi c_1, \quad 0 < c_1 < 1, \quad \frac{\pi}{8} R < \xi < \frac{\pi}{2} R, \quad \xi \equiv R\xi_1, \quad (10)$$

где ω – угловая скорость вращения головки эндопротеза [1/с], η_0 – характеристическая вязкость синовиальной жидкости [Па·с], R – радиус головки эндопротеза [м], ε – высота зазора [м], p – давление [Па].

Площадь контакта головки эндопротеза

Центр сферической головки эндопротеза расположен в точке $O(0,0,0)$, а центр сферической протезной чаши расположен – в точке $O_1(x - \Delta\varepsilon_1, y - \Delta\varepsilon_2, z + \Delta\varepsilon_3)$. Такое расположение показано на рис. 5-6, где p_{at} означает атмосферное давление [Па], $\Gamma(\varphi, \xi)$ – область смазочного слоя [м²], $\varepsilon(\varphi, \xi_1)$ – переменная высота зазора [м].

Контактное давление $p(\varphi, \xi_1)$ [Па] головки эндопротеза со сферической поверхностью показано на рис. 7. Окончательно высота зазора имеет следующий вид [27-35]:

$$\varepsilon(\varphi, \xi_1) = f(\varphi, \xi_1) - R, \quad (11)$$

где $f(\varphi, \xi_1) \equiv r_1$ положительное решение уравнения:

$$r^2 - 2(\Delta\varepsilon_1 \cos \varphi \sin \xi_1 + \Delta\varepsilon_2 \sin \varphi \sin \xi_1 - \Delta\varepsilon_3 \cos \xi_1)r - (R + h_{\min})(R + 2D + \varepsilon_{\min}) = 0, \quad (12)$$

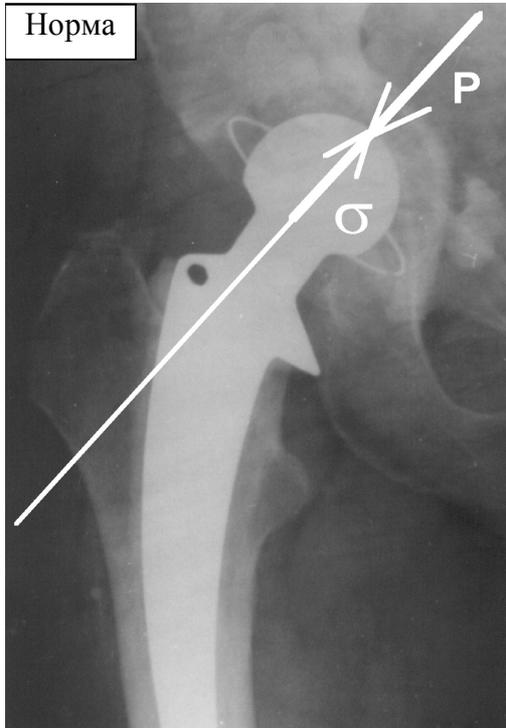


Рис. 7. Тазобедренный эндопротез Веллера после установки. Показаны векторы силы давления и нормальных напряжений

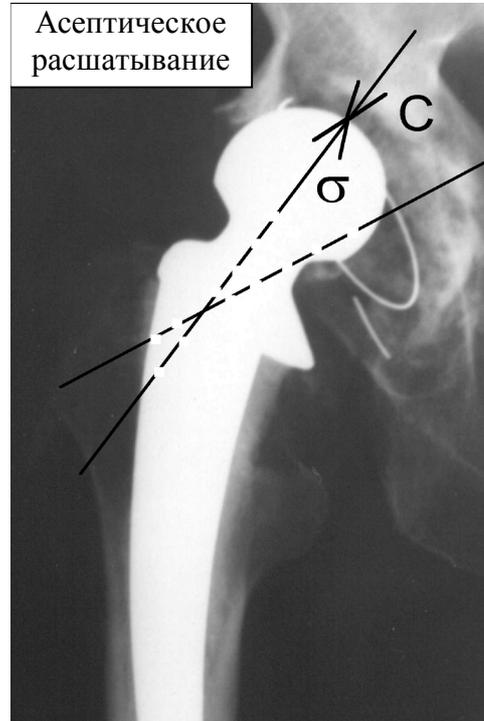


Рис. 8. Асептическое расшатывание протеза Веллера после восьми лет эксплуатации. Показаны векторы силы нагружения и нормальных напряжений

$$D \equiv \sqrt{\Delta \varepsilon_1^2 + \Delta \varepsilon_2^2 + \Delta \varepsilon_3^2}, \quad (13)$$

где символ D означает эксцентриситет [м] и $\xi_1 = \xi/R$.

Суммарная нагружающая сила и сжимающие напряжения

Суммарная сила нагружения C_{tot} [Н] головки сферического эндопротеза тазобедренного сустава человека получена через поверхностный интеграл следующего вида [27-35]:

$$C_{tot} \equiv \iint_{\Gamma(\varphi, \xi)} p(\varphi, \xi) d\Gamma(\varphi, \xi), \quad (14)$$

$$0 < \varphi < 2\pi c_1, \quad 0 < c_1 < 1, \quad \frac{\pi}{8}R < \xi < \frac{\pi}{2}R, \quad \xi \equiv R\xi_1 \quad (15)$$

где $\iint(\dots)d\Gamma$ – поверхностный интеграл, определенный на поверхности головки эндопротеза, $d\Gamma$ элемент поверхности.

Суммарные сжимающие напряжения σ [Н/см²] сферической головки эндопротеза тазобедренного сустава человека получены из следующей формулы [27-35]:

$$\sigma \equiv \frac{C_{tot}}{S}, \quad (16)$$

$$S \equiv 2\pi R^2 \cos(\pi/8), \quad (17)$$

где S – вычисленная область поверхности головки эндопротеза [см^2]. Расположения суммарной силы нагружения $C_{tot} \equiv C$ и несущих сжимающих напряжений σ показаны на рис. 8.

Численный анализ рабочих параметров сферического эндопротеза

При численном анализе символ R означает радиус сферической головки протеза [см], $e \equiv D$ – эксцентриситет [$\mu\text{м}$], ω – действительная угловая скорость головки эндопротеза [$1/\text{с}$], η – надлежащее значение вязкости жидкости [$\text{Па}\cdot\text{с}$], p_{\max} – вычисленное значение давления [Па], ε_{\min} – минимальная высота зазора [$\mu\text{м}$], C_{tot} – вычисленная суммарная сила [Н], описанная формулами (14)-(15), S – вычисленная область поверхности сферической головки [см^2], описанная формулой (17) и σ – вычисленные значения сжимающих напряжений [$\text{Н}/\text{см}^2$], определяемые по формуле (16).

Все параметры: исходные (R , $e = D$, ω , η , ε_{\min}) и вычисленные (C_{tot} , p_{\max} , S , σ) показаны в таблицах 1 и 2. Кроме того, в численном анализе по формулам (1)-(8) считается, что $\Delta\varepsilon_1 = 2\mu\text{м}$, $\Delta\varepsilon_2 = 2\mu\text{м}$, $\Delta\varepsilon_3 = 2\mu\text{м}$.

Численные и графические результаты для функции давления для сферической головки эндопротеза диаметром $d = 2,8$ [см], полученные путем использования метода конечных элементов и математического пакета *Mathcad*, показаны на рисунках 9 и 10. Результаты для протеза, где $d = 3,2$ [см], показаны на рисунках 11 и 12.

Таблица 1

Параметры R , D , ω , η , ε_{\min} , S , использованные при численном анализе напряжений p , силы нагружения C_{tot} и сжимающих напряжений σ для сферического эндопротеза при $d = 2,8$ см

	$d=2R$ [см]	R [см]	D [μм]	ω [1/с]	η [Па·с]	p_{\max} [Па]	ε_{\min} [μм]	C_{tot} [Н]	S [см ²]	$\sigma = C_{tot}/S$ [Н/см ²]
Рис.9	2,8	1,4	0,2	0,25	1,00	$3,376 \cdot 10^6$	1,00	648	5,6889	113,906
Рис.10	2,8	1,4	0,2	0,50	1,00	$6,651 \cdot 10^6$	1,00	1295	5,6889	227,636
—	2,8	1,4	0,2	0,75	1,00	$9,927 \cdot 10^6$	1,00	1943	5,6889	341,542
—	2,8	1,4	0,2	1,00	1,00	$13,203 \cdot 10^6$	1,00	2591	5,6889	455,448

Таблица 2

Параметры R , D , ω , η , ε_{\min} , S , использованные при численном анализе напряжений p , силы нагружения C_{tot} и сжимающих напряжений σ для сферического эндопротеза при $d = 3,2$ см

	$d=2R$ [см]	R [см]	D [μм]	ω [1/с]	η [Па·с]	p_{\max} [Па]	ε_{\min} [μм]	C_{tot} [Н]	S [см ²]	$\sigma = C_{tot}/S$ [Н/см ²]
Рис.11	3,2	1,6	0,2	0,25	1,00	$4,379 \cdot 10^6$	1,00	1105	7,4303	148,715
Рис.12	3,2	1,6	0,2	0,50	1,00	$8,657 \cdot 10^6$	1,00	2210	7,4303	297,430
—	3,2	1,6	0,2	0,75	1,00	$12,936 \cdot 10^6$	1,00	3315	7,4303	446,146
—	3,2	1,6	0,2	1,00	1,00	$17,214 \cdot 10^6$	1,00	4420	7,4303	594,861

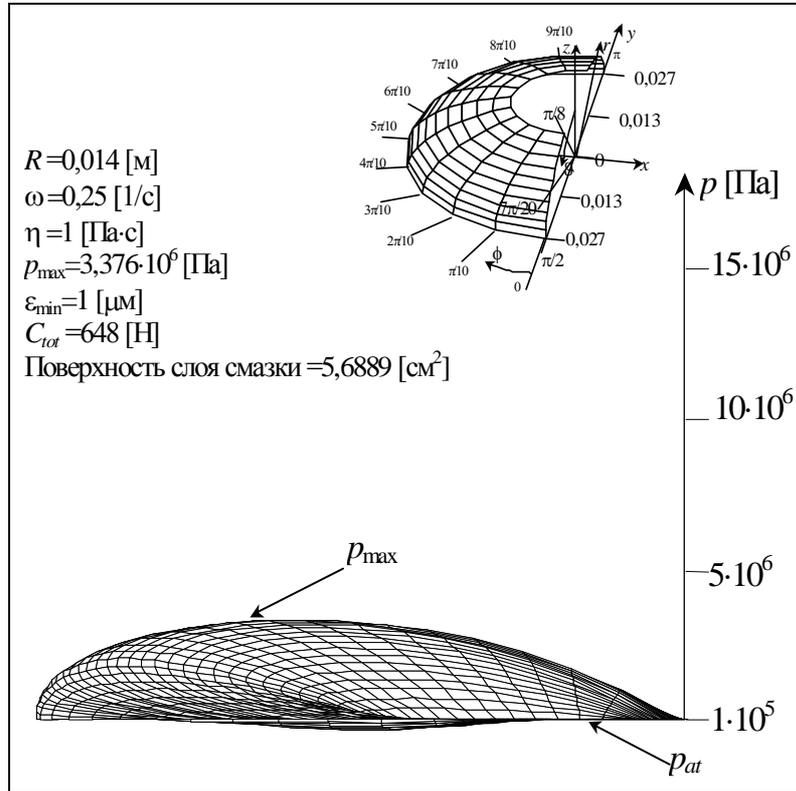


Рис. 9. Распределение давления в сферическом эндопротезе при $d = 2,8$ см, $\omega = 0,25$ 1/с

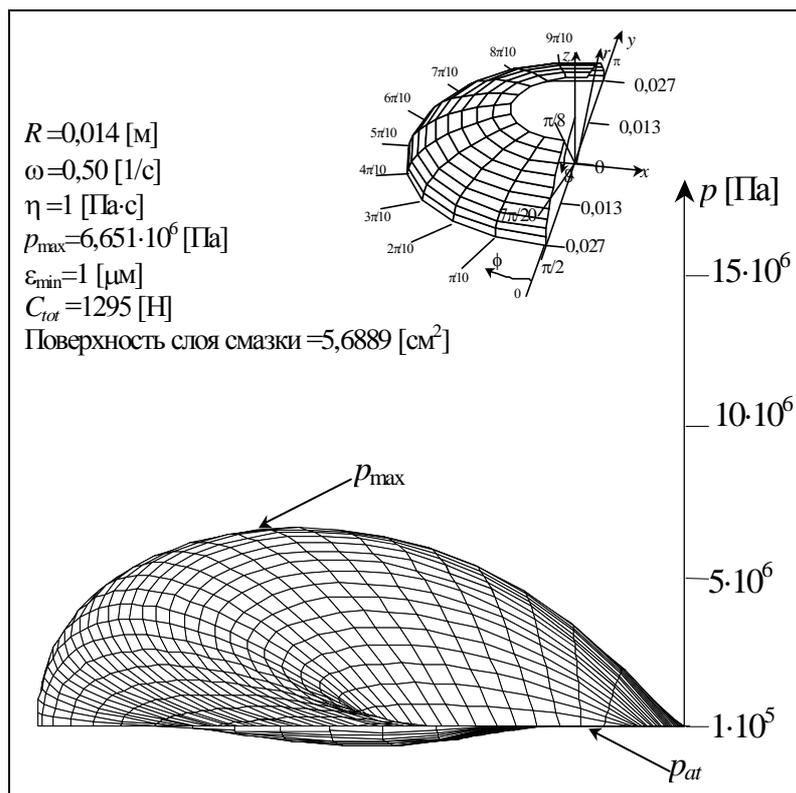


Рис. 10. Распределение давления в сферическом эндопротезе при $d = 2,8$ см, $\omega = 0,50$ 1/с

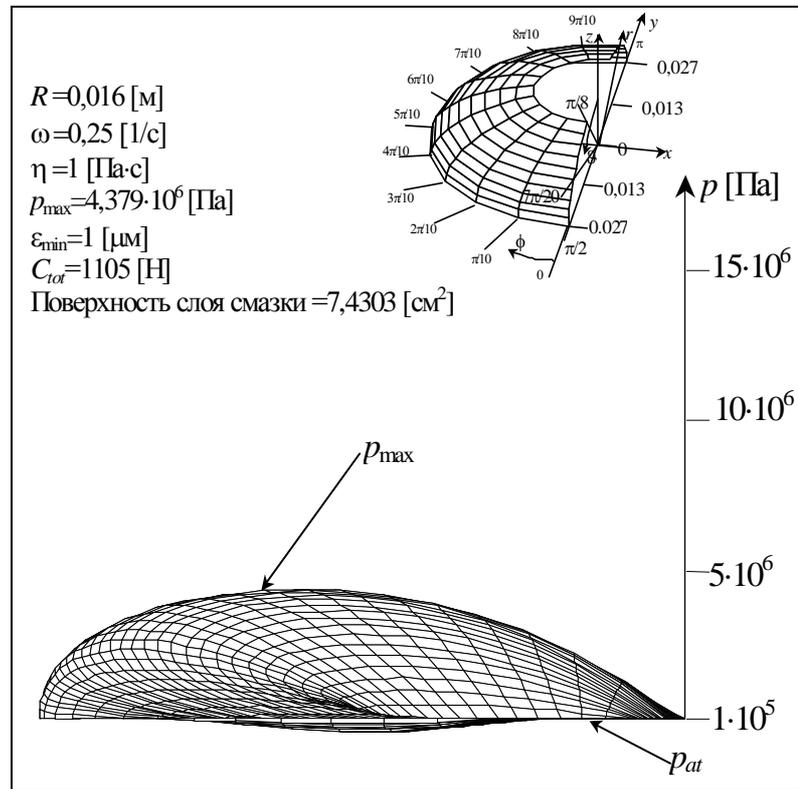


Рис. 11. Распределение давления в сферическом эндопротезе при $d = 3,2$ см, $\omega = 0,25$ 1/с

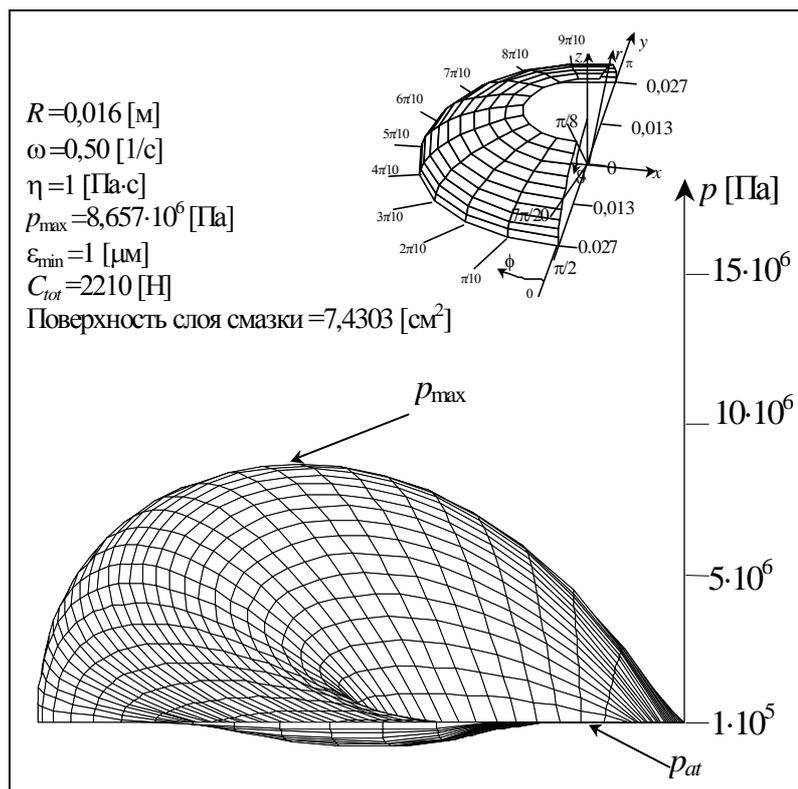


Рис. 12. Распределение давления в сферическом эндопротезе при $d = 3,2$ см, $\omega = 0,50$ 1/с

Графический анализ суммарной силы нагрузки и сжимающих напряжений показан на рисунках 13 и 14.

Выводы

На основе численного анализа можно сделать следующие выводы:

- Аналитическо-численная модель гидродинамической смазки эндопротеза тазобедренного сустава человека со сферическими рабочими поверхностями позволяет анализировать рабочие параметры, такие как давление, нагрузка и сжимающие напряжения.

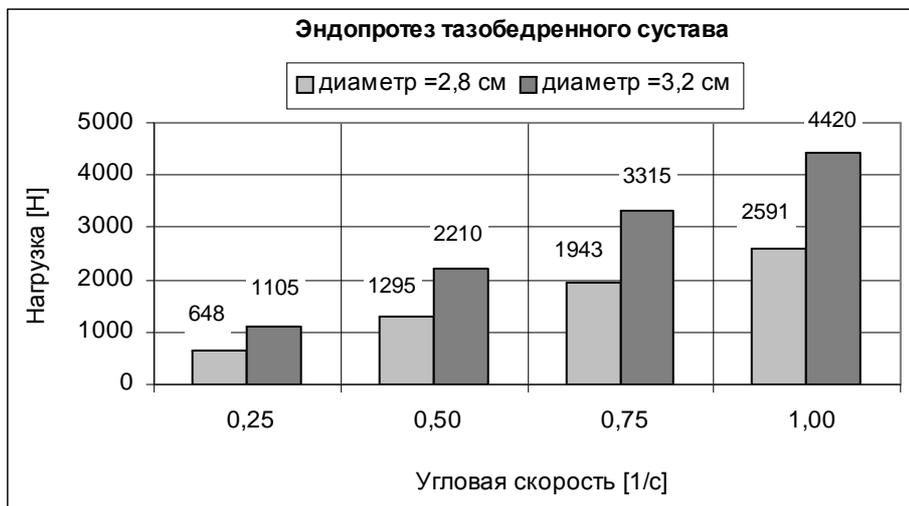


Рис. 13. Величина нагрузки [Н] в зависимости от угловой скорости [1/с] для сферических эндопротезов ($\varnothing 2,8$ и $\varnothing 3,2$ см) тазобедренного сустава человека

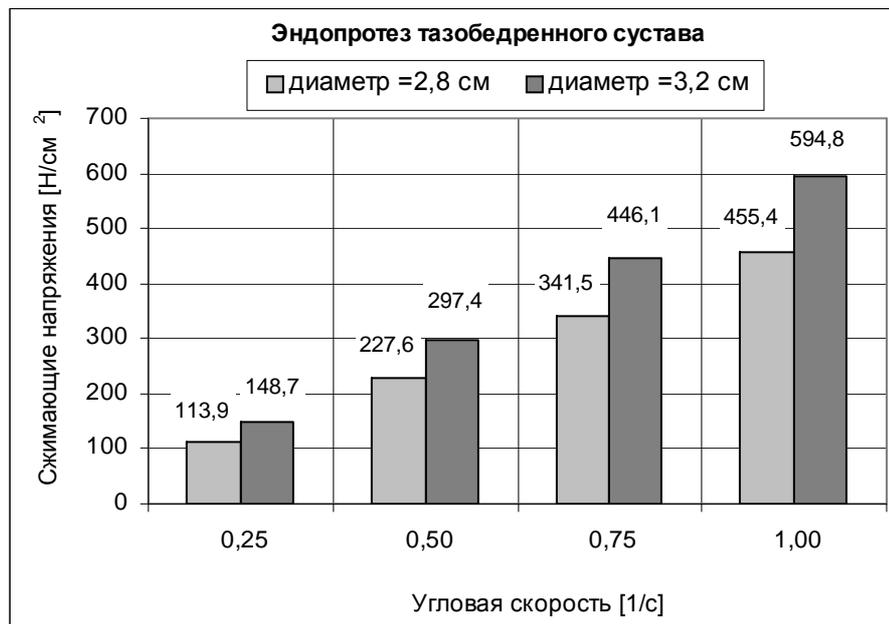


Рис. 14. Величина сжимающих напряжений [Н/см²] в зависимости от угловой скорости [1/с] для сферических эндопротезов ($\varnothing 2,8$ и $\varnothing 3,2$ см) тазобедренного сустава человека

- Для сферического эндопротеза с исходными параметрами $d = 2R = 2,8$ [см], $e = 0,2$ [μм], $\omega = 0,25; 0,50; 0,75; 1,00$ [1/с], $\eta = 1$ [Па·с], $\varepsilon_{\min} = 1$ [μм] и $S = 5,6889$ [см²] давление изменяется в пределах от $3,376 \cdot 10^6$ до $13,203 \cdot 10^6$ [Па], суммарная нагрузка – от 648 до 2591 [Н] и сжимающие напряжения – от 113,906 до 455,448 [Н/см²].
- Для сферического эндопротеза с исходными параметрами $d = 2R = 3,2$ [см], $e = 0,2$ [μм], $\omega = 0,25; 0,50; 0,75; 1,00$ [1/с], $\eta = 1$ [Па·с], $\varepsilon_{\min} = 1$ [μм] и $S = 7,4303$ [см²] давление изменяется в пределах от $4,379 \cdot 10^6$ до $17,214 \cdot 10^6$ [Па], суммарная нагрузка – от 1105 до 4420 [Н] и сжимающие напряжения – от 148,715 до 594,861 [Н/см²].
- Величины рабочих параметров, полученные для сферического эндопротеза, где $d = 2R = 2,8$ [см], меньше, чем у эндопротеза с $d = 2R = 3,2$ [см].

Благодарность

Автор благодарит Государственный комитет научных исследований Варшавы (Польша) за поддержку посредством гранта №8-Т 11Е-021-17. Автор выражает признательность профессору Кжиштофу Вежхольскому из Гдыньского морского университета (Польша) за полезные обсуждения во время написания статьи. Автор также благодарит доктора медицинских наук Яноша Шванека из Жешовского Университета (Польша) за предоставленный протезный материал.

Список литературы

1. Contact pressures in the human hip joint / N.Y. Afroke, P.D. Byers, W.C. Hutton // *Journal of Bone Joint Surgery (Br)*. – 1987. – V. 69. No. 4. – P. 536-541.
2. *Będziński, R. Biomechanika inżynierska, Zagadnienia wybrane / R. Będziński // Engineering biomechanics. Selected problems. 1-st ed. – Wrocław: Wrocław Technical University, Poland, 1997 (in Polish).*
3. *Czajkowski, A.A. Modelling of pressure distribution for the hip joint with spherical femoral head bone / A.A. Czajkowski // System-Modelling-Control: Proceedings of the 10-th International Conference, – Zakopane, Poland, 2001. – P. 141–146.*
4. Distribution of pressure values in the human hip joint with femoral elliptical head bone and its small peripheral velocities / A.A. Czajkowski // *Scientific Papers of Applied Mechanics Department of Silesian University. – Wisła-Gliwice, Poland, 2001. – P. 19–24.*
5. Numerical analysis of pressure, capacity and compressive stress for human spherical hip joint / A.A. Czajkowski // *Journal of Applied Mechanics and Engineering. – 2002. – Vol.7. – P. 19–24.*
6. *Czajkowski, A.A. Numerical analysis of working parameters for human spherical hip joint / A.A. Czajkowski // Mechanics in Medicine: Proceedings of the 6-th Scientific Seminar. – Rzeszów-Boguchwała, Poland, 2002. – P. 25-30.*
7. Numerical calculations of capacity, compressive stress and pressure in human elliptical hip joint / A.A. Czajkowski // *Scientific Papers of the Institute of Machine Design and Operation of the Wrocław University of Technology. – 2002. – No. 87. – Conference No.27. – Wrocław, Poland. – P. 53-60.*
8. Numerical calculations of capacity and compressive stress in human elliptical endoprosthesis / A.A. Czajkowski // *Acta of Bioengineering and Biomechanics. – 2002. – V.4, Supplement 1. – P. 155–156.*
9. Numerical calculations of capacity and compressive stress and in human elliptical endoprosthesis / A.A. Czajkowski // *Tribologia. – 2002. – V. 185, No.5. – P. 1353-1366.*
10. *Dowson, D. Basic Tribology / D. Dowson // An Introduction to the biomechanics of joints and joint replacement / Editors D. Dowson and V. Wright. – London: MEP, 1981. – P. 49-60.*
11. *Dowson, D. Biotribology of natural and replacement synovial joints / D. Dowson // Biomechanics of Diarthrodial Joint. – 1990. – Vol.2, Chap.29. – P. 305-345.*
12. *Advances in medical tribology. Orthopaedic implants and implant materials // Edited by D. Dowson – London: MEP, 1998.*
13. *Dumbleton, J.H. Tribology of natural and artificial joints / J.H. Dumbleton. – Amsterdam, Oxford, New York: Elsevier Scientific Publishing Company, 1981.*

14. Quantitative determination of joint incongruity and pressure distribution during simulated gait and cartilage thickness in the human hip joint /R. von Eisenhart, C. Adam, M. Steinlechner, M. Muller-Gerbl, F. Eckstein // *Journal of Orthopaedic Res.* – V. 17, No.4 –P. 452–459.
15. The influence of the acetabular labrum on hip joint cartilage consolidation: a poroelastic finite element model /S.J. Ferguson, J.T. Bryant, R. Ganz, K. Ito // *Journal of Biomechanics.* – 2000. – V. 33, No.8. – P. 953–960.
16. A novel low wearing differential hardness, ceramic-on-metal hip joint prosthesis / P.J. Firkins, J.L. Tipper, E. Ingham, M.H. Stone, R. Farrar, J. Fisher // *Journal of Biomechanics.* – 2001. – V. 34, No. 10. – P. 1291–1298.
17. Normal hip joint contact pressure distribution in single-leg standing-effect of gender and anatomic parameters /A. Genda, N. Iwasaki, G. Li, B.A. Mac Williams, P.J. Barrance, E.Y.S. Chao // *Journal of Biomechanics.* – 2001. – V. 34, No. 7. – P. 895–905.
18. The influence of articular surface incongruity on lubrication and contact pressure distribution of loaded synovial joints /M. Hlavacek, D. Vokoun // *Proceedings of Institute of Mechanical Engineering (H).* – 1998. – V. 212, No. 1. – P. 11–12.
19. *Huiskes, R. Biomechanics of artificial joints: The hip / R. Huiskes, N. Verdonshot. // Van Mow C., Hayes Wilson C. (Editors). Basic Orthopaedic Biomechanics.* – New York, Lippincott Williams & Wilkins. – 1997. – P. 395-460.
20. Prediction of lubricating film thickness in UHMWPE hip joint replacements /D. Jalali-Vahid, M. Jagatia, Z.M. Jin, D. Dowson // *Journal of Biomechanics.* – 2001. – V. 34, No. 2. – P. 261–266.
21. A comparative appraisal of stress patterns in mathematical models of the normal hip joint and after implantation of Parhofer-Monch type hip prosthesis /D.Kusz, J. Okrajni // *Chirurgia Narządów Ruchu i Ortopedia Polska.* – 2000. – V. 65, No. 6. –P. 657–664.
22. The role of lubrication in biomechanical joints /V.C. Mow // *Journal of Lubrication Technology, Transactions of ASME.* – 1969. – V. 91. – P. 320–329.
23. *Ozkaya, N. Fundamentals of Biomechanics. Equilibrium, Motion, and Deformation. 2nd Ed / N. Ozkaya, M. Nordin.* – New York: Springer Verlag, 1999.
24. Influence of cartilage geometry on the pressure distribution in the human hip joint /P.D. Rushfeld, R.W. Mann, W.H. Harris // *Science.* – 1979. – V. 27 – P. 413-415.
25. *Ryniewicz, A.M. The analysis of lubrication mechanism of a human hip joint: Dissertations – Monographies / A.M. Ryniewicz.* – Poland, Krakow: AGH University of Science and Technology.– 2002. – No.111 (*in Polish*).
26. Elastohydrodynamic lubrication analysis of metal-on-metal hip-resurfacing prostheses /I.J. Udofia, Z.M. Jin // *Journal of Biomechanics.* – 2003. – V. 36, No. 4. – P. 537-544.
27. *Tribologie fur menschliche Gelenke /K. Wierzcholski // Tribologie und Schmierungstechnik.* – 2002. – V. 5. – P. 5–13.
28. Hydrodynamic lubrication theory of human joint gap /K. Wierzcholski // *Russian Journal of Biomechanics.* – 2002. – V.6, No.1. – P. 34–55.
29. The method of solution for hydrodynamic lubrication by synovial fluid flow in human joint gap /K. Wierzcholski // *Control and Cybernetics.* – 2002. – V.31, No.1. – P. 91–116.
30. The method of capacity values determination in human joint gap /K. Wierzcholski // *Journal of Applied Mechanics and Engineering.* – 2002. – V.7. – P. 65–71.
31. Capacity force for synovial unsymmetrical flow in human hip joint with changeable gap /K. Wierzcholski // *Exploitation Problems of Machines (ZEM) / Polish Academy of Sciences.* – 2002. – V.37, z.3(131). – P. 169–180.
32. *Wierzcholski, K. Pressure distributions in deformed hip joint gap / K. Wierzcholski // Mechanics in Medicine: Proceedings of the 6-th Scientific Seminar.* – Rzeszow-Boguchwała, Poland. – 2002. – P. 191-199.
33. *Wierzcholski, K. Numerical view of pressure, capacity and compressive stress in human hip joint gap /K. Wierzcholski // Tribologia.* – 2002. – V. 182, No.2. – P. 765–777.
34. *Wierzcholski, K. Numerical calculations of pressure and capacity for unsteady lubrication of human hip joint /K. Wierzcholski // Tribologia.* – 2002. – V. 184, No. 4. – P. 1321–1329.
35. *Wierzcholski, K. Non-stationary lubricant flow of synovial fluid in a human hip joint /K. Wierzcholski // Scientific Papers of Applied Mechanics Department of Silesian University, Gliwice, Poland.* – 2002. – No.18. – P. 439-444.

DESCRIPTION OF PRESSURE, CAPACITY AND COMPRESSIVE STRESSES FOR SPHERICAL ENDOPROSTHESIS OF THE HUMAN HIP JOINT

A.A. Czajkowski (Szczecin, Poland)

The numerical analysis of pressure, capacity and compressive stresses performed for synovial unsymmetrical and stationary fluid flow in the human spherical endoprosthesis was presented in this paper. The paper shows the particular Reynolds equation for pressure distribution in hydrodynamic lubrication problem for endoprosthesis of the hip joint. The new elements of the paper are not only the analytical formulae for capacity force in spherical system but also the pressure distributions calculated for changeable spherical gap height of endoprosthesis and changeable synovial fluid viscosity. Also the new element of this paper is the calculation of the compressive stresses occurring between co-operating bone surfaces in endoprosthesis.

Key words: human hip joint, spherical endoprsthesis, working parameters.

Получено 1 сентября 2004