

УДК 531/534:57+612.7

## ДИНАМИКА НИЖНЕЙ КОНЕЧНОСТИ ЧЕЛОВЕКА В ПОЛОЖЕНИИ ЛЕЖА НА СПИНЕ

Ю.В. Акулич\*, А.Ю. Акулич\*\*, Р.М. Подгаец\*, М.Н. Торопицин\*

\* Кафедра теоретической механики Пермского государственного технического университета, Россия, 614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29а, e-mail: auv@theormech.pstu.ac.ru

\*\* Кафедра травматологии, ортопедии и военно-полевой хирургии Пермской государственной медицинской академии, Россия, 614990, Пермь, ул. Куйбышева, 39

**Аннотация.** Разработана математическая модель движения нижней конечности в сагиттальной плоскости в положении лежа на спине. Получена замкнутая система уравнений, позволяющая определить реакции в суставах и усилия главных мышц бедра, голени и стопы при заданном движении бедра и стопы и давлении пятки на опорную поверхность. Рассмотрен пример применения математической модели для решения прямой задачи динамики конечности. Определены реакция в тазобедренном суставе, суммарные моменты мышечных усилий тазобедренного и коленного суставов и значения усилий мышц бедра *m. iliopsoas* и *m. gluteus maximus*.

**Ключевые слова:** биомеханика, нижняя конечность, математическая модель, внешние силы, реакция таза, усилия мышц бедра.

### Введение

Математическое моделирование движения нижней конечности в положении лежа на спине является необходимым этапом при разработке лечебных методик послеоперационной и посттравматической реабилитации нижней конечности [1], тренажеров различного назначения (спортивных, медицинских), использующих данную позу пациента. В данном случае интерес представляет прямая задача динамики, когда движение конечности задано и требуется найти усилия мышц, поскольку ее решение позволяет установить влияние движения и нагрузок на биомеханическое состояние костных тканей конечности, используемых при проектировании реабилитационной и тренажерной техники. Как известно [2], эта задача статически неопределима и единственное решение находится минимизацией некоторого критерия [3-5]. Поскольку выбор критерия достаточно субъективен и существенно влияет на решение [3, 4], можно утверждать, что прямая задача динамики конечностей человека в случае их естественных движений (например, ходьба) в настоящее время не имеет точного решения. Однако при искусственных позах тела и движении нижней конечности, когда мышцам не требуется выполнять функцию поддержания равновесия, естественно предположить, что движение в каждом суставе осуществляется минимально ограниченной группой мышц, например, только двумя главными мышцами *m. iliopsoas* и *m. gluteus maximus* в тазобедренном суставе, длинной головкой мышцы *m. biceps*

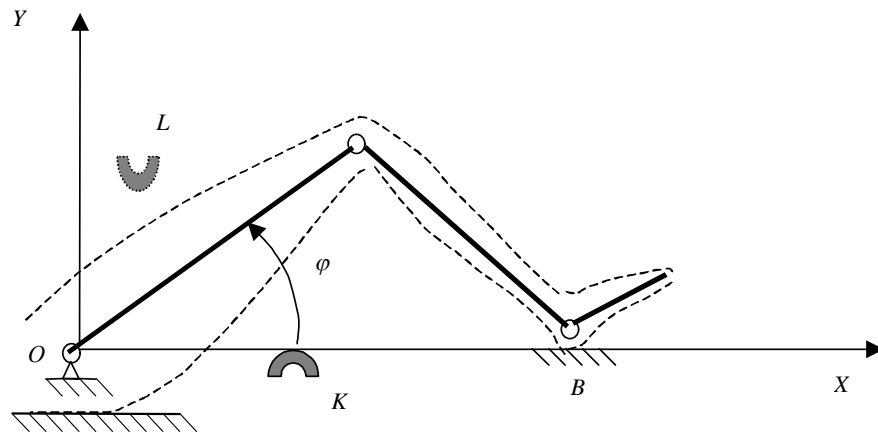


Рис.1. Положение нижней конечности в плоскости  $OXY$ .  $K, L$  – условные упоры

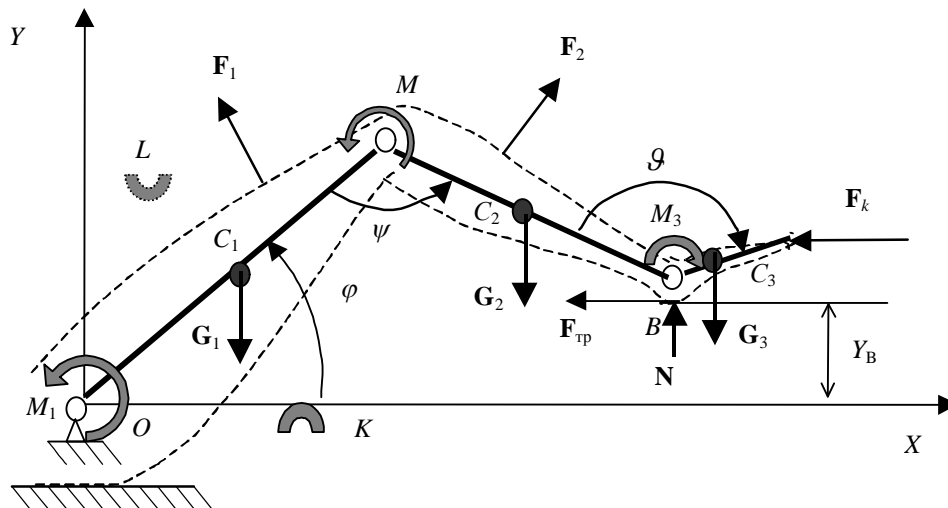


Рис. 2. Обобщенные координаты  $\varphi, \psi, \theta$  и активные силы механической системы.  $M_1, M_2, M_3$  – моменты усилий мышц,  $C_1, C_2, C_3, G_1, G_2, G_3$  – центры и силы тяжести сегментов конечности, соответственно

*femoris* и мышц *m. rectus femoris* в коленном суставе, *m. tibialis anterior* и *m. soleus* в голеностопном суставе [4, 6-8]. В этом случае, как будет показано ниже, усилия мышц имеют единственные значения. В настоящей статье получена замкнутая система уравнений динамики нижней конечности как системы твердых тел. Рассмотрены два вида приложения к конечности внешних сил, обеспечивающих осевые нагрузки на кости конечности. В предположении, что в каждом суставе конечности в любой момент времени движения активной является только одна мышца (главной активной мышцей сгибания бедра считается *m. iliopsoas*, разгибания – *m. gluteus maximus*), определены реакция таза в тазобедренном суставе и усилия главных мышц бедра, моменты усилий мышц в тазобедренном и коленном суставах.

### Математическая модель

На рис. 1 представлено положение нижней конечности в плоскости  $OXY$ , параллельной сагиттальной плоскости, проходящей через головку бедра (начало координат) и центры коленного и голеностопного суставов.

Предполагается, что движения конечности периодические и ограничены. Ограничения для бедра показаны условными упорами  $K$  и  $L$  с углами  $\varphi_0$  и  $\varphi_\tau$ , соответственно, которые бедро составляет с опорной горизонтальной поверхностью. Пятка  $B$  скользит с трением в горизонтальных направляющих. В некоторых точках конечности могут быть приложены внешние силы  $\mathbf{F}_k, k = \overline{1, n}$  в виде сил тяжести, упругости и вязкости дополнительных грузов, пружин и демпферов, соответственно. Рассматриваемая нижняя конечность может быть представлена в виде механической системы с тремя степенями свободы, если на основании принципа освобождаемости от связей удалить направляющие, заменив их нормальной реакцией  $\mathbf{N}$  и силой трения  $\mathbf{F}_{mp}$  (рис. 2).

Отброшенная связь выражается аналитически в виде условия

$$y_B = 0, \quad (1)$$

где  $y_B$  – координата точки  $B$  контакта пятки с направляющими является функцией обобщенных координат  $\varphi, \psi$  системы. Движение конечности описывается тремя уравнениями Лагранжа 2-го рода

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i, i = \overline{1, 3}, \quad (2)$$

где  $T$  – кинетическая энергия конечности,  $Q_i$  – обобщенная сила, для обобщенной координаты  $q_i$ . Если задать движения бедра  $\varphi(t)$  и стопы  $\vartheta(t)$  и силу давления пятки на опорную поверхность, то три неизвестных момента  $M_1, M_2, M_3$  определяются из трех уравнений (2) с учетом связи (1). Будем считать, что в каждый момент времени движения конечности активными являются по одной мышце в каждом суставе, например, *m. iliopsoas* при движении бедра вверх или *m. gluteus maximus* – при движении вниз. Тогда усилия мышц  $T_i$  определяются из соотношений

$$T_i = \frac{M_i}{h_i}, i = \overline{1, 3}, \quad (3)$$

где  $h_i$  – плечо силы  $T_i$  относительно центра соответствующего сустава. Величины плеч и направления мышц *m. iliopsoas* и *m. gluteus maximus* в предположении их прямолинейности вычисляются по координатам центров областей их прикрепления к бедренной и подвздошной костям, приведенным в работе [7]. При больших отклонениях вычисляемых значений плеч от их средних анатомических значений (например, 3,2 см для *m. iliopsoas* и 3,7 см для *m. gluteus maximus* [4]) последние принимаются в качестве расчетных.

Реакции в суставах определяются из уравнений кинестатики, составленных для конечности в целом, бедра и голени в отдельности, соответственно:

$$\mathbf{R}_1 + \mathbf{T}_1 + \mathbf{N} + \mathbf{F} + \sum_{i=1}^3 \mathbf{G}_i + \sum_{i=1}^3 \mathbf{F}_i^{in} + \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i = 0, \quad (4)$$

где  $\mathbf{F}_i^{in}, i = \overline{1, 3}$  – силы инерции бедра, голени и стопы, соответственно. Уравнение (4) позволяет определить реакцию таза  $\mathbf{R}_1$ ;

$$\mathbf{R}_1 + \mathbf{T}_1 + \mathbf{R}_2 + \mathbf{T}_2 + \mathbf{G}_1 + \mathbf{F}_1^{in} + \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i = 0, \quad (5)$$

здесь  $\mathbf{R}_2$  – реакция в коленном суставе, а из внешних сил  $\mathbf{F}_i, i = \overline{1, n}$  учитываются только те, которые приложены к бедру;

$$\mathbf{R}'_2 + \mathbf{R}_3 + \mathbf{T}_2 + \mathbf{T}_3 + \mathbf{G}_2 + \mathbf{F}_2^{in} + \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i = 0, \quad (6)$$

где  $\mathbf{R}_3$  – реакция в голеностопном суставе,  $\mathbf{R}'_2 = -\mathbf{R}_2$ .

Кинематические связи системы в векторной форме представляются следующими двумя векторными уравнениями:

$$\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_{12} = \mathbf{r}_2, \quad (7)$$

где  $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$  – радиусы-векторы центров тяжести бедра и голени, соответственно,  $\mathbf{r}_{12}$  – вектор, идущий из  $C_1$  в  $C_2$ ;

$$\mathbf{r}_B + \mathbf{r}_{B3} = \mathbf{r}_3, \quad (8)$$

где  $\mathbf{r}_B, \mathbf{r}_3$  – радиусы-векторы пятки и центра тяжести стопы, соответственно,  $\mathbf{r}_{B3}$  – вектор, идущий из точки  $B$  в точку  $C_3$ .

Уравнения (1)–(8) позволяют в каждый момент времени движения определить три суставных реакции  $\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{R}_3$ , три момента  $M_1, M_2, M_3$  и три усилия мышц  $\mathbf{T}_1, \mathbf{T}_2, \mathbf{T}_3$ . Знак момента усилия мышцы в суставе указывает на мышцу, активную в данный момент, например, если  $M_1 > 0$ , то активна мышца *m. iliopsoas*.

### Пример решения прямой задачи динамики

Полученная математическая модель была использована для расчета усилий мышц тазобедренной группы *m. iliopsoas* и *m. gluteus maximus* ( $\mathbf{T}_1$ ), реакции таза  $\mathbf{R}_1$  и моментов усилий мышц в тазобедренном ( $M_1$ ) и коленном ( $M_2$ ) суставах при заданном законе движения бедра  $\varphi(t)$ .

Масс-инерционные характеристики конечности вычислялись по методике [10]. Массы бедра, голени и стопы равны 8, 2,5 и 0,74 кг, соответственно, длины сегментов конечности в том же порядке равны 0,43, 0,37 и 0,24 м. Коэффициент трения в области контакта пятки и опорной поверхности принимался равным 0,2. Движение бедра задавалось в интервале  $\varphi = 0^\circ - 60^\circ$  периодическим с периодом  $2\tau$  ( $\tau$  – время движения бедра между крайними положениями принято равным 5 с.). Закон движения бедра принимался в виде

$$\varphi = \varphi_0 + (\varphi_\tau - \varphi_0) \left( 10 - 15 \frac{t}{\tau} + 6 \left( \frac{t}{\tau} \right)^2 \right) \left( \frac{t}{\tau} \right)^3, \quad (9)$$

здесь принято  $\varphi_0 = 0^\circ$ ,  $\varphi_\tau = 60^\circ$  при движении бедра вверх и  $\varphi_0 = 60^\circ$ ,  $\varphi_\tau = 0^\circ$  – при движении вниз. Закон движения (9) обладает двумя свойствами: скорости и ускорения бедра в крайних положениях (на условных упорах  $K, L$ ) равны нулю

$$\left. \frac{d\varphi}{dt} \right|_{t=0, t=\tau} = 0, \quad \left. \frac{d^2\varphi}{dt^2} \right|_{t=0, t=\tau} = 0. \quad (10)$$

Условия (10) определяют движение бедра как “мягкое”, поскольку при изменении направления движения конечности отсутствуют инерционные перегрузки, вызывающие болевые ощущения, что облегчает пациенту задачу выполнения такого движения.

Активные силы и реакции связей для конечности представлены на рис. 3.

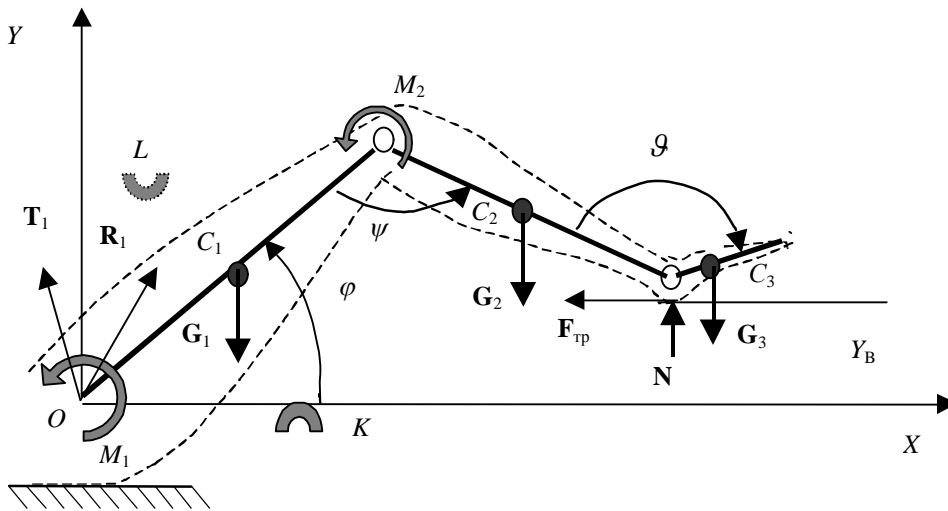


Рис. 3. Активные силы и реакции связей для конечности, нагруженной по схеме а

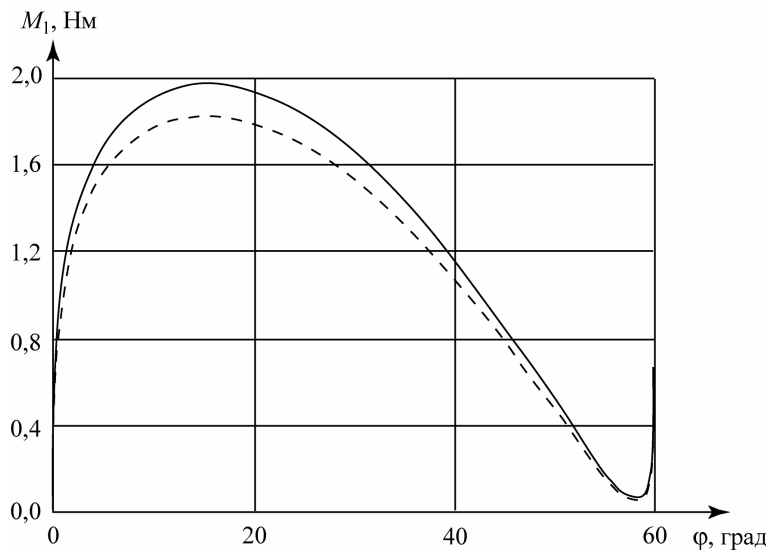


Рис. 4. Изменения момента мышц тазобедренного сустава  $M_1$ , при движении бедра вверх (сплошная линия) и вниз (пунктирная линия)

Следует заметить, что усилие  $T_1$  мышцы *m. iliopsoas* приложено в начале координат  $O$  после приведения её к этому центру. Дополнительные внешние силы  $F_i$  отсутствуют. Стопа не движется относительно голени  $\vartheta = \text{const}$  ( $90^\circ$ ).

Поскольку в начале естественного движения конечности из горизонтального положения давление пятки на опору наибольшее, а затем с ростом угла  $\varphi$  уменьшается, реакция опорной поверхности  $N$  при движении бедра вверх задавалась в виде убывающей экспоненты

$$N = N_0 \exp(-kt), t \in [0; \tau], \quad (12)$$

а при движении вниз в виде симметричной возрастающей экспоненты

$$N = N_0 \exp(-k\tau) \exp(kt_1), t_1 \in [0; \tau], \quad (13)$$

где  $N_0 = (m_1 + m_2)g/2$ ,  $k = 0,2$ ,  $t_1 = t - \tau$ ,  $t \in [0; 2\tau]$ .

Для определения величин  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $T_1$ ,  $R_1$  использовались соотношения (1)–(4), (7). Рассчитанные изменения момента мышц тазобедренного сустава  $M_1$  при движении конечности вверх и вниз показаны на рис. 4.

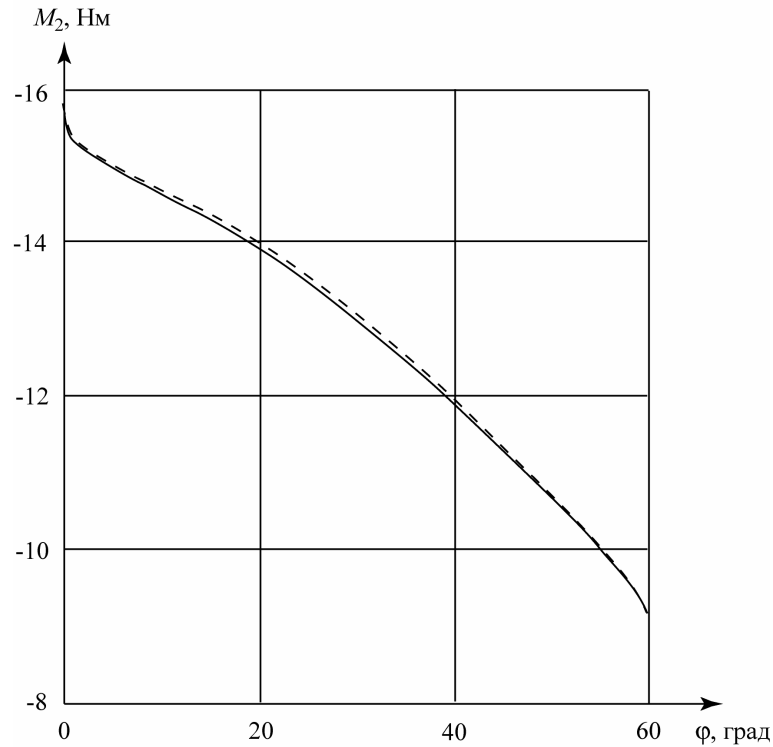


Рис. 5. Изменения суммарного момента мышечных усилий  $M_2$  в коленном суставе при движении конечности вверх (сплошная линия) и вниз (пунктирная линия)

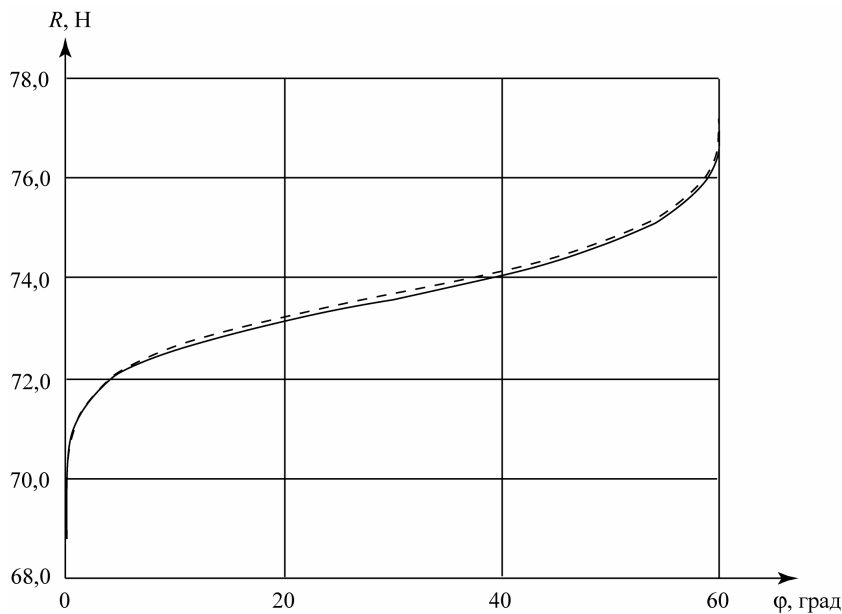


Рис. 6. Изменение модуля реакции таза при движении конечности вверх (сплошная линия) и вниз (пунктирная линия)

Кривые показывают, что как при подъеме конечности, так и при ее опускании момент  $M_1$  остается положительным. Следовательно, в движении нижней конечности участвуют из мышц тазобедренной группы только сгибатели (*m. iliopsoas*), сокращаясь при подъеме бедра и несколько снижая свой тонус при опускании. При движении бедра вверх суммарный момент усилий мышц тазобедренного сустава несколько больше, чем при обратном движении. Это обусловлено вкладом в движение бедра сил тяжести сегментов конечности. Максимальное значение момента достигается при угле подъема бедра, равном  $\approx 15^\circ$ , и равно 2 Нм. Поскольку по анатомическим данным среднее

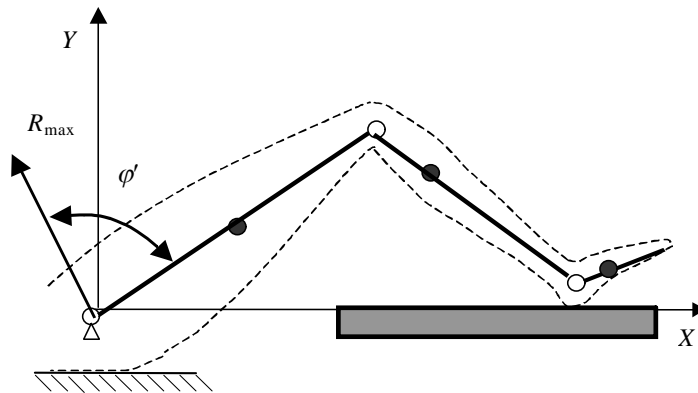


Рис. 7. Угол между вектором максимальной реакции таза сустава и биомеханической осью бедра  $\phi'=38^\circ$

значение плеча мышцы *m. iliopsoas* принимается равным 3,2 см. [4], усилие этой мышцы в соответствии с равенством (3) имеет величину 62,5 Н.

Изменения суммарного момента мышечных усилий в коленном суставе отражены на рис. 5.

Кривые показывают, что в группе мышц коленного сустава, так же как и в группе мышц тазобедренного сустава, в движении нижней конечности участвуют только сгибатели путем изменения своего тонуса. Из сравнения величин моментов  $M_1$  и  $M_2$  следует, что момент  $M_2$  на порядок больше момента  $M_1$ . Поэтому можно утверждать, что при данной схеме приложения внешних сил движение конечности происходит в основном за счет работы мышц коленного сустава. Следует отметить, что изменение момента мышечных усилий коленного сустава лежит в интервале 9–16 Нм, что хорошо согласуется с экспериментальными данными [9], согласно которым величина разгибающего голень момента в положении лежа на животе при изометрическом нагружении составляет  $\approx 10$  Нм.

Изменение модуля реакции таза при движении конечности представлено на рис. 6.

Кривые показывают, что величина силы давления таза на головку бедра лежит в интервале 71–77 Н и практически не изменяется при смене направления движения конечности. Наибольшее значение силы давления достигается в крайнем верхнем положении бедра, угол между вектором максимальной реакции таза сустава и биомеханической осью бедра  $\phi' = 38^\circ$  (рис. 7).

## Выводы

Представленная математическая модель позволяет решать задачи динамики нижней конечности при положении пациента лежа на спине. Проведенное исследование показало: при указанной схеме действия активных сил в группах мышц тазобедренного и коленного суставов в движении нижней конечности участвуют только сгибатели. При движении бедра вверх момент усилий мышц тазобедренного сустава несколько больше, чем при обратном движении. Величина момента усилий

мышц тазобедренного сустава  $M_1$  на порядок меньше момента коленного сустава  $M_2$ . То есть движение конечности происходит в основном за счет работы мышц коленного сустава. Низкий уровень усилия мышцы *m. iliopsoas* и реакции таза позволяют использовать данную схему активных сил для восстановления костной ткани головки и шейки бедра на ранней стадии послеоперационной реабилитации. Поскольку угол между вектором максимальной реакции таза сустава и биомеханической осью бедра  $\varphi' = 38^\circ$  значительно превышает физиологическое значение при ходьбе ( $8-10^\circ$ ), необходимо использование дополнительных внешних нагрузок на конечность.

### Список литературы

1. Алтатов А.П., Кулик А.Д., Прокопчук Ю.А., Тарасов С.В. Разработка методов диагностики, моделирования и реабилитации опорно-двигательного аппарата человека в ИТМ НАН Украины // Тезисы докладов 6-й Всероссийской конференции по биомеханике "Биомеханика 2002". Нижний Новгород, 2002. С. 64.
2. Зацюрский В.М., Аруин А.С., Селуянов В.Н. Биомеханика двигательного аппарата человека. М.: ФиС, 1981.
3. Sotin A.V., Akulich Yu.V., Podgaets R.M. The calculation of loads acting on the femur during normal human walking // Russian Journal of Biomechanics. 2000. V. 7. № 1. P. 49-61.
4. Raikova R.T., Prilutsky B.I. Sensitivity of predicted muscle forces to parameters of the optimization-based human leg model revealed by analytical and numerical analyses // Journal of Biomechanics. 2001. V. 34. № 10. P. 1243-1255.
5. Rasmussen J., Damsgaard M. and Voigt. Muscle recruitment by the min/max criterion: a comparative numerical study // Journal of Biomechanics. 2001. V. 34. № 3. P. 409-415.
6. Dostal W.F., Andrews J.G. A three-dimensional biomechanical model of hip musculature // Journal of Biomechanics. 1981. V. 14. № 11. P. 803-812.
7. Белова А.Н. Нейрореабилитация: руководство для врачей. М.: Антидор, 2000.
8. Wells R., Evans N. Functions and recruitment patterns of one- and two-joint muscles under isometric and walking conditions // Human Movement Science, 1987. V. 6. P. 349-372.
9. Янсон Х.А. Биомеханика нижней конечности человека. Рига: Зинатне, 1975.
10. Селуянов В.Н., Чугунова Л.Г. Масс-инерционные характеристики сегментов тела человека // Современные проблемы биомеханики. 1992. № 7. С. 124-143.

### DYNAMICS OF HUMAN LOWER EXTREMITY IN A BACK LYING POSITION

**Yu.V. Akulich, A.Yu. Akulich, R.M. Podgayets, M.N. Toropytsin (Perm, Russia)**

The mathematical model of the human lower extremity motions at the sagittal plane in a back lying position has been developed. The complete set of equations in this model allows determining the joint reaction forces and the forces in the main muscles of femur, shank and foot under the prescribed motions of thigh and shank, and the heel pressure on a support surface. The mathematical model has been examined in the solution of lower extremity direct problem of dynamics. The hip joint reaction force, the moments of total forces in muscles of hip and knee joints, and the force values in femoral muscles *m. iliopsoas* and *m. gluteus maximus* have been determined.

**Key words:** biomechanics, lower extremity, mathematical model, external forces, pelvic reaction force, forces of femoral muscles.

Получено 20 сентября 2003