



УДК 531/534:57+612.7

## ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ВРАЩЕНИЯ ТЕЛА НА УСИЛИЕ РУКИ ПРИ ТОЛКАНИИ ЯДРА

А. Рахикайнен\*, П. Лухтанен\*\*

\*Department of Engineering Physics and Mathematics, Institute of Mathematics, Helsinki University of Technology, PL 1000, 02015 TKK, Otakaari 1, Espoo, Finland, e-mail: ahti.rahikainen@hut.fi

\*\*KIHU – Research Institute for Olympic Sports, Helsinki, Finland

\*Кафедра инженерной физики и математики, Институт математики, Технический университет Хельсинки, Финляндия

\*\*Исследовательский институт олимпийских видов спорта, Хельсинки, Финляндия

**Аннотация.** Цель данного исследования – изучение механики составного движения, включающего вращение тела и толкание ядра рукой, а также поиск возможности максимально увеличить скорость ядра во время выполнения толчка. Было получено соответствующее уравнение движения, решение которого совпало с экспериментальной кривой скорости. Авторами было численно установлено влияние скорости вращения тела на дальность полета ядра и получена оптимальная скорость вращения тела. В результате оказалось, что действенный метод увеличить эффективность толчка рукой заключается в закручивании траектории ядра влево в начале выполнения упражнения. Скорость вращения тела при традиционной скользящей технике сравнима со скоростью при вращательной технике. Было отмечено, что скорость вращения тела в первом случае составляет 13,8 рад/с до толчка рукой и снижается до 10,8 рад/с во время толчка рукой. Поэтому существенным моментом кажется то, что мышцы тела работают так, что скорость вращения туловища не снижается во время толчка рукой.

Примечание: 1. проверить после окончания перевода

Примечание: 2. проверить после окончания перевода

**Ключевые слова:** анализ движения, исследование спорта, биомеханика, механика мышц, толкание ядра.

### Введение

Данная работа представляет собой исследование сложного движения вращения тела толкателя ядра и его руки. В рамках исследований спорта эта тема обычно воспринималась как руководство для тренеров, см. работы [1-5]. Исследовательский институт олимпийских видов спорта (KIHU) провел ряд экспериментальных исследований по данной теме [6, 7]. Метод, который применялся для измерений трехмерного движения толчка ядра в координатном виде, описан в работе [8].

В работе [1] проводится следующее сравнение скользящей и вращательной техники: «Но значительное преимущество приобретает за счет угловой части траектории движения плеча и бедра во время подачи: скользящий достигает угла поворота 180°, в то же время вращающийся – 270°». Общепринятое представление среди спортивных тренеров заключается в том, что важным фактором для достижения более высокой скорости является длина той части траектории, где происходит

ускорение. Ее длина приводится в вышеприведенной цитате в виде градусов вращения плеча и бедра. Действительная причина здесь состоит в том, что скользящий не имеет достаточной длины разгона для того, чтобы достигнуть того же уровня угловой скорости, как у вращающегося. Продолжение цитаты из работы [1]: «Изначально предполагая то, что вращающийся не может увеличить время подачи, больший прирост скорости плеча приводит также к большему преднатяжению верхней части туловища, для которого необходимы силы реакций в ногах и в нижней части тела. После установки левой ноги продолжается поворот плеча как результат движения правой ноги. В точке максимума вращение запускает конечное распрямление толчковой руки». В этой части цитаты отмечается другой важный фактор – «преднатяжение верхней части туловища». Преднатяжение не может происходить из-за «большого прироста скорости плеча», как было сказано, потому что это уже относится к вращательной технике, и увеличение скорости плеча происходит до фазы прыжка и не влияет на подачу. Но преднатяжение верхней части тела происходит из-за работы ног во время подачи. Далее, по тексту [1]: «Функция ног во время подачи – обеспечить распрямление тела с рывком для того, чтобы дать основу для вращения туловища». Функция ног заключается не только в этом, по большей части они участвуют в создании преднатяжения тела в целом и в развитии приблизительно половины скорости отрыва при максимальном ускорении тела и ядра. Это можно увидеть из рис. 1 и 2. Продолжение предыдущего отрывка: «В точке максимума вращение запускает окончательное распрямление толчковой руки». В соответствии с этой частью цитаты вращение тела достигает своего максимума в тот момент, когда начинает распрямляться толчковая рука, и поэтому скорость вращения туловища существенно снижается. Впоследствии это приводит к потере скорости ядра. На рис. 3 показано, что «скользящий» спортсмен имеет скорость вращения 13,6 рад/с перед толчком рукой, что представляет собой среднее значение для «вращающихся» спортсменов [1], и только

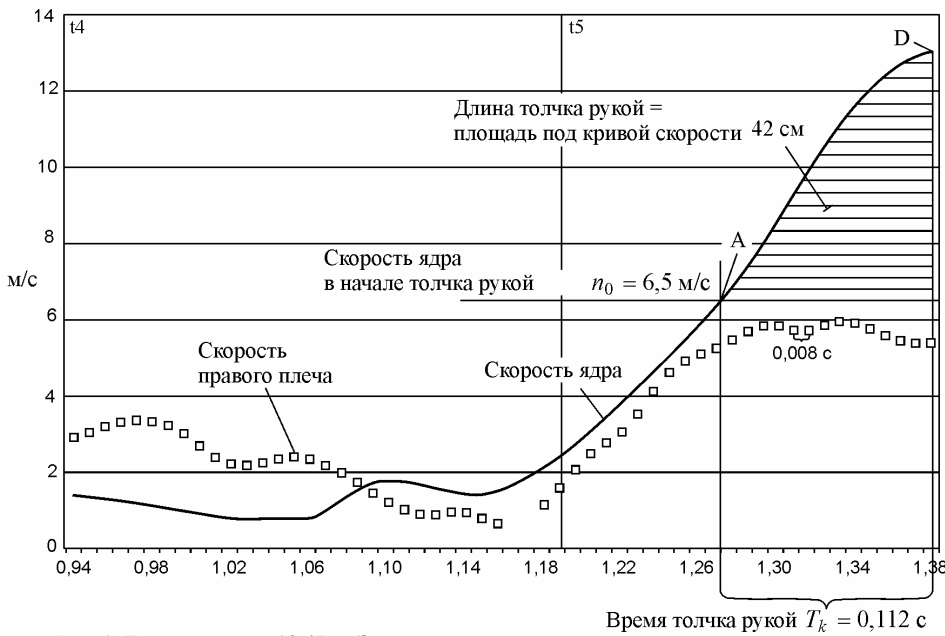


Рис. 1. Толчок ядра на 19,47 м. Экспериментально полученная скорость и длина толчка

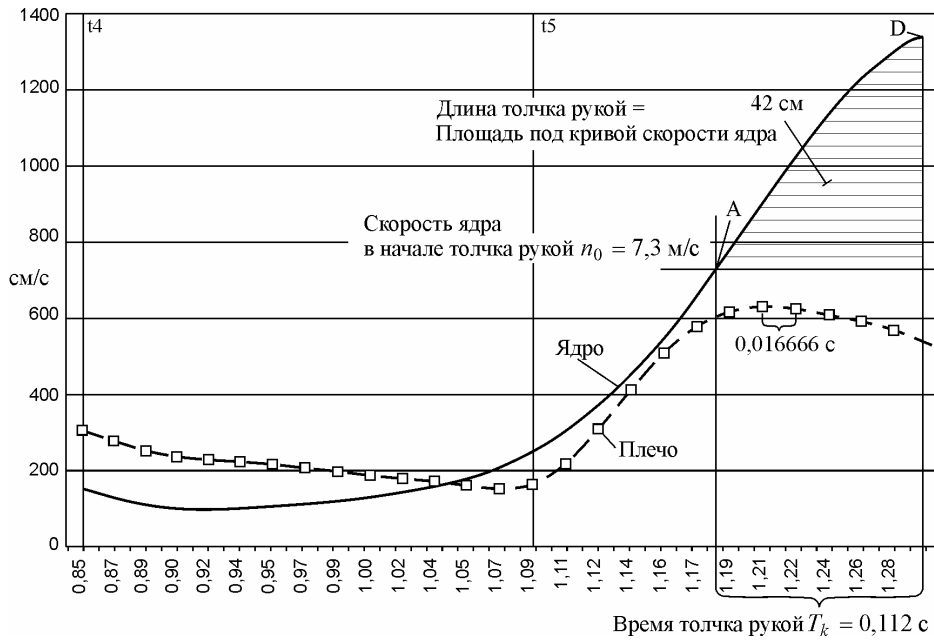


Рис. 2. Толчок ядра на 20,90 м. Скорректированные значения скорости ядра в начале толчка рукой, его длина и время

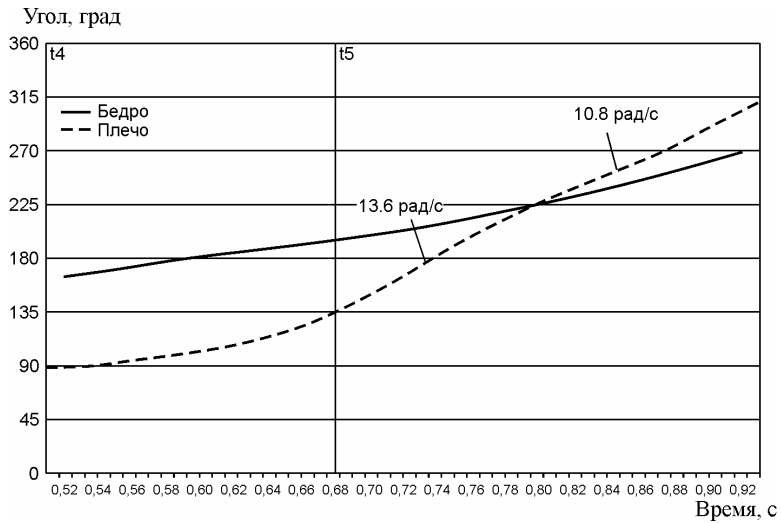


Рис. 3. Традиционная «скользящая» техника (Виле Тиисанджа в работе [6]): скорость вращения тела перед и во время толчка рукой

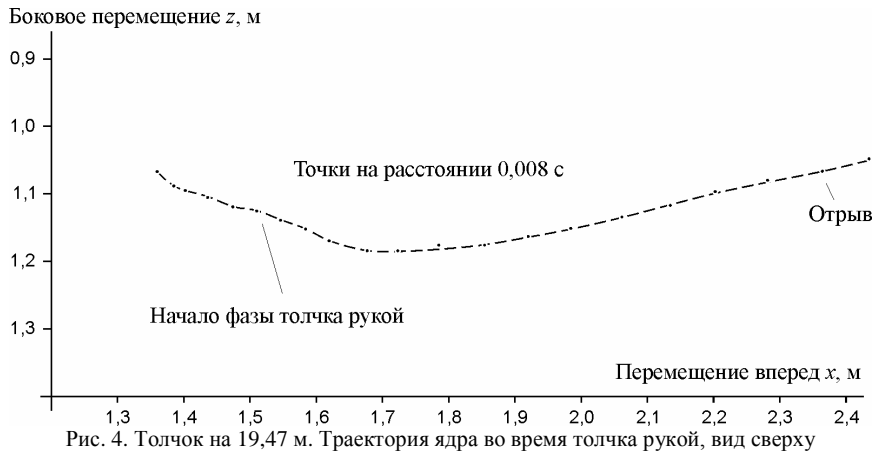


Рис. 4. Толчок на 19,47 м. Траектория ядра во время толчка рукой, вид сверху

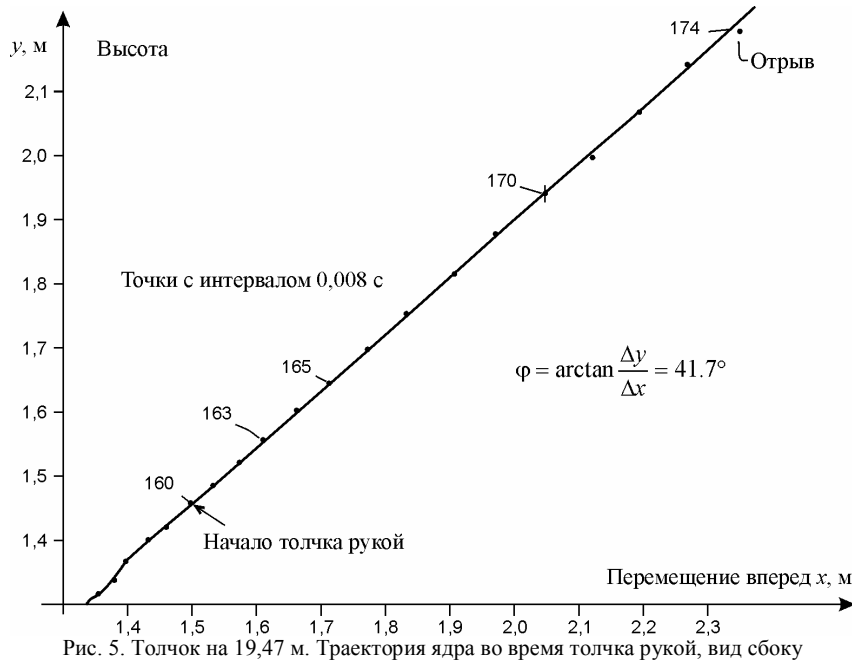


Рис. 5. Толчок на 19,47 м. Траектория ядра во время толчка рукой, вид сбоку

после того, как рука начнет толкательное движение, эта скорость снижается до величины 10,8 рад/с. Поэтому кажется, что малая скорость вращения «скользящего» спортсмена является большим недостатком его техники.

### Методы

#### Исходные значения

Используя программу подбора эмпирической кривой [9], были получены следующие начальные значения для толчка на длину 19,47 м, выполненного Арси Харджу (*Arsi Harju*) в Кироскоски (*Kyroskoski*) 22 июля 2000 г.: скорость отрыва

$N_0 = 13,023$  м/с, угол отрыва  $\alpha_0 = 39,79^\circ$ , точка отрыва  $x_0 = 0,21$  м (вперед) и  $z_0 = 2,24$  м (высота). Исследовательский институт олимпийских видов спорта (КИУ) предоставил данные о координатах, в соответствии с которыми вычерчена траектория ядра, рис. 4 и 5. Время толчка рукой вычислялось на основе кадров видео съемки, и в результате было получено время  $T_k = 0,112$  сек. Отрыв ядра происходит сразу же в конце кривой скорости (рис. 1), и поэтому, отделяя время толчка рукой, получается момент его начала. Исходя из продолжительности толчка  $T_k = 0,112$  сек, находится скорость перед толчком рукой  $n_0 = 6,5$  м/с, см. рис. 1 (из [12] в адаптированном виде). Наклон кривой скорости – ускорение ядра, которое в начале толчка составляет  $80$  м/с<sup>2</sup>, а соответствующая сила равняется приблизительно  $F_p = 80$  м/с<sup>2</sup> ·  $7,27$  кг =  $580$  Н. По мере того, как скорость ядра увеличивается, толчковая сила снижается. В конце толчка ускорение ядра уже равно  $30$  м/с<sup>2</sup>, а сила –  $220$  Н. Поскольку скорость ядра откладывается вдоль вертикальной оси, а время – вдоль горизонтальной, область между кривой «Скорость ядра» и прямой «Скорость ядра в начале толчка рукой  $n_0 = 6,5$  м/с» представляет собой перемещение ядра во время толчка (область отмечена штриховкой). При этом вычисляется длина толчка –  $42$  см. Кривая траектории ядра на рис. 5 (перемещение вперед-высота) в толчке  $160$  (точка А на рис. 1) соответствует углу наклона скорости толчка рукой  $\varphi = 41,7^\circ$ . Ускорение свободного падения –  $9,82$  м/с<sup>2</sup>, масса ядра –  $7,27$  кг.

### Дальность толчка

Скорость до толчка рукой здесь будем называть переносной скоростью. Компоненты переносной скорости показаны на рис. 6. Горизонтальная составляющая переносной скорости

$$n_{v0} = n_0 \cos \varphi$$

возникает в результате вращения тела, а вертикальная

$$n_{p0} = n_0 \sin \varphi$$

– в результате толчка ногой, который не может приводить к горизонтальному движению, потому что в конце толчка рукой нога находится в воздухе. Поэтому движение вперед нельзя остановить. Угол толчка рукой (рис. 6) равен

$$\beta_0 = \arctg \left( \frac{N_0 \sin \alpha_0 - n_{p0}}{N_0 \cos \alpha_0 - n_{v0}} \right).$$

Угол отрыва (рис. 6)

$$\alpha = \arctg \left( \frac{K \sin \beta_0 + n_{p0}}{K \cos \beta_0 + n_{v0}} \right).$$

Скорость отрыва (рис. 6)

$$N_0 = \sqrt{(K \cos \beta_0 + n_{v0})^2 + (K \sin \beta_0 + n_{p0})^2}.$$

Скорость ядра, приобретенная ядром во время толчка (рис. 6)

$$K = -\cos \beta_0 \cdot n_{v0} - \sin \beta_0 \cdot n_{p0} + \sqrt{(\cos \beta_0 \cdot n_{v0} + \sin \beta_0 \cdot n_{p0})^2 + N_0^2 - n_{v0}^2 - n_{p0}^2}.$$

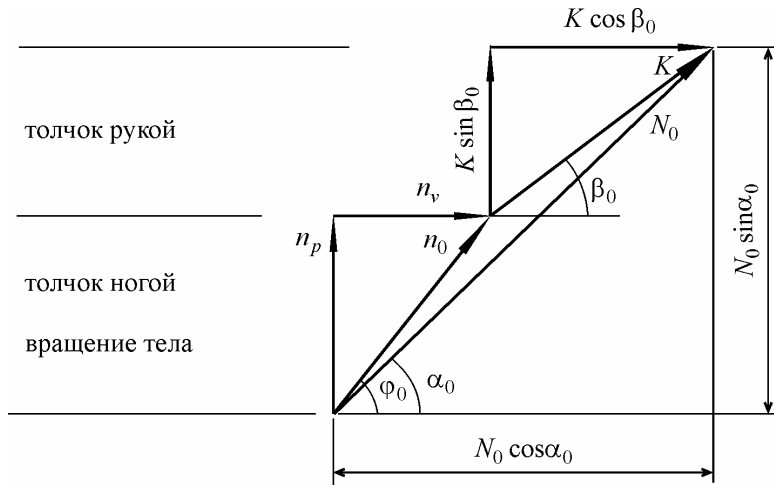


Рис. 6. Увеличение скорости ядра во время толчков ногой и рукой. Слагаемые роста скорости: толчок ногой  $n_p$ , вращение тела  $n_v$ , толчок рукой  $K$

Дальность толчка в вакууме, см. формулу (6) из [5],

$$X_0 = \frac{N_0}{g} \cos \alpha_0 \left[ \sin \alpha_0 + \sqrt{\sin^2 \alpha_0 + \frac{2g z_0}{N_0^2}} \right] + x_0.$$

Дальность толчка в воздухе при снижающем эффекте сопротивления воздуха 0,5427%, см. [10],

$$X_0(\text{в воздухе}) = \left( 1 - \frac{0,54}{100} \right) \cdot X_0(\text{в вакууме}) = 0,9946 \cdot X_0(\text{в вакууме}).$$

Влияние вращения тела в конце толчка рукой состоит в снижении скорости, развиваемой в течение всего этого времени  $\Delta K$ . Если вращение уменьшается, возникает следующий эффект:  $\Delta K$  снижается, скорость растет по мере того, как увеличивается  $K = K_0 - \Delta K$ , также возрастает скорость отрыва  $N_0$ . Что касается переносной скорости, то ее горизонтальная составляющая уменьшается  $n_v = n_{v0} - \Delta n_v$ , если понижается скорость отрыва  $N_0$ . Если вращение тела увеличить, то выше описанное происходит в обратном направлении.

### Эффект вращения тела

1. Скорость вращения тела снижается. → Горизонтальная составляющая переносной  $n_v$  скорости уменьшается (рис. 6).
2. Скорость вращения тела снижается. → Уменьшается поворот тела в конце толчка рукой. → Уменьшение скорости из-за вращения тела  $\Delta K$  убывает. → Увеличение скорости во время толчка рукой  $K$  возрастает.
3. Скорость вращения тела снижается. → Угол отрыва  $\alpha_0$  увеличивается (рис. 6).
4. Скорость вращения тела снижается. → Угол толчка рукой остается таким же.

Для толчка на 19,47 метров получились следующие начальные значения: переносная скорость  $n_{v0} = 4,85$  м/с,  $n_{p0} = 4,32$  м/с, угол толчка рукой  $\beta_0 = 37,9^\circ$ , рост скорости во время толчка рукой  $K = 6,53$  м/с, дальность толчка в вакууме  $X_0 = 19,57$  м.

**Уравнение движения**

Вес ядра 7,27 кг, а вес руки приблизительно 2,73 кг, всего – 10 кг (см. [11], стр. 117). В уравнениях использованы следующие обозначения: общая масса руки и ядра –  $m$ , скорость ядра во время толчка рукой –  $V$ , мощность, развиваемая рукой –  $P$ , время толчка рукой –  $T$ .

Влияние скорости на толчковую силу и внутреннее трение руки: толчковая сила –  $P/V$ , внутреннее трение в руке –  $CV$ .

Уравнение движения в дифференциальной форме

$$m \frac{dV}{dT} = \frac{P}{V} - CV. \tag{1}$$

Решение уравнения движения получается интегрированием

$$-\frac{m}{2C} \int -\frac{2CV}{P} \frac{1}{1 - \frac{C}{P}V^2} dV = \int dT. \tag{2}$$

Начальные условия формулируются в разделе «Численное определение оптимальной скорости вращения тела». Решение уравнения (2)

$$T = -\frac{m}{2C} \ln\left(1 - \frac{C}{P}V^2\right), \tag{3}$$

$$V = \sqrt{\frac{P}{C}(1 - e^{-(2C/m)T})}. \tag{4}$$

При аппроксимации уравнения к кривой, показанной на рис. 7, получаются следующие значения констант

$$C = 60 \text{ кг/с}, P = 4440 \text{ Вт}.$$

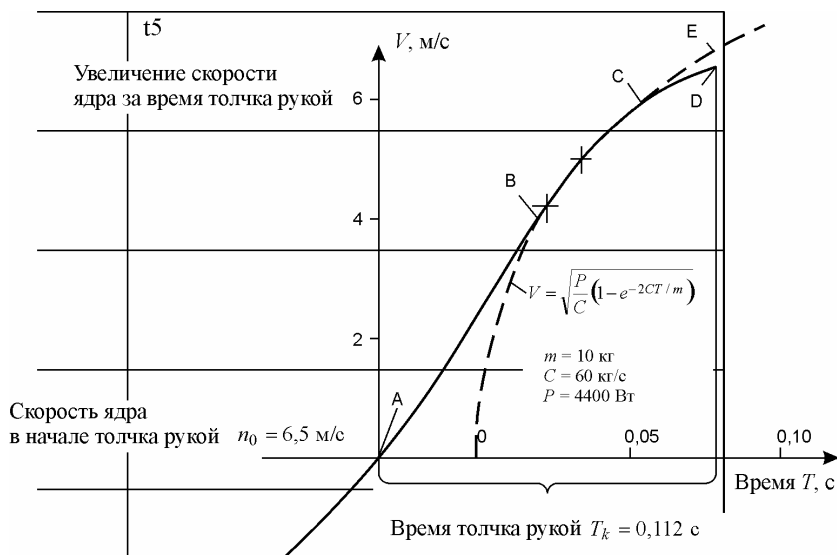


Рис. 7. Толчок на 19,47 м. Экспериментальная кривая скорости ядра (сечение А-В из рис. 1) изображена сплошной линией, а теоретическая кривая скорости – в виде прерывистой линии. Нулевая точка ( $V = 0$  и  $T = 0$ ) отстоит на 0,032 секунды от точки А

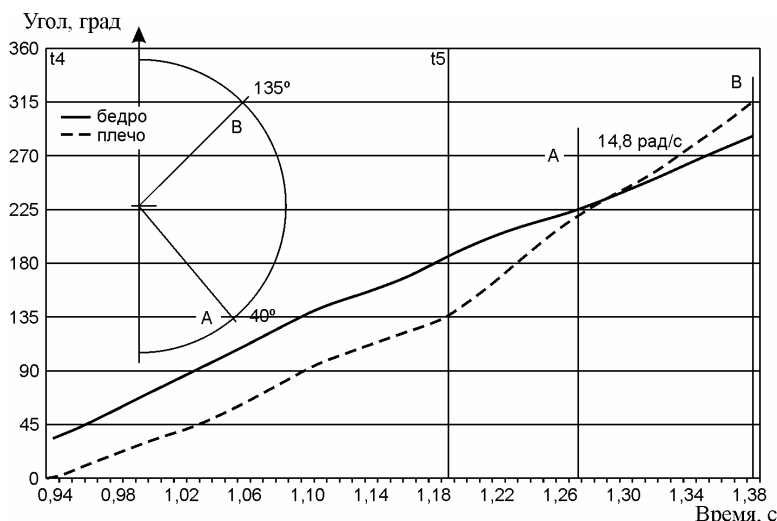


Рис. 8. Толчок на 19,47 м. Положение тела при вращении в начале (А) и в конце (В) толчка рукой

### Анализ толчка на 19,47 м

Скорость, приобретаемая ядром во время толчка рукой, можно определить с помощью кривых, представленных в отчете Исследовательского института олимпийских видов спорта (рис. 1 и 7 [6, 12]), если время толчка рукой известно. Поэтому часть кривой скорости, соответствующая времени толчка рукой, выделяется, начиная с ее конца. Продолжительность такого толчка вычисляется по последовательности кадров видеосъемки, полученной из Исследовательского института олимпийских видов спорта. В результате по данным рис. 1 время составило 0,112 секунд. Соответствующая траектория ядра представлена на рис. 4 и 5. При имеющейся скорости съемки видеокамеры 125 кадров в секунду становится возможным с достаточной степенью точности находить время и положение. Во время толчка рукой траектория ядра такова, что в сечении А-В на рис. 7 продолжается толчок рукой для развития скорости при максимальной толчковой силе, в этом случае наклон кривой близок к постоянному значению. Это происходит вследствие того, что максимальное увеличение скорости ограничено максимальной силой толкания атлета. Поскольку толчок рукой продолжается в сечениях В-С-Д, толчковая сила, разгоняющая ядро, снижается. Это можно увидеть из уменьшающегося наклона кривой скорости. Существуют три различных фактора, которые приводят к убыванию скорости. Первый – так как скорость ядра растет, скорость роста ограничена не максимальной толчковой силой, а максимальной движущей мощностью, в этом случае сила представляет собой мощность, поделенную на скорость. Второй фактор – внутреннее трение толчковой руки, которое можно считать пропорциональным скорости, снижает скорость ядра. Третий фактор – поскольку толкающий при совершении вращения движется боком по отношению к направлению толчка рукой, толчковая сила последнего уменьшается и исчезает, и рука следует за ядром, не придавая ему ускорения. На рис. 7 кривая, обозначенная прерывистой линией, описывает влияние первого и второго факторов в рамках кривой скорости. В сечении В-С кривая, полученная экспериментально, и прерывистая линия совпадают. В этой фазе толчка два выше обозначенных фактора являются основными, влияющими на скорость ядра, снижая его ускорение. В сечении С-Д экспериментальная кривая скорости «идет» ниже прерывистой линии. Здесь толкающий вращается настолько сильно боком в направлении толчка, что ускорение



ядра продолжает снижаться. Если бы спортсмен не поворачивался (или вращался) во время толчка рукой, то экспериментальная кривая скорости должна была бы совпасть с прерывистой линией в сечении С-Е.

#### Угол плеча по отношению к направлению толчка

На кадрах фильма, упоминавшихся ранее и зафиксировавших начало (А) и конец толчка (В), показан угол плеча по отношению к направлению толчка (диаграмма полукруга толчка ядра на рис. 8). Угол плеча при данном толчке отмечен на рис. 8 прерывистой линией. Временной интервал между точками А и В составляет 0,112 сек. Используя эти данные, можно отметить точки начала и завершения фазы толчка рукой на оси времени диаграммы, представленной Исследовательским институтом олимпийских видов спорта. Скорость вращения тела может быть вычислена по углу наклона прерывистой линии (т.е. по углу плеча по отношению к направлению толчка). В результате получено значение  $\omega_0 = 14,8$  рад/с.

#### Снижение длины толчка рукой как функция вращения тела

В толчке ядра вращение тела и толчок рукой происходят одновременно, и поэтому трудно заметить, что толчок рукой становится короче, когда выполняющий толчок вращается. Если он толкает так, что плечевой сустав остается неподвижным, длина толчка рукой определяется длиной руки. В этой модели статичного тела небольшое возвратное движение плечевого сустава способствует вращению тела. Это происходит из-за того, что длина толчка рукой складывается из длины самой руки и расстояния движения плечевого сустава, которое снижается при вращении туловища спортсмена.

Изменение горизонтальной компоненты переносной скорости в направлении толчка рукой  $n_v \cos \gamma$  показано на рис. 9. Длина толчка рукой становится короче на расстояние  $dL$  за время  $dt$

$$dL = (n_v - n_v \cos \gamma) dt . \quad (5)$$

Поскольку  $dt = d\gamma / \omega$ , получается

$$\Delta L = \int dL = \int_{\gamma_0}^{\gamma_1} (n_v - n_v \cos \gamma) \frac{d\gamma}{\omega} , \quad (6)$$

в результате

$$\Delta L = \frac{n_v}{\omega} [(\gamma_1 - \sin \gamma_1) - (\gamma_0 - \sin \gamma_0)] . \quad (7)$$

В разделе «Дальность толчка» была получена горизонтальная переносная скорость  $n_{v0} = 4,85$  м/с, а в разделе «Угол плеча по отношению к направлению толчка» приведена угловая скорость  $\omega_0 = 14,8$  рад/с. Угол плеча, при котором ядро отрывается от руки, обозначен  $\gamma_1$ . В этот момент времени угол  $\gamma_1 = 52^\circ = 0,908$  рад соответствует максимальному сокращению толчка рукой – 3,92 см.

#### Длина толчка рукой

На кривой скорости (рис. 1), скорость откладывается по вертикальной оси, а время – по горизонтальной оси. Расстояние, которое проходит ядро во время толчка рукой, равно площади между кривой скорости и переносной скоростью. Разделив время толчка рукой  $T_k$  на части  $\Delta T_{ki}$ , удастся приближенно рассчитать искомую длину  $L$  по формуле

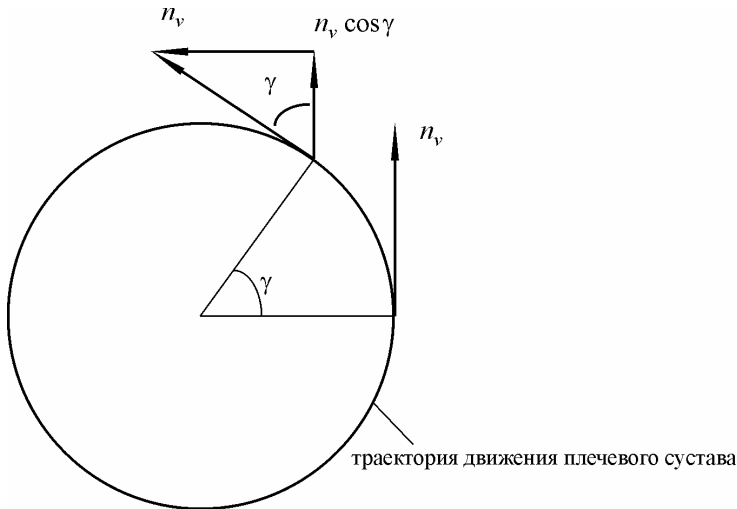


Рис. 9. Скорость  $n_v \cos \gamma$  является компонентой горизонтальной переносной скорости  $n_v$ , в направлении толчка рукой

$$L = \sum_{i=1}^n \Delta L_i = \sum_{i=1}^n V_i \cdot \Delta T_{ki}, \quad (8)$$

где  $\Delta L_i$  – прирост пройденного расстояния,  $\Delta T_{ki}$  – прирост времени,  $V_i$  – скорость ядра, соответствующая интервалу времени.

С помощью этой формулы рассчитывается длина толчка рукой в рассматриваемом случае 42 см. Теперь можно проверить соответствующее время 0,112 секунд. Считая, что при вращательном движении указанная длина становится короче на 4 см, получается 46 см общей длины толчка рукой. Это совпадает с измененным значением (от точки старта ядра до точки его отрыва) с достаточной степенью точности.

#### Влияние вращения тела на увеличение скорости при толчке рукой

Теоретическая (по уравнению 4) и замеренная скорости (рис. 1) рассогласованы между собой на 0,03 секунды перед завершением толчка рукой (рис. 10). В это время начинается поворот тела, толкающего ядро, который влияет на рост скорости. Из этого следует, что экспериментально полученное значение скорости (толстая линия) меньше, чем рассчитанное теоретически (тонкая линия). Разница между ними  $\Delta V$  является влиянием вращения тела, представленного на рис. 9. Величина  $\Delta V$  как функция угловой скорости вращения тела измерялась и затем использовалась для вычисления дальности толчка.

Угол вращения тела  $\theta$ , соответствующий времени  $T_k - \Delta t$ , равен  $\theta = \omega_0(T_k - \Delta t)$ . Новая угловая скорость составляет  $\omega = \theta/T_k = \omega_0(T_k - \Delta t)/T_k$ . При большей скорости вращения  $\omega$  толкающий ядро достигает положения поворота тела, обозначенного с помощью  $\Delta T$  на рис. 10. В этой точке снижение скорости, вызванное вращением тела, составляет  $\Delta V$ . Эффект вращения тела  $\omega$  рассчитывается в соответствии с кривой скорости (тонкая линия) до конца толчка рукой (время  $T_k$ ) и затем вычитается уменьшение скорости  $\Delta V$ , соответствующее  $\omega$ . Результат показан в таблице.

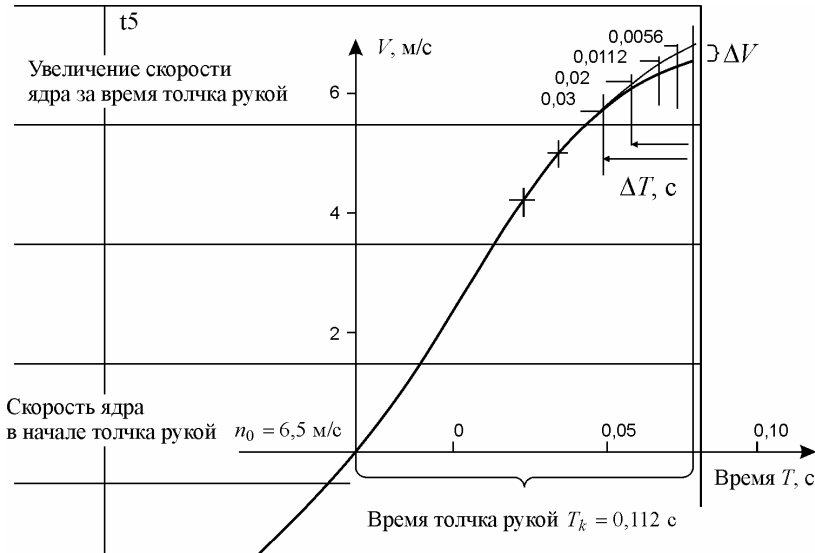


Рис. 10. Толчок на 19,47 м. Влияние вращения тела на скорость ядра во время толчка рукой

Таблица

Влияние скорости вращения тела на результат толчка

Коефф. Ф	$\omega$ , рад/с	$\Delta T$ , с	$\Delta L$ , см	$\Delta V$ , м/с	X, м
1,05	15,54	0,0056	-1,135	-0,5	19,24
1,00	14,8	0	0	-0,28	19,47
0,95	14,06	-0,0056	0,96	-0,17	19,38
0,90	13,32	-0,0112	1,751	-0,11	19,17
0,82	12,14	-0,020	2,894	-0,056	18,71

### Численное определение оптимальной скорости вращения тела

Дальность толчка определяется по исходным значениям вертикальной переносной скорости  $n_p$ , углу толчка рукой  $\beta_0$  и координатам точки отрыва  $x_0$  и  $z_0$ , которые описывались в разделах «Исходные значения» и «Дальность толчка».

Согласно уравнению 7 и таблице длина фазы толчка рукой уменьшается

$$\Delta L = \frac{n_v}{\omega} [(\gamma_1 - \sin \gamma_1) - (\gamma_0 - \sin \gamma_0)].$$

Время толчка рукой (см. уравнение 8)

$$T_K = T_k + \frac{\Delta L}{N_0 - n_0}.$$

Подгонка теоретически рассчитанной скорости ядра (уравнение 4) к экспериментальной величине показана на рис. 1. В сечении А-В значение модуля вектора скорости руки можно считать таким же, поскольку ядро движется почти в таком направлении. На рис. 7 нулевая точка  $V=0$  и  $T=0$  находится на расстоянии 0,032 секунды от точки А. Скорость в конце толчка рукой без учета эффекта вращения тела (см. уравнение 4)

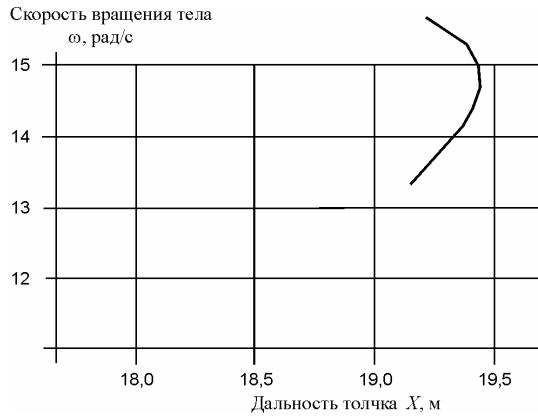


Рис. 11. Толчок на 19,47 м. Влияние скорости вращения тела  $\omega$  на дальность толчка  $X$  в соответствии с таблицей

$$T = T_k - 0,032 \text{ с},$$

$$V = \sqrt{\frac{P}{C}(1 - e^{-2CT/m})}.$$

Горизонтальная переносная скорость (коэффициент  $\Phi$  берется из таблицы)

$$n_v = n_{v0} \cdot \Phi.$$

Полная переносная скорость равна

$$n_0 = \sqrt{n_p^2 + n_v^2}.$$

Скорость отрыва  $N_0$  представляет собой сумму переносной скорости и прироста скорости, вызванного толчком рукой без вращения тела  $V$ , из которого вычитается эффект вращения тела  $\Delta V$  по таблице и по формуле

$$N_0 = n_0 + V - \Delta V. \tag{9}$$

Угол наклона переносной скорости  $n_0$  равен  $\varphi = 41,7^\circ$ , а угол наклона скорости отрыва  $N_0 - \alpha_0 = 39,79^\circ$ , и эти величины настолько близки друг к другу, что переносную скорость и скорость, вызванную толчком руки, можно сложить как скалярные величины. В этом случае изменение горизонтальной переносной скорости должно быть минимальным, притом что коэффициент  $\Phi$  лежит в пределах  $[0,8; 1,05]$ . Во всем остальном следует использовать метод вычисления вектора, изложенный в части «Дальность толчка». Эффект изменения угла отрыва ( $\alpha_0 = 39,79^\circ$ ) минимален в пределах  $39^\circ-44^\circ$  и может не рассматриваться.

В таблице скорость вращения тела, возникающая в рассматриваемом толчке ядра  $\omega_0 = 14,8$  рад/с, домножается на коэффициент  $\Phi$ , и получается новая скорость вращения тела  $\omega$ . Время отрыва изменяется на время  $\Delta T$  (рис. 10), длина толчка рукой становится больше (или короче) на величину  $\Delta L$  (уравнение 7), разница между теоретической или реальной скоростями равна  $\Delta V$  (рис. 10), а результат толчка –  $X$ . Зависимость скорости вращения от дальности толчка показана на рис. 11.



Рис. 12. Толчок на 20,90 м. Скорость ядра перед толчком рукой и его длина указаны так, как они представлены в работах [13, 14].

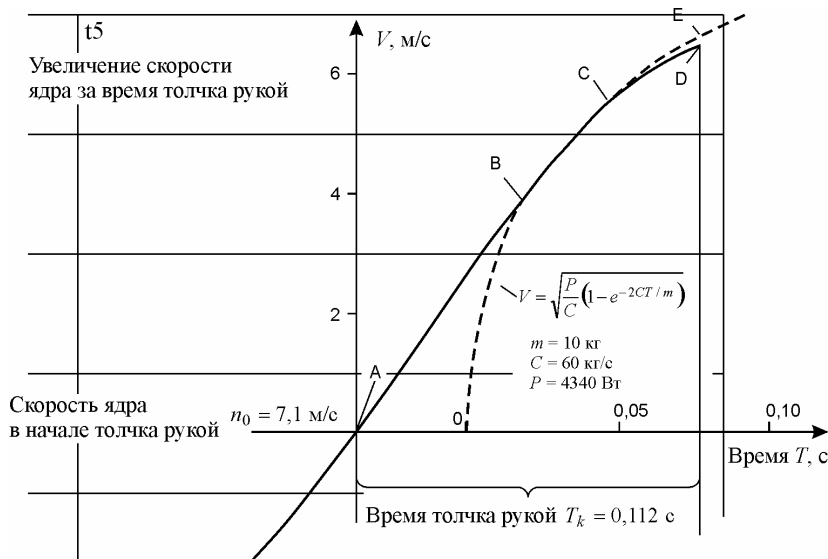


Рис. 13. Толчок 20,90 м. Экспериментальная кривая скорости ядра с рис. 2, см. сечение А-Д, изображена сплошной линией, а теоретическая кривая, уравнение (4), – в виде прерывистой линии. Нулевая точка ( $V = 0$  и  $T = 0$ ) отстоит на 0,036 секунды от точки А

### Анализ толчка на 20,90 м

Для того, чтобы сравнить два толчка и больше узнать о характеристиках толчка рукой, был проанализирован другой толчок, выполненный Арси Харджу. Этот анализ также необходим для подтверждения справедливости уравнения движения, потому что пригодность одного анализа может оказаться удачным совпадением. Другой толчок был на 20,90 м, см. [7], и ранее был использован как источник данных в работах [13,

14]. Экспериментально полученная кривая скорости для этого толчка показана на рис. 12 (адаптированная из [14]). Когда попытались подогнать скорость ядра, вычисленную по уравнению (4), к экспериментально полученным данным другого толчка, то ничего не получилось. Это означает, что существует какая-то ошибка. Измерение скорости ядра (для рис. 12) проводилось с помощью камеры медленной съемки, 60 кадров в секунду, и есть основания полагать, что в этом состоит причина неудачи. Определение времени толчка проводилось на основании указанных выше кадров, и на них же можно отметить, в каком кадре начинается толчок рукой и на каком он заканчивается. Но поскольку последовательные кадры отстоят друг от друга слишком далеко (интервал между кадрами 0,01666 с), невозможно точно определить моменты времени начала и конца толчка рукой. Скорость ядра при толчке 19,47 м (рис. 7) была измерена с помощью камеры с большей скоростью – 125 кадров в секунду (интервал времени 0,008 с), и такая скорость съемки оказалась достаточной для определения времени толчка рукой, которое составило 0,112 с при соответствующей длине 42 см (см. раздел «Длина толчка рукой»). Длина же толчка, показанного на рис. 12, равна 40 см. Это означает, что он слишком короткий, потому что толчки рукой одного и того же ядра должны быть почти одинаковой длины. Поэтому и длина на рис. 12 также должна быть 42 см. Прирост длины толчка рукой равен увеличению его скорости, помноженному на его продолжительность  $\Delta V \cdot T_k = 2$  см. Величина  $\Delta V$  – это снижение скорости до толчка рукой  $\Delta V = 0,02 \text{ м}/0,112 \text{ с} = 0,2 \text{ м/с}$ . Таким образом, скорость перед толчком рукой на рис. 12 должна составлять  $n_0 = 7,3 \text{ м/с} - 0,2 \text{ м/с} = 7,1 \text{ м/с}$ . Скорректированное значение скорости показано на рис. 2. После поправки уравнение (4) дает такую же скорость, что и скорость, показанная на рис. 2 (сечение В-С на рис. 13). Движущая мощность толчка рукой составила примерно  $P = 4340$  Вт. При этом толчковая сила на рис. 7 больше, чем на рис. 2, но в первом случае в конце толчка снижение скорости настолько велико, что полные скорости в течение обоих толчков почти одинаково высокие. Причина большого снижения, вероятно, лежит в мышечной механике, возможно, уменьшение давления в мышцах во время вращения тела оказывается больше. При оптимальном толчке рукой это большое уменьшение скорости должно быть исключено. Разница между скоростями на рис. 2 и 7 в конце толчка рукой (сечения С-Е и С-Д на рис. 13) может возникнуть из-за влияния вращения, показанного на рис. 9, на скорость плечевого сустава  $n_v$ . Это происходит из-за того, что скорость  $V$  в уравнении (1) следовало бы изменить на величину  $V + (n_v - n_v \cos \gamma)$ . Если по кривой скорости на рис. 13 вычислить оптимальную скорость вращения, то она будет немного выше, но не сильно, поскольку в любом случае эффект вращения быстро проявляется.

## Результаты

Авторами была вычислена оптимальная скорость вращения тела  $\omega = 14,8$  рад/с, которая реально использовалась в данной работе. Как только скорость вращения тела была снижена и составила 0,95 от значения, использованного в рассмотренном толчке (14,8 рад/с  $\rightarrow$  14,1 рад/с), результат был на 9 см короче (19,47 м  $\rightarrow$  19,38 м). При снижении скорости вращения до 0,9 от исходного значения (14,8 рад/с  $\rightarrow$  13,3 рад/с), дальность снизилась на 30 см (19,47 м  $\rightarrow$  19,17 м). Также если угловая скорость  $\omega$  увеличивалась, результаты становились слабее: изменение до 1,05 от исходного значения (14,8 рад/с  $\rightarrow$  15,54 рад/с) снизило дальность толчка на 23 см (19,47 м  $\rightarrow$  19,24 м). Поэтому можно сделать вывод, что оптимальная скорость вращения тела

находится в районе значения 14,8 рад/с, это примерно 2.35 об/с. Уменьшение этой величины с 14,8 рад/с до 14 рад/с не ведет к существенному снижению результата толчка.

### Заключение

При толчке ядра скорость вращения тела является важным фактором, влияющим на увеличение скорости ядра в точке отрыва. По этой причине нужно стремиться использовать скорость вращения настолько, насколько это возможно. Когда выигрыш от вращения тела за счет увеличения скорости становится максимальным, возрастает негативное влияние вращения и уменьшается создаваемое им преимущество. Для того чтобы осуществить эффективный толчок рукой, спортсмен должен достаточно сильно вращаться в направлении броска, которое составляет четверть оборота. Однако оптимальная скорость настолько высока, что ее трудно превзойти. Поэтому действительная цель – это минимизировать негативный эффект от вращения тела. Поскольку известно, что оптимальная скорость вращения тела в рассматриваемом толчке была примерно такой же, как и реальная скорость, не стоит развивать большую силу для того, чтобы увеличить скорость вращения, поскольку это не приведет к росту дальности толчка. Вместо этого вызванная сила может быть сконцентрирована на других более выигрышных моментах техники толчка.

В этой работе определена оптимальная скорость вращения при толчке на 19,47 м, выполненном Арси Харджи. Также для сравнения двух толчков и для изучения большего числа деталей о характеристиках толчка рукой был проанализирован другой толчок на 20,90 м. Для двух разных толчков и двух исполнителей ситуации могут в чем-то отличаться. Однако, в общем, толчки настолько одинаковы по технике, что достигнутые здесь результаты также применимы в широком диапазоне. Другие факторы, которые могли бы повлиять на оптимальную скорость вращения, – это существенное увеличение значения толчковой силы при толчке рукой и время толчка рукой. Действенным способом увеличить эффективность толчка рукой мог бы быть поворот вдоль траектории ядра налево в начале толчка, когда скорость ядра пока еще низка. Также было установлено, что длина толчка рукой наиболее эффективно увеличивает дальность толчка в целом. Рост длины толчка на 2 см (рис. 2), приводит к увеличению скорости отрыва примерно на 0,2 м/с, которое соответственно прибавляет к дальности толчка примерно 0,5 м. Традиционно этот эффект использовался с помощью дополнительной работы пальцев при толчке.

У толкателя ядра, использующего традиционную «скользящую» технику (рис. 3), скорость вращения вначале составляла 13,6 рад/с и снижалась в течение толчка рукой до 10,8 рад/с. Такой тип затормаживания скорости вращения, ослабляющий результат толчка, представляет собой частую техническую ошибку. Это также видно и на рис. 8. Предполагая, что эффект вращения похож на изображенный на рис. 11, можно провести первичную оценку его влияния на результат толчка. Если скорость вращения тела при «вращательной» технике составляет 14,8 рад/с, то при «традиционной» скользящей из-за низкой скорости вращения теряется около 1,3 м. Однако если скорость вращения, которая развивается при «традиционной» скользящей технике (13,6 рад/с), останется постоянной в течение толчка, то результат окажется лучше на 1,1 м, и он проиграет лишь 20 см тому, кто будет использовать «вращательную» технику. Поэтому мощная работа мышц тела во время толчка рукой – наиболее эффективный способ улучшить дальность толчка.

Длинная фактура тела идеальна для традиционной «скользящей» техники, в то время как толкатели, использующие «вращательную» технику, имеют низкую фактуру тела. Более длинная рука у спортсмена с традиционной техникой дает более длинную траекторию движения в процессе ускорения во время толчка рукой. Однако толкатели ядра, использующие «вращательную» технику, имеют преимущество за счет более высокой скорости вращения тела. По этой причине традиционный «скользящий» и «вращательный» способы выполнения толчка можно считать полностью равнозначными.

### Список литературы

1. *Bartonietz K.E.* Rotational Shot Put Technique: Biomechanical Findings and Recommendations for training // *Track and Field Quarterly Review*, 1994. Vol 94. No 3. P. 18-29.
2. *Pyka I., Otrando B.* Rotational shot put // *National Strength and Conditioning Association Journal*. 1991. Vol. 13. No 1.
3. *Palm V.* Some Biomechanical Observations of the Rotational Shot Put // *Modern Athlete and Coach*. 1990. Vol. 28. No 3. P. 15-18.
4. *Stepanek J.* Comparison of the Glide and the Rotational Technique in the Shot Put // *Biomechanics in Sports V*, Proceedings of the Fifth International Symposium of Biomechanics in Sports, held in 1987 Athens, Greece. Publisher: Hellenic Sports Research Center of Athens, 1987.
5. *Lichtenberg D., Wills J.* Maximizing the range of the shot put // *Am. J. Phys.* 1978. Vol. 46. No 5. P. 546-549.
6. *Vanttinen T., Blomqvist M., Luhtanen P., Auvinen M., Palokangas J., Tuominiemi J., Yrjola M., Ranta M.A., von Hertzen R., Holmlund U.* Rotational shot put technique VII // *Research Institute for Olympic Sports, Jyvaskyla, Finland, 2000 (in Finnish)*.
7. *Vanttinen T., Blomqvist M., Luhtanen P., Auvinen M., Palokangas J., Tuominiemi J., Yrjola M., Ranta M.A., von Hertzen R., Holmlund U.* Rotational shot put technique V // *Research Institute for Olympic Sports, Jyvaskyla, Finland, 1998 (in Finnish)*.
8. *Luhtanen P., Blomqvist M., Vanttinen T.* A comparison of two elite shot putters using the rotational shot put technique // *IAAF quarterly, New Studies in Athletics*. 1997. No 4. P. 25-33.
9. *Ranta M.A., von Hertzen R. and Rahikainen A.* Smoothing of random errors in the analysis of throwing events // *Helsinki University of Technology, Laboratory of Theoretical and Applied Mechanics, Research Report No 55, 1999. 16 p.*
10. *Ranta M.A., von Hertzen R. and Holmlund U.* A dynamic model of shot put // *Helsinki University of Technology, Laboratory of Mechanics, Research Report No 44, 1996. 10 p (in Finnish)*.
11. *Hochmuth G.* Biomechanik sportlicher Bewegungen. Berlin: Sportverlag, 1981 *(in German)*.
12. *Rahikainen A., Luhtanen P.* A new method to estimate the effect of shot putter's rotational velocity on the length of put // *Helsinki University of Technology, Laboratory of Mechanics, Research Report No 60, 2001. 15 p (in Finnish)*.
13. *Rahikainen A., Luhtanen P.* On the optimization of shot put technique // *Russian Journal of Biomechanics*, 2003. Vol. 7. No 4. P. 71-90.
14. *Rahikainen A., Luhtanen P.* A study of the efficiency of the leg-pushing phase in shot put // *Russian Journal of Biomechanics*. 2003. Vol. 7. No 1. P. 65-79.

## A STUDY OF THE EFFECT OF BODY ROTATION ON THE ARM PUSH IN SHOT PUT

**A. Rahikainen, P. Luhtanen (Helsinki, Finland)**

The aim of the research is to study the mechanics of the combined motion of the body rotation and the arm push, and to find the means to maximize the velocity of the shot generated during the arm push. The appropriate equation of shot motion was derived, and its solution was fitted into a measured velocity curve of the shot. The influence of the speed of



body rotation on the length of the put was calculated and the optimal speed of body rotation was searched successfully. It was concluded that an effective means to increase the efficiency of the arm push could be to twist the direction of the shot's path to the left at the beginning of the arm push. The speed of body rotation of the traditional slide technique was compared with the rotational technique. It was noticed that the speed of rotation of the traditional slide technique was 13.6 rad/s before the arm push, and it decreased to 10.8 rad/s during the arm push. Therefore, the essential thing seems to be that the exertion of the power of body muscles is so that the speed of body rotation does not decrease during the arm push.

**Key words:** motion analysis, sports research, biomechanics, muscle mechanics, shot put.

*Получено 2 апреля 2004*