

УДК 531/534: [57+61]

БИОМЕХАНИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФУНКЦИИ МОЛОЧНОЙ ЖЕЛЕЗЫ

М.И. Шмурак*, В.М. Тверье*, Е.Ю. Симановская**, Ю.И. Няшин*

*Кафедра теоретической механики Пермского государственного технического университета, Россия, 614990, Пермь, Комсомольский пр., 29а, e-mail: shmurak@permonline.ru

**Кафедра детской стоматологии и ортодонтии Пермской государственной медицинской академии, Россия, 614990, Пермь, ул. Куйбышева, 39

Аннотация. Предлагается модель функционирования молочной железы здоровой женщины с нормальной лактацией во время кормления. Модель полностью описывает процесс естественного вскармливания и включает в себя функцию выработки и расхода молока. Идентифицирован эффективный коэффициент эластичности системы молочных протоков. Приводятся этапы построения математической модели. Показано хорошее совпадение результатов с экспериментальными данными.

Ключевые слова: естественное вскармливание, модель, молочная железа, объемный расход, эластичность.

Введение

В настоящее время подавляющее большинство детей вскармливается искусственно [1]. Однако современные исследования доказали, что искусственное вскармливание значительно отличается от естественного [6–8]. Характер вскармливания во многом определяет развитие зубочелюстной системы, ее костно-мышечного аппарата и ряда жизненно важных функций, таких как сосание, жевание, глотание, дыхание, а следовательно, развитие ребенка в целом [2]. Процесс вскармливания, как известно, характеризуется функцией давления, расходом и ритмом сосательных движений, однако на сегодняшний день уделяется внимание лишь качественным характеристикам питания.

Для полного биомеханического описания вскармливания необходимо построение математической модели в первую очередь процесса естественного вскармливания. Теоретическое и практическое исследование искусственного вскармливания, основанное на моделировании процесса кормления грудью, позволит определить недостатки первого и внести необходимые коррективы в этот процесс. В литературных источниках подобной информации нами не обнаружено.

В процессе естественного вскармливания младенца активно участвует женский организм. Известно, что в протоках женской молочной железы в момент кормления возникает избыточное давление [6]. Процесс естественного вскармливания, с точки зрения биомеханики, можно описать моделью функционирования молочной железы.

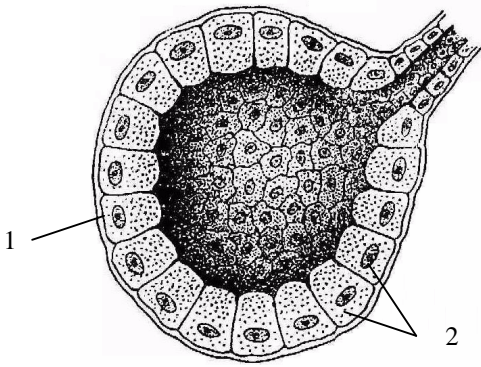


Рис. 1. Строение альвеолы.
Видны наружная мембрана (1) и один слой железистых клеток (2)

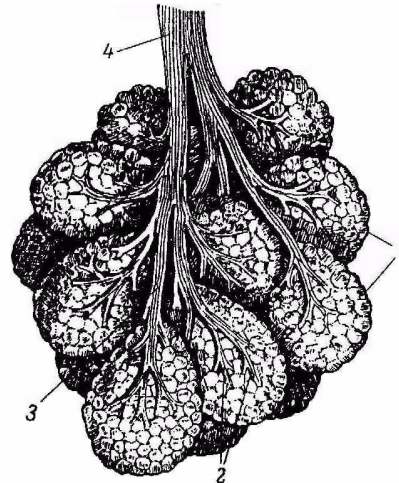


Рис. 2. Строение доли молочной железы.
1 – дольки железы; 2 – внутридольковые протоки;
3 – междольковые протоки; 4 – выводной проток доли

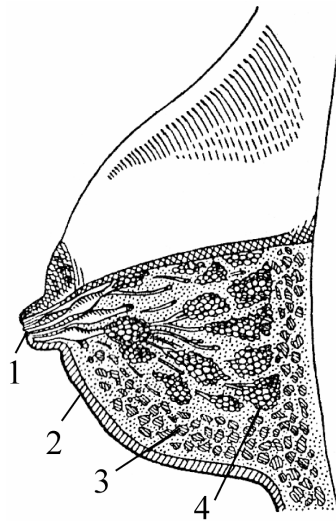


Рис. 3. Строение молочной железы женщины в разрезе.
1 – сосок с выводными протоками (у основания соска видны молочные синусы); 2 – кожа;
3 – жировая ткань; 4 – доли молочной железы с протоками

Молочная железа

Железистая ткань молочной железы представляет собой дольчато-альвеолярную систему [4]. Альвеолы состоят из слоя секреторных клеток и мембраны (рис. 1). Каждая из них окружена густой сетью миоэпителиальных клеток, обладающих сократительной способностью и регулирующих ее просвет. Альвеолы объединяются в дольки, затем в еще более крупные образования – доли, имеющие эластичные выводные протоки (рис. 2). Крупные протоки перед соском имеют небольшие расширения, так

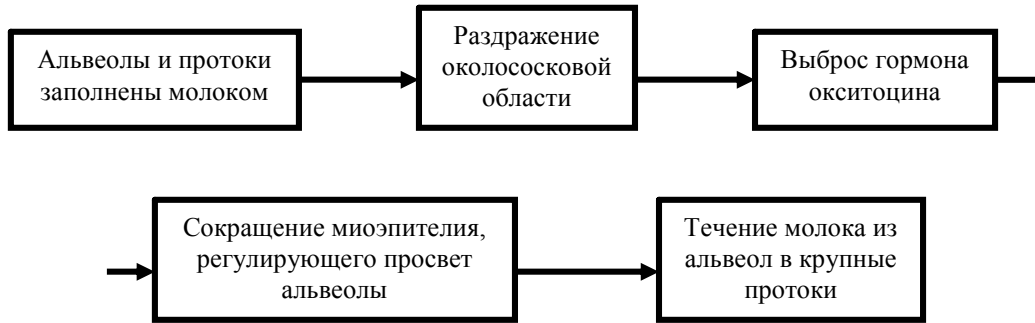


Рис. 4. Схема выработки молока у женщин с началом кормления

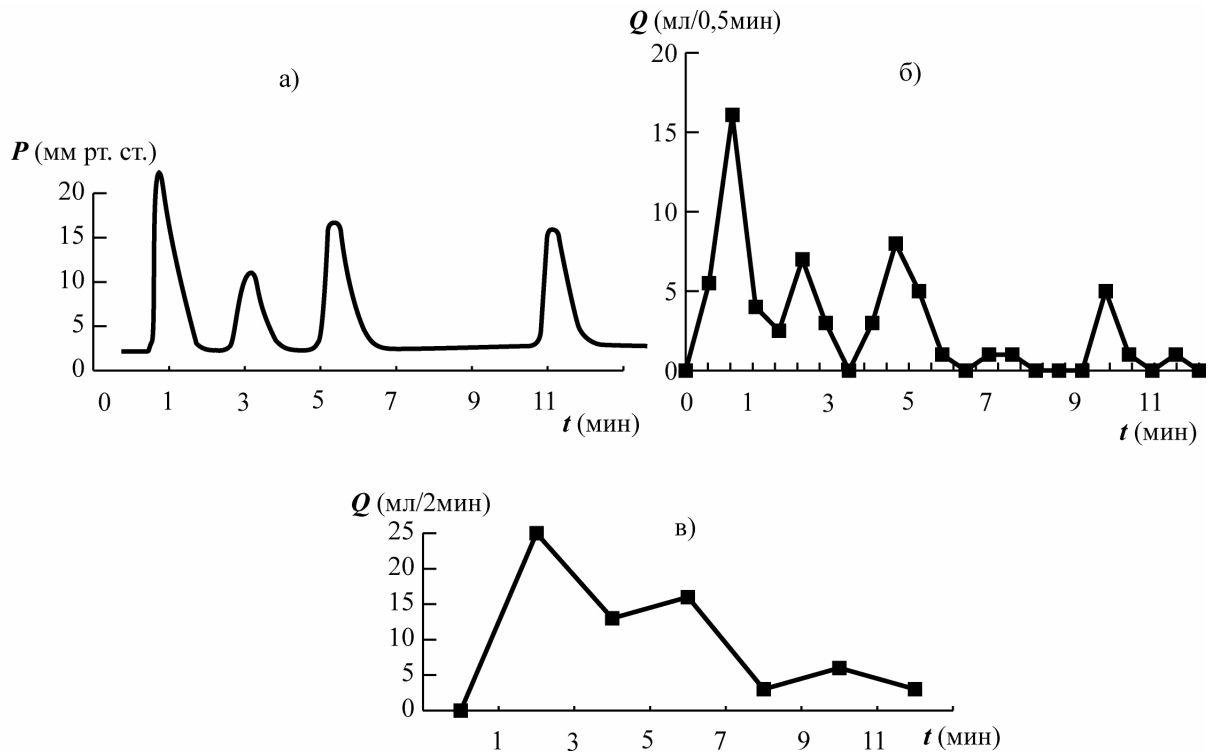


Рис. 5. Внутривезикулярное давление (а) и скорость выведения молока (б, в) у рожениц в зависимости от времени

называемые цистерны, или молочные синусы, и заканчиваются тонкими выводными протоками (рис. 3).

Молоко образуется в секреторных клетках альвеол, его выработка происходит постоянно и в небольших количествах. Затем молоко по системе протоков поступает в молочные синусы, так называемые «хранилища» молока, где оно накапливается до начала кормления.

К моменту начала кормления протоковая система железы заполнена молоком (рис. 4). Ребенку для получения молока необходимо лишь преодолеть сопротивление сфинктера в соске. С началом кормления, в первую очередь, освобождаются синусы и крупные протоки. У женщины в момент начала кормления происходит выброс гормона окситоцина, который вызывает сокращение миоэпителия, что стимулирует активное течение молока из альвеол. Как известно из экспериментальных исследований, полное расслабление мышечного тонуса молочной железы наступает примерно через 20 минут после окончания кормления.

Экспериментально было установлено [8], что «пищевая» фаза кормления составляет лишь первые 10 минут, остальное время ребенок, в большей степени, удовлетворяет сосательный рефлекс. Расходная характеристика естественного вскармливания показала, что в первые две минуты активного сосания дети съедают 50 % необходимой пищи, а в первые 4 минуты – 80–90 %.

Исследования процесса выведения молока у женщин [6] установили, что молоко из молочной железы поступает ребенку не только благодаря разрежению в ротовой полости и стимулам сжатия соска, но вследствие избыточного внутрижелезистого давления, которое обусловлено увеличением концентрации окситоцина в крови (рис. 5а). Измерение производилось с помощью металлического катетера диаметром 0,65 мм, который вводился в молочный проток на глубину 1,5 – 2 см. Катетер с помощью полиэтиленовой трубки с внутренним диаметром 0,8 мм соединялся с датчиком давления. Рефлекс молокоотдачи, также как и акт сосания, у младенца имеет импульсный характер. Наибольшие пики внутрижелезистого давления приходятся на первые минуты кормления и составляют примерно 2,7 кПа (20 мм рт. ст.). Кроме того, была получена расходная характеристика для процесса молоковыведения. Для выведения молока использовался специально разработанный аппарат, с помощью которого подавались пневмостимулы давления и вакуума на сосок и ареолу. Для сбора молока использовался градуированный стеклянный молокоборник емкостью 150 мл с ценой деления 1 мл. Объем молока измерялся каждые 30 с (рис. 5б) и каждые 2 минуты (рис. 5в).

При частоте импульсов 60 имп / мин выведение молока за первые 3 минуты составило около 50 % и за 8 мин – 90 %. Это очень похоже на результат исследования [8], а разницу для промежутка времени, за который ребенок получает 90 % молока, можно объяснить тем, что в последнем случае [6] для молоковыведения использовался специальный аппарат.

Моделирование функционирования молочной железы, учитывающее полное ее анатомическое строение, очень трудно осуществить в полной мере. Поэтому целесообразно сделать ряд упрощающих предположений. Аналогичная ситуация наблюдалась при моделировании кровеносной системы человека. Моделирование функционирования молочной железы строится на основе модели О. Франка [3] для сердечно-сосудистой системы.

Построение модели

В результате анализа физиологии и известных результатов экспериментальных исследований нами построена модель функционирования молочной железы во время кормления, которая полностью описывает процесс естественного вскармливания.

Выделим две фазы течения и выработки молока в период кормления.

1-я фаза – фаза непосредственного кормления, с момента прикладывания младенца к груди до полного его отстранения. Во время этой фазы накопленное молоко из эластичных синусов и крупных молочных протоков поступает в рот ребенка. Одновременно начинается активная выработка молока в альвеолах, из которых оно поступает в крупные молочные протоки и цистерны.

2-я фаза – накопительная фаза, с момента завершения до начала следующего кормления. В начале этой фазы в цистернах и крупных протоках количество молока минимально, оно уже не поступает в рот ребенка, а в альвеолах все еще вырабатывается молоко и поступает в протоки.

При построении модели сделаны следующие допущения:

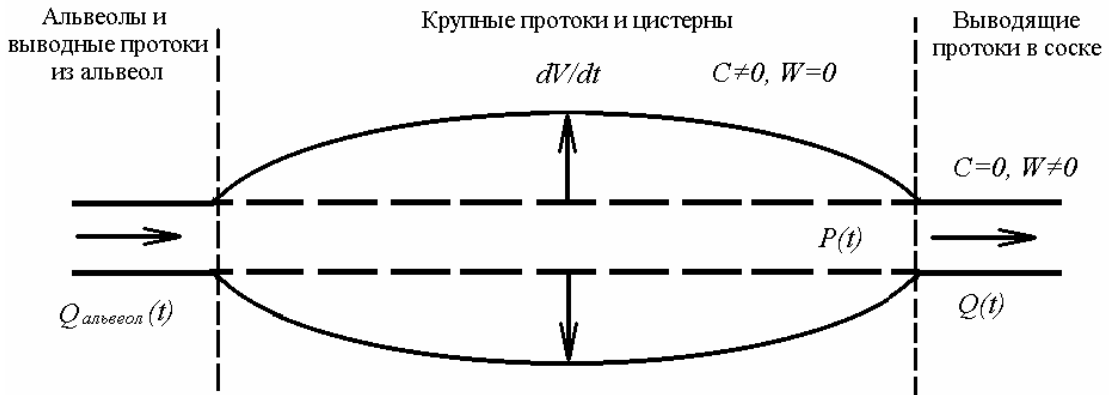


Рис. 6. Схематичное изображение течения молока

- 1) все крупные протоки и цистерны объединены в один резервуар с эластичными стенками, объем которого пропорционален давлению (рис. 6). Резервуар обладает высокой эластичностью, а его гидравлическим сопротивлением пренебрегаем;
- 2) система выводных протоков в соске представляет собой жесткую трубку. Гидравлическое сопротивление жесткой трубки велико, а эластичностью этих протоков будем пренебрегать;
- 3) эластичность и сопротивление для каждой группы протоков постоянны во времени и пространстве;
- 4) не рассматриваются переходные процессы установления движения молока;
- 5) система протоков всегда заполнена молоком.

Составим систему уравнений, описывающих процесс.

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= Q_{\text{альвеол}} - Q, \\ dV &= CdP, \\ Q &= \frac{P - P_{\text{кон}}}{W}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\frac{dV}{dt}$ – скорость изменения объема резервуара, $Q_{\text{альвеол}}(t)$ – объемный расход молока, поступающего из альвеол, $Q(t)$ – расход молока в начале выводных протоков в соске, dV – изменение объема крупных протоков, C – эффективная эластичность, $P(t)$ – давление в крупных протоках, $P_{\text{кон}}$ – давление на выходе из жесткой трубки, W – гидравлическое сопротивление мелких протоков в соске.

Первое уравнение системы (1) свидетельствует о том, что скорость изменения объема резервуара равняется разности расходов притока в него молока из альвеол и оттока в выводные протоки в соске. Второе уравнение – это предположение, что изменение объема резервуара линейно зависит от изменения давления молока в нем dP . Третье уравнение следует из предположения, что молоко является ньютоновской жидкостью и является результатом реализации течения Пуазейля в жесткой трубке.

Можно получить неизвестные параметры, используя ряд известных экспериментальных данных. Давление внутри протоков $P(t)$ (рис. 5, а), расход молока $Q(t)$ (рис. 5в), вытекающего из соски, и давление $P_{\text{кон}}$ внутри ротовой полости ребенка [4, 6, 8] – известны. Значит, в системе (1) неизвестными являются функция $Q_{\text{альвеол}}(t)$,

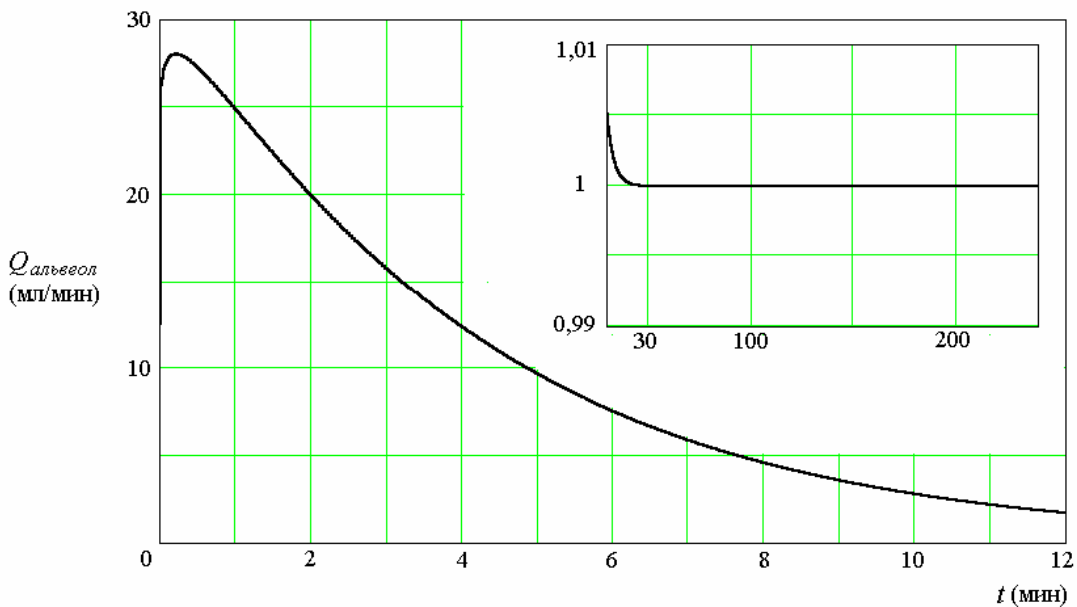


Рис. 7. График функции объемной скорости поступления молока из альвеол $Q_{альвеол}(t)$

эффективный коэффициент эластичности C и гидравлическое сопротивление W . Функцию расхода молока, поступающего из альвеол, можно построить, опираясь на некоторые исследования и сделав ряд предположений.

Построение функции расхода молока, поступающего из альвеол

Емкостная система женской молочной железы слабо развита, значит, объем накопленного к началу кормления молока в ее протоках мал, этого количества недостаточно для того, чтобы ребенок был сыт. Основная часть молока вырабатывается во время кормления [4].

В основу построения функции расхода молока, поступающего из альвеол $Q_{альвеол}(t)$, положены экспериментальные данные и наблюдения о рефлексе молокоотдачи у женщин [6]. Исследования показали [4], что напряжение в железе сначала усиливается, а затем проявляется то более, то менее выраженная тенденция к его снижению еще до того, как кормление окончено. Таким образом, с началом кормления у женщины начинает активно вырабатываться молоко, при этом очень быстро наступает спад этой активности. Однако окончательное расслабление тонуса молочной железы достигается примерно через 20 минут после кормления. По-видимому, это происходит потому, что за указанное время в емкостной системе успевает накопиться некоторое количество вновь образованного молока. Кроме того, как было указано выше, к моменту кормления молочная железа заполнена молоком.

Исследования [6, 8] говорят о том, что пищевая фаза кормления составляет лишь первые 10 минут, 90% извлеченного ребенком молока получены в первые 8 минут.

На основании изложенного сделаем ряд предположений.

- Учитывая, что к моменту начала кормления молоко вырабатывается в малых количествах, будем считать объем выработки молока близким к нулю и постоянным во времени.

- С началом кормления молоко начинает вырабатываться в больших количествах, а затем наблюдается постепенный спад активности железы, окончание которого приходится на 20-ю минуту после завершения кормления.
- В промежутках между кормлениями молоко все время вырабатывается, но в очень малых количествах.

График (рис. 7) функции вида (2) удовлетворяет всем этим качественным характеристикам.

$$Q_{\text{альвеол}}(t) = q_0 + (q_{\text{max}} - q_0) \cdot \left[\left(\frac{t}{t_q} \right)^{\alpha_1} \cdot e^{\left(\frac{1-t}{t_q} \right)^{\alpha_2}} \right], \quad (2)$$

где q_0 , q_{max} , t_q , α_1 , α_2 – некоторые коэффициенты, постоянные во времени и пространстве.

Расход молока, поступающего из альвеол к моменту начала кормления и в промежутках между кормлениями, должен быть незначительным, поэтому мы приняли его $q_0 = 1$ мл/мин. Опираясь на исследования [6] для нормальной железы и взяв среднее значение максимальной скорости выведения молока на рис. 5б и 5в, определим величину $q_{\text{max}} = 20$ мл/мин. Функция $Q_{\text{альвеол}}(t)$ должна резко возрастать с момента начала кормления, поэтому $t_q = 2$ мин. Параметры $\alpha_1 = 0,1$ и $\alpha_2 = 0,6$ и были определены таким образом, чтобы площадь под кривой за первые 8–10 минут составляла 90 % от площади под кривой за все время кормления.

График функции представлен на рис. 7.

Определение коэффициента эластичности

Модель молочной железы представлена в виде некоторого источника (система альвеол), характеристикой которого является функция $Q_{\text{альвеол}}(t)$, эластичного резервуара (цистерны и крупные протоки), изменяющего свой объем, и жесткой трубки с гидравлическим сопротивлением (выводные протоки в соске), характеризующейся объемным расходом молока $Q(t)$ (рис. 6).

Для определения коэффициента эластичности рассмотрим вторую фазу выработки молока – накопительную.

К моменту начала следующего кормления t_2 все крупные протоки и цистерны молочной железы заполнены молоком. Кроме того, как уже говорилось выше, из альвеол поступает в незначительных количествах молоко. Так как кормление еще не началось, то нет оттока молока, и на промежутке времени $t \in (t_1, t_2)$, где t_1 – время завершения предыдущего кормления, $Q(t) \equiv 0$.

Тогда система уравнений (1) может быть записана в следующем виде:

$$\frac{dV}{dt} = Q_{\text{альвеол}}(t), \quad (3)$$

$$dV = CdP.$$

Проинтегрируем второе уравнение:

$$V - V_0 = C \cdot (P - P_0), \quad (4)$$

полагаем, что при $P_0 = 0$, $V_0 = 0$. Значит

$$V(t) = C \cdot P(t). \quad (5)$$

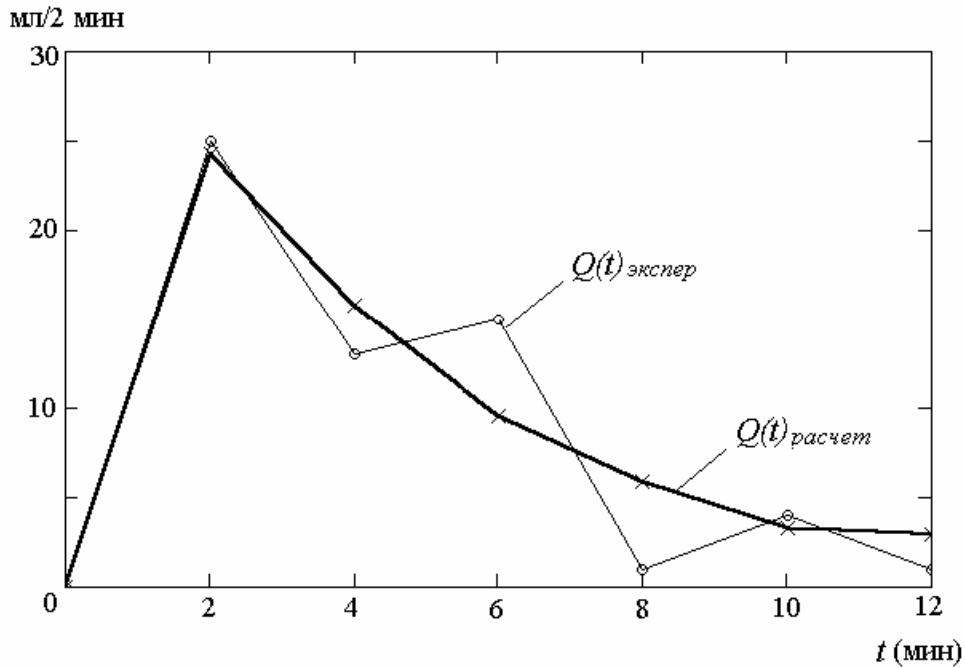


Рис. 8. Графики расхода молока в начале выводных протоков в соске.
Проверка определения коэффициента эластичности

К окончанию предыдущего кормления в железе остается малое количество молока $V(t_1) = V_{\min}$, для того, чтобы его пить, ребенку необходимо создавать отрицательное давление в ротовой полости. Давление в протоках в этот момент близко к атмосферному, потому что молоко не вытекает, когда ребенок отнят от соски. Будем считать давление в крупных протоках в момент завершения кормления равным атмосферному $P(t_1) = P_{\text{атм}}$. Тогда уравнение (5) можно записать в виде:

$$V_{\min} = C \cdot P_{\text{атм}}. \quad (6)$$

Как показали исследования [5], соотношение высосанного и сцеженного молока в среднем составляет 1,9. Известно, что ребенок в среднем съедает примерно 200 мл за одно кормление [1]. Будем считать, что сцеженное молоко составляет минимальный объем, содержащийся в резервуаре. И, таким образом, можно записать:

$$\frac{200}{V_{\min}} = 1,9. \quad (7)$$

Из (6) и (7) следует, что коэффициент эластичности можно определить по формуле:

$$C = \frac{200}{1,9 \cdot P_{\text{атм}}}. \quad (8)$$

При заданных параметрах коэффициент эластичности равен 0,14 мл/мм рт. ст. Коэффициент эластичности для кровеносных сосудов составляет для сравнения 1,2 мл/мм рт. ст.

Проверка правильности определения коэффициента эластичности может быть проведена при решении первых двух уравнений системы (1):

$$Q = Q_{\text{альвеол}} - C \frac{dP}{dt}. \quad (9)$$

Из эксперимента [2] известны функции $P(t)$ и $Q(t)$ (рис. 5). Аналитический вид функции $P(t)$ был определен методом наименьших квадратов:

$$P(t) = P_{амм} + p_0 + \sum_{k=1}^4 p_k \cdot e^{-4 \ln 2 \left(\frac{t-t_k}{\tau_k} \right)^2}, \quad (10)$$

где

$$p_0 = 0,56 \text{ мм рт.ст.},$$

$$p_1 = 21,5 \text{ мм рт.ст.},$$

$$p_2 = 9,6 \text{ мм рт.ст.},$$

$$p_3 = 16,1 \text{ мм рт.ст.},$$

$$p_4 = 15,0 \text{ мм рт.ст.},$$

$$t_1 = 1,1 \text{ мин},$$

$$t_2 = 3,12 \text{ мин},$$

$$t_3 = 5,14 \text{ мин},$$

$$t_4 = 10,29 \text{ мин},$$

$$\tau_1 = 0,42 \text{ мин},$$

$$\tau_2 = 0,55 \text{ мин},$$

$$\tau_3 = 0,55 \text{ мин},$$

$$\tau_4 = 0,51 \text{ мин}.$$

Подставив в уравнение (9) известные функции и определенный ранее коэффициент эластичности, найдем $Q(t)$. График функции $Q(t)$ приведен на рис. 8 в сравнении с экспериментальной кривой [6]. На рисунке видно хорошее совпадение теоретических и экспериментальных результатов.

Выводы

Построена математическая модель функционирования молочной железы в норме. Такая модель позволяет изучить и объяснить процесс естественного вскармливания младенца. Определены функция, описывающая процесс выработки молока $Q_{альвеол}(t)$, и эффективный коэффициент эластичности крупных молочных протоков C . Анализ и проверка полученных результатов подтверждают правильность проделанной работы, что позволяет в дальнейшем определить гидравлическое сопротивление соска молочной железы.

Список литературы

1. *Аверьянова, Н.И.* Как воспитать здорового ребёнка: Монография / Н.И. Аверьянова, А.А. Гаслова. – Пермь: ПГМА, 2001. – 187 с.
2. Биомеханика вскармливания детей раннего возраста / М.И. Булгакова, Е.Ю. Симановская, Ю.И. Няшин, В.М. Тверье // Российский журнал биомеханики. – 2003. – №4. – С. 9–21.
3. Биофизика: Учеб. для студ. высш. учеб. заведений / Под ред. проф. В.А. Антонова. – М.: Гуманит. изд. центр ВЛАДОС, 2003. – 288 с.
4. *Закс, М.Г.* Молочная железа. Нервная и гормональная регуляция её развития и функции /М.Г. Закс. – М. – Л.: Изд-во «Наука», 1964. – 276 с.
5. Об особенностях вскармливания грудных детей / М.И. Шмурак, В.М. Тверье, Е.Ю. Симановская, Ю.И. Няшин // Биомеханика-2004. VII всероссийская конференция по биомеханике. – 2004. – Том 1. – С. 85–86.
6. Роль вакуумных и тактильных стимулов в процессе выведения молока из молочной железы женщины / Н.П. Алексеев, В.К. Ярославский, С.Н. Гайдуков, В.И. Ильин, Ю.А. Спесивцев, Т.К. Тихонова, Н.Б.Кулагина // Физиологический журнал им. И.М. Сеченова. – 1994. – №9. – С. 67–74.
7. Сравнительное исследование грудного и искусственного вскармливания детей методом ультразвукового сканирования / Е.В. Финадеева, И.В. Дворяковский, О.А. Сударова, М.С. Кулагин // Стоматология. – 1990. – №2. – С. 70–73.
8. Pattern of milk flow in breast-fed infants / A Lucas., P.J. Lucas, J.D. Baum // The Lancet Ltd. – 1979. – P. 57–58.

BIOMECHANICAL MODELLING OF FUNCTION OF THE MAMMA

M.I. Shmurak, V.M. Tverier, E.Y. Simanovskaya, Y.I. Nyashin (Perm, Russia)

The model of functioning of the mamma with a normal lactation of healthy women during feeding is proposed. The model completely describes process of breast feeding and includes function of production and consumption of milk. Effective elasticity coefficient of system of milk ducts is identified. The stages of the mathematical modeling are given. The good coincidence of results with experimental data are shown.

Key words: breast feeding, model, mamma, volume rate of flow, elasticity.

Получено 29 сентября 2004