

УДК 621.438

В.М. Кофман

Уфимский государственный авиационный технический университет

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ КПД И ИДЕНТИФИКАЦИЯ
МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТУРБИНЫ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ
ЕЕ ИСПЫТАНИЙ В СИСТЕМЕ ГАЗОГЕНЕРАТОРА ГТД**

Разработана методика идентификации математической модели (ММ) турбины по результатам ее испытаний в системе газотурбинного двигателя (ГТД). Методика позволяет получать ММ турбины как нелинейную функцию двух и трех переменных. Методика основана на применении полиномиальной ММ турбины, методе малых отклонений и является неотъемлемой составной частью ранее разработанного метода идентификации ММ ГТД, который включает в себя обратную и прямую термогазодинамические задачи и задачу оптимизации. Методика идентификации ММ турбины и метод идентификации ММ ГТД апробированы путем проведения численных экспериментов и при обработке результатов испытаний газогенератора турбореактивного двигателя (ТРД) в автомодельной и в неавтомодельной области по числу Рейнольдса.

Ключевые слова: газотурбинный двигатель, турбореактивный двигатель, газогенератор, турбина, КПД турбины, метод идентификации, математическая модель, число Рейнольдса.

V.M. Kofman

Ufa State Aviation Technical University

**CALCULATION OF EFFICIENCY AND IDENTIFICATION
OF MATHEMATICAL MODEL OF A TURBINE BASED
ON ITS TEST RESULTS IN GTE GAS GENERATOR**

The method for identification of a mathematical model (MM) of the turbine based on its test results in gas generator of gas-turbine engine (GTE) is developed. The method provides MM of the turbine as a nonlinear function of two, three variables. The technique is based on using polynomial MM of the turbine and the method of small deviations and represents an integral part of the previously developed method of GTE MM identification, which includes inverse and direct thermo-gas-dynamic problems and optimization problem. The technique of turbine MM identification and method of GTE MM identification are approved by numerical experiments and also processing the test results of turbojet gas generator in a self-similar and non-selfsimilar fields in the Reynolds number.

Keywords: gas-turbine engine, turbojet engine, gas generator, turbine, turbine efficiency, identification method, a mathematical model, the Reynolds number.

Постановка задачи

Одной из важных задач, направленных на повышение эффективности работы современного ГТД, является задача повышения коэффициента полезного действия (КПД) его турбины, от величины которого зависит топливная экономичность двигателя.

Необходимость повышения газодинамической эффективности турбин ГТД требует, наряду с применением методов расчета пространственного течения вязкого сжимаемого газа в турбинах [1], увеличения объема их экспериментальных исследований и испытаний.

В процессе газодинамической доводки турбин ГТД для оценки достигнутого уровня их КПД, проверки методов проектирования турбины и оценки влияния вводимых в конструкцию турбины различных усовершенствований проводятся автономные испытания полноразмерных турбин на специальных турбинных стендах и испытания турбин в системе газогенератора (ГГ) ГТД.

Предварительная экспериментальная оценка достигнутого уровня КПД турбины на расчетном режиме и оценка других ее параметров производится по результатам автономных испытаний первых экземпляров турбины на специальных турбинных стендах. Испытания турбины на турбинном стенде, как правило, проводятся при подаче на вход турбины сжатого воздуха при относительно невысокой (500...600 К) температуре торможения. При этих испытаниях величины параметров, степень неравномерности поля скоростей и температуры торможения в потоке газа на входе в турбину, состав смеси газа, тепловое состояние конструкции и величины радиальных зазоров в турбине могут существенно отличаться от величин соответствующих параметров, имеющих место при работе турбины в системе ГТД в реальных условиях эксплуатации. Поэтому выполненная при автономных испытаниях оценка КПД турбины требует последующего уточнения.

Более достоверная оценка КПД турбины может быть проведена по результатам испытаний турбины в системе ГГ ГТД, так как при этих испытаниях, по сравнению с испытаниями на турбинном стенде, турбина работает в условиях, близких к эксплуатационным.

Кроме оценки достигнутого уровня КПД турбины, для расчета параметров ГТД в высотно-скоростных условиях с помощью его ММ на установившихся и неустойчивых режимах работы необходимо

знание ММ турбины и ММ других узлов ГТД, являющихся функциями безразмерных параметров и критериев подобия.

ММ узлов, являющиеся составными частями ММ ГТД, могут быть получены путем идентификации, в частности, по результатам испытаний ГТД.

Нелинейная ММ ГТД на установившихся режимах (прямая задача) является одним из важных инструментов, применяемых в авиационных ОКБ на всех этапах проектирования, доводки, серийного производства и эксплуатации газотурбинного двигателя. ММ ГТД позволяет проводить расчеты высотно-скоростных и дроссельных характеристик ГТД, формировать исходные данные для газодинамических расчетов и проектирования узлов ГТД, проектирования системы автоматического управления ГТД, проведения расчетов температурного состояния деталей и расчетов на прочность, планирования различных видов испытаний, диагностики состояния ГТД в процессе эксплуатации.

Для обеспечения высокой точности расчета характеристик ГТД с помощью его ММ необходимы эффективные методики обработки и анализа экспериментальных данных и методики идентификации ММ турбины и других узлов по результатам их испытаний в системе ГТД.

Следует отметить, что при испытаниях турбины в системе ГТД, как правило, не производится установка датчиков и измерение полей полного давления и температуры торможения газа на входе и выходе из турбины высокого давления ТРДД и на входе в турбину при испытаниях ГГ ГТД. В некоторых случаях при испытаниях ГТД (или его ГГ) производят измерение полей полного давления на входе в турбину высокого давления путем установки приемников полного давления во входной кромке сопловых лопаток турбины. Однако при измерении полного давления на входе, но при отсутствии измерения поля температуры газа средняя величина полного давления, необходимая для расчета степени понижения давления газа и КПД турбины, при обработке результатов испытаний может быть определена только с помощью способа осреднения по площади. Как показали исследования [2, 3], при применении способа осреднения по площади возникает погрешность расчета среднего полного давления, возрастающая при увеличении приведенной скорости потока газа и составляющая $(-0,6...-2,5)$ % соответственно при $\lambda = 0,33...0,65$. Это, в свою очередь, приводит к погрешности расчета степени понижения давления газа и КПД турбины.

Указанные ограничения по измерению параметров газа на входе в турбину не позволяют определять КПД и характеристики турбины с помощью одной только методики идентификации узла, как, например, это сделано и показано в работах [4, 5] применительно к идентификации ММ компрессора и вентилятора, когда параметры воздуха измеряются на их входе и выходе.

В случае идентификации ММ турбины, кроме использования специальных методик систематизации результатов испытаний по критериям подобия и получения ММ узла как функции нескольких переменных с помощью метода малых отклонений и применения полиномиальных ММ [4, 5], при отсутствии измерения параметров газа на входе в турбину необходимо дополнительное применение метода идентификации ММ ГТД.

В настоящей статье описана разработанная автором методика экспериментально-расчетной оценки КПД охлаждаемой турбины и идентификации ее ММ как функции двух и трех переменных по результатам испытания турбины в системе ГТД. Методика идентификации ММ турбины является неотъемлемой составной частью ранее разработанного автором метода идентификации ММ ГТД, также описанного в настоящей статье.

Существующие методы идентификации математических моделей ГТД

В настоящее время в практике доводки ГТД оценка КПД турбины и идентификация ее ММ по результатам испытаний в системе ГТД (с одновременной оценкой параметров и идентификацией ММ других узлов ГТД) производится с помощью так называемого традиционного метода увязки параметров двигателя [6] или с помощью так называемых формальных методов идентификации [7, 8].

Традиционный метод [6] базируется на решении обратной термодинамической задачи (решении системы нелинейных алгебраических уравнений, описывающих рабочий процесс ГТД) с использованием измеренных при испытаниях параметров двигателя и последующем решении прямой термодинамической задачи. Из-за ограничения измеряемых при испытаниях ГТД (или его ГГ) параметров количество неизвестных x_n (параметров ММ узлов) в обратной задаче превышает количество уравнений. Поэтому для замыкания системы уравнений

и решения обратной задачи необходимо априорно задаться величинами некоторых параметров y_{j0} , входящих в общее число неизвестных x_n . Количество уравнений в обратной задаче зависит от схемы и типа ГТД. Проверка эффективности увязки производится путем последующего решения прямой задачи (задачи расчета ВСХ) и сравнения в полученных при эксперименте точках величин измеренных и расчетных параметров. В случае отличия расчетных параметров от измеренных более чем на 1,0 % решение обратной задачи повторяется с новым априорным заданием величин замыкающих параметров y_{j0} . Какое-либо формальное условие окончания процесса увязки в традиционном методе отсутствует.

Достоинством традиционного метода [6] является его физическая обоснованность, так как при решении обратной задачи учитывается корреляция между неизвестными, т.е. при заданной экспериментальной информации между неизвестными параметрами ММ узлов всегда выдерживаются определенные количественные соотношения, задаваемые системой определяющих уравнений рабочего процесса ГТД. При использовании традиционного метода увязки возникает возможность определять ММ узлов как нелинейные функции одной, двух или трех переменных (безразмерных параметров или критериев подобия). Ограничением метода является невысокая эффективность при поиске априорно заданных величин коэффициентов y_j , которые обеспечивают сходимость расчетных и измеренных при испытаниях параметров ГТД при всех существенно отличающихся условиях и режимах, имеющих место при испытаниях. Поиск априорно задаваемых величин параметров ММ узлов y_j в традиционном методе сводится к перебору их величин без какого-либо формального условия и зависит от степени достоверности начальных приближений априорно принятых величин y_{j0} и опыта инженера, проводящего идентификацию. Традиционный метод увязки [6] применяется в практике авиадвигательных ОКБ.

Идентификация ММ ГТД (в том числе идентификация ММ турбины и оценка ее КПД) может производиться с помощью так называемых формальных методов [7, 8]. В этих методах идентификация ММ узлов и ММ ГТД в целом выполняется с использованием прямой термодинамической задачи (задача расчета ВСХ ГТД) и задачи опти-

мизации. В последней производится решение системы нормальных линейных алгебраических уравнений, обеспечивающее минимизацию заданной функции цели. Например, в методе наименьших квадратов [8] функция цели имеет вид

$$F(\delta x_n) = \sum_{k=1}^{kp} \sum_{z=1}^{zp} P_k \left(\delta N_{kz} - \sum_{n=1}^{np} (\delta N_{kz} / \delta x_n) \delta x_n \right)^2, \quad (1)$$

где δx_n – искомые относительные поправки к исходным величинам параметров ММ узлов (коэффициентов x_{n0}); δN_{kz} – относительные взвешенные невязки между измеренными и расчетными параметрами; P_k – веса измерений параметров.

При этом обратная термогазодинамическая задача в формальных методах идентификации [7, 8] не используется.

При идентификации ММ ГТД с помощью формальных методов [7, 8] получают поправки к исходным (принятым перед проведением идентификации) величинам параметров ММ узлов (в том числе к исходному КПД турбины). При этом в статье [7] идентификация производится по отдельности в каждой из экспериментальных точек, в которых величины поправок к КПД турбины различны. Поэтому в работе [7] после проведения идентификации в каждой из экспериментальных точек рекомендуется производить уточнение ММ узлов ГТД с помощью каких-либо специализированных методик многомерного регрессионного анализа.

При методе [8] идентификация ММ ГТД и его узлов производится одновременно во всех экспериментальных точках. При этом получают одну для всех этих точек величину относительной поправки к исходной величине КПД турбины в ММ ГТД (и соответствующие поправки для других узлов ГТД). Величина этих поправок, обеспечивает наименьшую невязку между измеренными и расчетными параметрами ГТД во всех используемых при идентификации экспериментальных точках.

При проведении идентификации с помощью формального метода [8] на область изменения искомым неизвестных x_n накладываются двухсторонние ограничения ($x_{n_{\min}} \leq x_n \leq x_{n_{\max}}$). Это обусловлено выходом получаемых при идентификации величин x_n за границы их реальных физических значений или возможной неустойчивостью решения

(например, из-за возможной некорректности задачи при решении системы линейных алгебраических уравнений).

Основным ограничением формальных методов идентификации ММ ГТД [7, 8] является принятие в них допущения о независимости между собой величин неизвестных – как поправок δx_n , так и параметров ММ узлов x_n .

Это допущение приводит к нарушению (в получаемом при идентификации решении) количественных соотношений (задаваемых системой определяющих уравнений) между уточняемыми коэффициентами x_n . При допущении о независимости неизвестных возникает возможность получения при решении таких сочетаний величин x_n , при которых формально обеспечивается хорошая сходимость расчетных параметров ГТД с экспериментальными данными, но которые физически не реализуемы.

Ограничением формального метода [8] является также принимаемое в большинстве случаев допущение о постоянстве во всем эксплуатационном диапазоне работы двигателя величин искомых параметров x_n . Это делается с целью сокращения количества неизвестных. Поскольку параметры ММ узлов x_n являются в большинстве случаев нелинейными функциями двух и трех переменных, то принятие последнего допущения приводит к снижению качества идентификации и требует упрощения ММ ГТД.

Рассмотрим методику экспериментально-расчетной оценки КПД охлаждаемой турбины и идентификации ее ММ при работе турбины в системе ГТД (или ГГ ГТД) по результатам стендовых испытаний. Предлагаемая методика идентификации ММ турбины является составной частью ранее разработанного метода идентификации ММ ГТД [9, 10], который позволяет устранить ограничения, присущие традиционному методу увязки [6] и формальным методам [7, 8].

Метод идентификации математической модели ГТД по результатам испытаний

Основные положения метода идентификации [10, 11] сводятся к следующему. Пусть при испытаниях ГТД измерено k его выходных параметров $N_{kz_{\text{экс}}}$ в z экспериментальных точках на различных режимах работы. Имеется соответствующая типу ГТД и его схеме система l

определяющих (нелинейных алгебраических) уравнений, описывающих физические процессы, происходящие в ГТД, которая в общем форме имеет вид

$$\Psi_{Iz}(N_{kz_{\text{экс}}}, N_{mz_{\text{расч}}}, x_n) = 0, \quad (2)$$

где $N_{mz_{\text{расч}}}$ – выходные параметры двигателя, не измеряемые при испытаниях; x_n – общее количество неизвестных параметров ММ узлов.

В систему уравнений (2) также входит ряд постоянных величин – площадей характерных сечений в проточной части ГТД F_d и его некоторых геометрических размеров b_c .

Количество измеряемых параметров ГТД при проведении его испытаний ограничено по причине сложности размещения датчиков в проточной части ГТД (например, между каскадами компрессоров и турбин). Ограничения также обусловлены сложностью обеспечения работоспособности датчиков в условиях высоких температур (например, на выходе из камеры сгорания), а также их влиянием на величины коэффициентов полезного действия узлов и на величину параметров ГТД. Из-за ограничений по количеству измеряемых при испытаниях ГТД параметров система уравнений (2) является незамкнутой, т.е. количество неизвестных больше количества уравнений $(m + n) > l$.

Построим на основе системы определяющих уравнений две задачи:

1. Обратная задача, в которой для замыкания системы уравнений (2) задаются априорно (на основе опыта инженера и имеющихся предварительных данных по результатам автономных испытаний узлов) величины некоторых параметров ММ узлов y_{j0} , являющихся независимыми между собой и постоянными в рассматриваемой области режимов. Тогда система уравнений (2) принимает вид

$$\Psi_{Iz}(N_{kz_{\text{экс}}}, N_{mz_{\text{расч}}}, x_i, y_{j0}) = 0, \quad (3)$$

где j – количество априорно заданных параметров ММ узлов; i – количество неизвестных параметров ММ узлов, при этом $i + j = n$, $j = (m + n) - l$, $i = l - m$.

2. Прямая задача, в которой (по полученным в первом приближении в обратной задаче параметрам ММ узлов x_i и, соответственно, ММ узлов X_i и заданным априорно параметрам ММ y_{j0} некоторых

узлов) методом Ньютона определяются положения рабочих точек на характеристиках узлов и рассчитываются выходные параметры ГТД $N_{pz_{расч}}$. Система уравнений в прямой задаче, замыкаемая заданной программой регулирования двигателя, имеет вид

$$\Psi_{lz}(N_{pz_{расч}}, X_i, y_{j0}) = 0, \quad (4)$$

где $p = k + m$, $l = p$. Обратная задача представляет собой аналог традиционного метода увязки, а прямая – аналог ММ ГТД для расчета его высотно-скоростных и дроссельных характеристик.

Выполним решение обратной задачи для каждой z -й экспериментальной точки с определением в этих точках параметров ММ узлов x_{iz} .

Далее произведем идентификацию ММ узлов, включающую в себя систематизацию параметров ММ узлов x_{iz} по соответствующим критериям подобия, определяющим режим работы узла, с последующей статистической обработкой, отбраковкой грубых ошибок и аппроксимацией для получения ММ узлов x_i как функций одной или двух переменных.

Подставим полученные при идентификации ММ узлов X_i в прямую задачу и решим ее, при $y_{j0} = \text{idem}$, в каждой экспериментальной точке. Сравнивая полученные при решении прямой задачи величины расчетных параметров двигателя $N_{kz_{расч}}$ с соответствующими параметрами, измеренными при испытаниях $N_{kz_{экс}}$, обнаруживаем между ними невязки. Эти невязки обусловлены неточным (априорным) заданием величин y_{j0} , погрешностью измерений параметров ГТД при испытаниях и погрешностью при решении системы определяющих уравнений в прямой задаче. Погрешность решения системы определяющих уравнений в прямой задаче, как правило, мала и не превышает 0,1...0,2 %. На этом этапе идентификация с помощью традиционного метода увязки заканчивается из-за отсутствия какого-либо формального условия выбора новых значений y_j , обеспечивающих во всех экспериментальных точках минимальное значение невязок. Сформулируем это дополнительное условие.

Расчетные величины параметров $N_{pz_{\text{расч}}}$ и входящие в них $N_{kz_{\text{расч}}}$, полученные при решении прямой задачи, есть функция

$$N_{kz_{\text{расч}}} = f_1(y_{j0}, x_i = f_2(y_{j0})). \quad (5)$$

Поэтому наличие невязок между измеренными $N_{kz_{\text{экс}}}$ и расчетными параметрами $N_{kz_{\text{расч}}}$ обусловлено как неточным заданием величин y_{j0} , прямо влияющих на результат решения прямой задачи, так и неточным определением в обратной задаче параметров ММ узлов x_i из-за неточного априорного задания величин y_{j0} (косвенное влияние y_{j0} на результат решения прямой задачи).

Учитывая это обстоятельство, можно составить следующую систему условных линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{kp} \sum_{z=1}^{zp} \delta N_{kz} &= \sum_{k=1}^{kp} \sum_{z=1}^{zp} \sum_{j=1}^{jp} \sqrt{P_k} \left(\frac{\delta N_{kz}}{\delta y_j} \right) \delta y_j + \\ &+ \sum_{k=1}^{kp} \sum_{z=1}^{zp} \sum_{i=1}^{ip} \sum_{j=1}^{jp} \sqrt{P_k} \left(\frac{\delta N_{kz}}{\delta x_i} \right) \left(\frac{\delta x_{iz}}{\delta y_j} \right) \delta y_j, \end{aligned} \quad (6)$$

где δy_j – относительная поправка к исходным величинам y_{j0} , $\delta y_j = \frac{y_j - y_{j0}}{y_{j0}}$; δN_{kz} – относительные взвешенные невязки между измеренными

и расчетными параметрами двигателя, $\delta N_{kz} = \left(\frac{N_{kz_{\text{экс}}} - N_{kz_{\text{расч}}}}{N_{kz_{\text{экс}}}} \right) \sqrt{P_k}$; $\left(\frac{\delta N_{kz}}{\delta x_i} \right)$, $\left(\frac{\delta x_{iz}}{\delta y_j} \right)$, $\left(\frac{\delta N_{kz}}{\delta y_j} \right)$ – относительные

коэффициенты влияния, определяемые численным способом с помощью прямой и обратной задач в каждой z -й экспериментальной точке.

Система уравнений (6) является переопределенной (число уравнений больше числа неизвестных) и несовместной из-за наличия погрешностей измерений. Принцип решения такой системы предложен Лежандром [11]. Этот принцип состоит в следующем. Если дана система равноточных условных уравнений и если измерения независимы, ошибки измерений подчиняются нормальному закону распределения,

ошибка расчета мала по сравнению с ошибками измерений, то наиболее вероятные значения неизвестных определяются из условия минимума суммы квадратов невязок. Для системы (6) это условие соответствует минимуму функции цели вида

$$F(\delta y_j) = \sum_{k=1}^{kp} \sum_{z=1}^{zp} P_k \left(\delta N_{kz} - \sum_{j=1}^{jp} (\delta N_{kz} / \delta y_j) \delta y_j - \sum_{i=1}^{ip} \sum_{j=1}^{jp} (\delta N_{kz} / \delta x_i) (\delta x_{iz} / \delta y_j) (\delta y_j) \right)^2. \quad (7)$$

Необходимым условием минимума функции (7) является

$$\frac{\partial F}{\partial (\delta y_j)} = 0. \quad (8)$$

После дифференцирования функции (7), получения $j \cdot k$ уравнений вида (8) и их преобразования получаем систему j -нормальных уравнений, которая в матричной форме имеет вид

$$BX = A, \quad (9)$$

где $X^T = \|\delta y_1 \ \delta y_2 \ \delta y_3 \ \dots \delta y_j\|$;

$$A^T = \left\| \sum_{k=1}^{kp} \sum_{z=1}^{zp} \delta N_{kz} \left(\frac{\delta N_{kz}}{\delta y_1} \right) \sum_{k=1}^{kp} \sum_{z=1}^{zp} \delta N_{kz} \left(\frac{\delta N_{kz}}{\delta y_2} \right) \sum_{k=1}^{kp} \sum_{z=1}^{zp} \delta N_{kz} \left(\frac{\delta N_{kz}}{\delta y_j} \right) \right\|;$$

$$B = \left\| \begin{array}{cccc} b_{11} & & & \\ b_{21} & b_{22} & & \\ \dots & \dots & \dots & \\ b_{j1} & b_{j2} & b_{j3} & \dots b_{jj} \end{array} \right\| \quad - \text{ матрица, симметричная относительно}$$

главной диагонали, в которой:

$$b_{11} = \sum_{k=1}^{kp} \sum_{z=1}^{zp} P_k \left(\frac{\delta N_{kz}}{\delta y_1} + \sum_{i=1}^{ip} \frac{\delta N_{kz}}{\delta x_i} \frac{\delta x_{iz}}{\delta y_1} \right)^2,$$

$$b_{21} = \sum_{k=1}^{kp} \sum_{z=1}^{zp} P_k \left(\frac{\delta N_{kz}}{\delta y_2} + \sum_{i=1}^{ip} \frac{\delta N_{kz}}{\delta x_i} \frac{\delta x_{iz}}{\delta y_2} \right) \left(\frac{\delta N_{kz}}{\delta y_1} + \sum_{i=1}^{ip} \frac{\delta N_{kz}}{\delta x_i} \frac{\delta x_{iz}}{\delta y_1} \right);$$

$$b_{22} = \sum_{k=1}^{kp} \sum_{z=1}^{zp} P_k \left(\frac{\delta N_{kz}}{\delta y_2} + \sum_{i=1}^{ip} \frac{\delta N_{kz}}{\delta x_i} \frac{\delta x_{iz}}{\delta y_2} \right)^2,$$

$$b_{j1} = \sum_{k=1}^{kp} \sum_{z=1}^{zp} P_k \left(\frac{\delta N_{kz}}{\delta y_j} + \sum_{i=1}^{ip} \frac{\delta N_{kz}}{\delta x_i} \frac{\delta x_{iz}}{\delta y_j} \right) \left(\frac{\delta N_{kz}}{\delta y_1} + \sum_{i=1}^{ip} \frac{\delta N_{kz}}{\delta x_i} \frac{\delta x_{iz}}{\delta y_1} \right);$$

$$b_{j2} = \sum_{k=1}^{kp} \sum_{z=1}^{zp} P_k \left(\frac{\delta N_{kz}}{\delta y_j} + \sum_{i=1}^{ip} \frac{\delta N_{kz}}{\delta x_i} \frac{\delta x_{iz}}{\delta y_j} \right) \left(\frac{\delta N_{kz}}{\delta y_2} + \sum_{i=1}^{ip} \frac{\delta N_{kz}}{\delta x_i} \frac{\delta x_{iz}}{\delta y_2} \right);$$

$$b_{jj} = \sum_{k=1}^{kp} \sum_{z=1}^{zp} P_k \left(\frac{\delta N_{kz}}{\delta y_j} + \sum_{i=1}^{ip} \frac{\delta N_{kz}}{\delta x_i} \frac{\delta x_{iz}}{\delta y_j} \right)^2.$$

Полученная система нормальных уравнений (9) позволяет определить наиболее вероятные значения поправок δy_j и, далее, наиболее вероятные значения

$$y_j = y_{j0} + \delta y_j y_{j0}.$$

Подстановка уточненных значений y_j в обратную задачу дает возможность определить соответствующие минимуму функции (7), параметры ММ узлов x_i . При этом решение получено с учетом взаимозависимости между искомыми неизвестными y_j и x_i .

Таким образом, разработанный метод идентификации [9, 10], схема которого показана на рис. 1, состоит из трех задач – обратной и прямой термодинамических задач и задачи оптимизации (задачи решения операторного уравнения $BX = A$, члены которого B и A найдены из условия минимума суммы квадратов невязок). При этом методика идентификации ММ турбины как функции нескольких переменных является составной частью обратной задачи, входящей в метод идентификации. Для нахождения окончательных значений y_j по схеме решения, представленной на рис. 1, как показали расчеты, необходимо выполнить не более 2–3 приближений.

Следует отметить, что задача оптимизации также относится к классу обратных задач. При этом задача оптимизации является условно-корректной задачей, в которой малые вариации правой части операторного уравнения $BX = A$ (из-за наличия в результатах измере-

ний параметров двигателя погрешностей) могут приводить к малым вариациям решения. В случае же вырождения матрицы B (при $\det B = 0$) задача оптимизации становится некорректно поставленной и требует применения специальных методов нахождения устойчивого решения [12, 13].

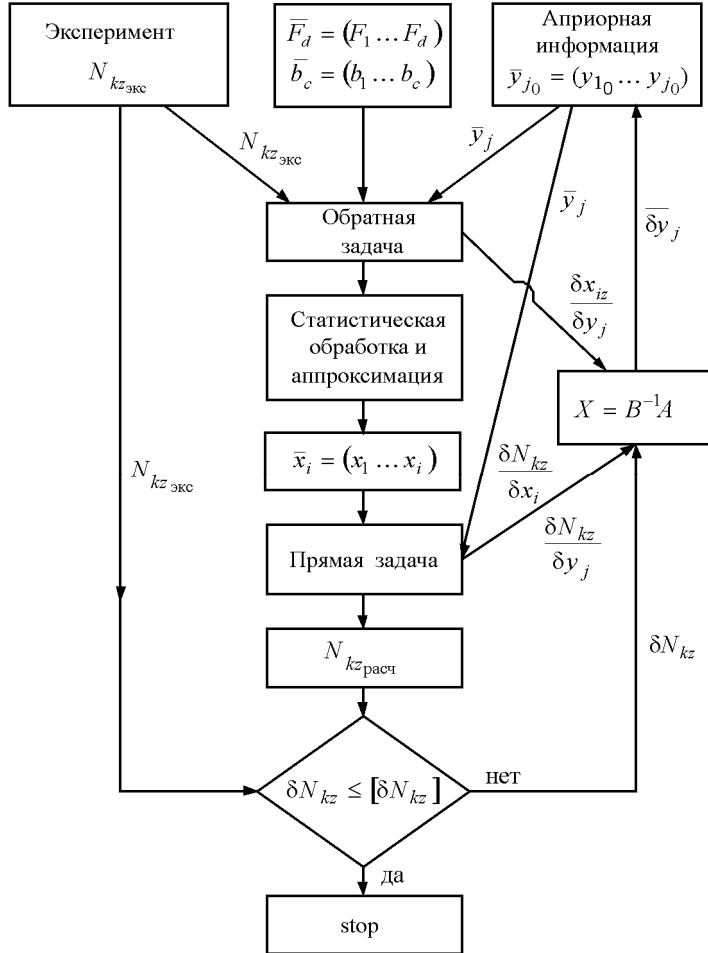


Рис. 1. Схема метода идентификации

Как было отмечено выше, при решении обратной задачи в каждом из приближений необходимо производить идентификацию ММ узлов, включающую в себя систематизацию параметров ММ узлов x_{iz} по соответствующим критериям подобия, определяющим режим работы узла, с последующей статистической обработкой, отбраковкой грубых ошибок и получением ММ узлов X_i как функций одной или двух

переменных. Окончательный вариант ММ узла получается в последнем приближении при выполнении идентификации ММ ГТД согласно схеме рис. 1.

Рассмотрим более подробно обратную задачу и входящую в нее методику идентификации ММ турбины применительно к газогенератору двухконтурного ГТД и газогенератору одновального ТРД.

Обратная термогазодинамическая задача

Перед проведением идентификации ММ узлов и ММ ГГ ГТД экспериментальные точки, полученные при стендовых испытаниях ГГ ГТД, необходимо разделить на следующие выборки:

– выборку 1, полученную в автомодельной области по числу Re на режимах работы газогенератора, на которых в критическом сечении соплового аппарата первой ступени турбины скорость газа равна скорости звука;

– выборку 2, полученную в неавтомодельной области по числу Re на режимах работы газогенератора, на которых в критическом сечении соплового аппарата первой ступени турбины скорость газа равна скорости звука;

– выборку 3, полученную в автомодельной области по числу Re на дроссельных режимах работы ГГ, на которых в критическом сечении соплового аппарата первой ступени турбины скорость газа меньше скорости звука.

Рассмотрим первоначально применение обратной задачи и входящей в нее системы методик идентификации ММ узлов (в том числе и методики идентификации ММ турбины) для обработки выборки типа 1.

В процессе испытаний ГГ ГТД (или одновального ТРД) с охлаждаемой турбиной, схема которого показана на рис. 2, измеряются следующие параметры, являющиеся исходными данными для решения обратной термогазодинамической задачи: относительная влажность воздуха, барометрическое давление и атмосферная температура (φ, p_n, T_n), частота вращения ротора (n), температуры торможения воздуха на входе и выходе из компрессора ($T_{вх}^*, T_{к}^*$), расход воздуха через компрессор (G_b), полное или статическое давление в сечении на выходе из компрессора (p_k^* или p_k), полное или статическое давление

в сечении на выходе из турбины (p_T^* или p_T), расход топлива в камере сгорания ($G_{\text{топ}}$).

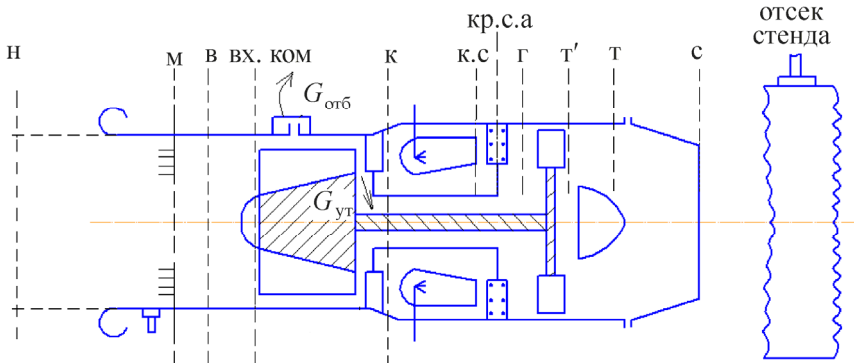


Рис. 2. Схема газогенератора ГТД

В качестве исходных данных в методике оценки КПД турбины также используются:

- приведенные расходы воздуха, отбираемого из компрессора на пленочное и конвективное охлаждение сопловых, рабочих лопаток турбины $v_{\text{с.а.плен}}$, $v_{\text{с.а.конв}}$, $v_{\text{р.л.конв}}$, которые получены экспериментально при продувке лопаток турбины воздухом на специальном стенде или путем гидравлического расчета систем охлаждения лопаток;

- приведенные расходы воздуха, отбираемого на охлаждение корпуса турбины ($v_{\text{корп}}$), на утечки в сечении за компрессором ($v_{\text{ут}}$), на втекание охлаждающего воздуха в проточную часть турбины через лабиринтное уплотнение между сопловым аппаратом и рабочим колесом турбины ($v_{\text{втек.с.а}}$), которые получены по результатам гидравлических расчетов соответствующих каналов.

Кроме вышеуказанных параметров для замыкания системы определяющих уравнений обратной термогазодинамической задачи в качестве исходных данных используются априорно задаваемые параметры ММ некоторых узлов:

$$\bar{y}_{j0} = (A_T a_{\text{к.с.}} \eta_M).$$

Здесь A_T – приведенный расход газа через критическое сечение соплового аппарата турбины ГТ, рассчитанный по формуле

$$A_{\Gamma} = F_{\text{кр.с.а}} m_{\text{Г.кр.с.а}} q(\lambda_{\text{кр.с.а}}),$$

где $m_{\text{Г.кр.с.а}} = f(k_{\text{Г.кр.с.а}}, R_{\text{Г.кр.с.а}})$; $\sigma_{\text{с.а}}$ – коэффициент восстановления полного давления в сопловом аппарате 1-й ступени турбины от сечения на входе до критического сечения; $a_{\text{к.с}}$ – коэффициент в уравнении $\sigma_{\text{к.с}} = 1 - a_{\text{к.с}} \lambda_{\text{к}}^2$; $\eta_{\text{м}}$ – механический КПД ротора ГГ.

Учет изменения теплофизических свойств рабочего тела в зависимости от температуры, состава смеси, влагосодержания осуществляется в рассматриваемых обратной и прямой задачах для ГГ ГТД с помощью подпрограмм, разработанных в ЦИАМ Л.Н. Дружининым, Л.И. Швецом, Н.С. Малининой [14]. Давление водяного пара на линии насыщения, необходимое для расчета (при заданной относительной влажности) влагосодержания воздуха, рассчитывалось согласно работе [15].

Основные положения и уравнения, используемые при решении обратной задачи, сводятся к следующему.

По величинам параметров, измеренных на входе и выходе из компрессора ГГ, рассчитывается удельная работа и мощность компрессора, расход воздуха на входе в камеру сгорания с учетом отбора на охлаждение турбины и утечки. Температура торможения газа в критическом сечении соплового аппарата рассчитывается по формуле

$$T_{\text{Г.кр.с.а}}^* = \left[A_{\Gamma} \left(\frac{p_{\text{к.с}}^* \sigma_{\text{с.а}}}{G_{\text{кр.с.а}}} \right) \right]^2.$$

Температура торможения газа на выходе из камеры сгорания и температура торможения газа на входе в рабочее колесо 1-й ступени турбины рассчитывается методом последовательных приближений с помощью уравнений сохранения энергии

$$T_{\text{к.с}}^* = \frac{G_{\text{кр.с.а}} c_{p\text{к.к}} T_{\text{Г.кр.с.а}}^* - G_{\text{охл.с.а.пл.н}} c_{p\text{охл.с.а.пл.н}} T_{\text{охл.с.а.пл.н}}^*}{G_{\text{к.с}} c'_{p\text{к}}},$$

$$T_{\text{Г}}^* = \frac{G_{\text{кр.с.а}} c_{p\text{к.к}} T_{\text{Г.кр.с.а}}^* + G_{\text{охл.с.а.конв}} c_{p\text{охл.с.а.конв}} T_{\text{охл.с.а.конв}}^* + G_{\text{втек.с.а}} c_{p\text{втек.с.а}} T_{\text{втек.с.а}}^*}{G_{\text{Г}} c'_{p\text{Г}}}.$$

По рассчитанной температуре газа на выходе из камеры из уравнения подогрева газа в камере сгорания рассчитывается коэффициент полноты сгорания топлива в камере сгорания [14]

$$\eta_{\Gamma} = \frac{\Delta i_{\text{к.с}}^* (1 + \alpha_{\text{к.с}} L_0) - \Delta i_{293}^* \alpha_{\text{к.с}} L_0 - \Delta i_{\text{T0}}}{H_u a_{\Gamma}}.$$

Мощность турбины (с учетом затрат на привод агрегатов и на трение в подшипниках, учитываемых механическим КПД), приведенная частота вращения турбины и приведенная работа турбины рассчитываются по следующим формулам:

$$N_{\Gamma} = \frac{N_{\text{к}} + N_{\text{ген}}}{\eta_{\text{м}}},$$

$$n_{\text{т.пр}} = \frac{n}{\sqrt{T_{\Gamma}^*}},$$

$$B = \frac{L_{\Gamma}}{T_{\Gamma}^*} = \frac{N_{\Gamma}}{G_{\Gamma} T_{\Gamma}^*}.$$

Температура газа в сечении «т'» за турбиной (до смешения охлаждающего турбину воздуха с газом) и температура газа в сечении «т» за турбиной (после смешения охлаждающего турбину воздуха с газом) рассчитываются методом последовательных приближений, соответственно, с помощью уравнения работы турбины и уравнения сохранения энергии:

$$T_{\Gamma}^{*'} = \frac{c_{p\Gamma} T_{\Gamma}^* - B T_{\Gamma}^*}{c_{pT}},$$

$$T_{\Gamma}^* = \frac{G_{\Gamma} c_{pT} T_{\Gamma}^{*'} + G_{\text{охл.р.л.пл}} c_{p.пл.р.л} T_{\text{охл.пл.р.л}}^* + G_{\text{охл.кон.р.л}} c_{p.кон.р.л} T_{\text{охл.кон.р.л}}^* + G_{\text{охл.кор}} c_{p.охл.кор} T_{\text{охл.кор}}^*}{G_{\Gamma} c_{pT}}.$$

Далее рассчитываются приведенная скорость в сечении на выходе из турбины, степень понижения давления газа в турбине, первичный КПД турбины:

$$q(\lambda_T) = \frac{G_T \sqrt{T_T^*}}{m_T p_T^* F_T},$$

$$\lambda_T = f(q(\lambda_T), k_T),$$

$$\pi_T^* = \frac{p_{к.с}^*}{p_T^*},$$

$$\eta_T^* = \frac{N_T}{G_T L_{Т.ад}},$$

где $L_{Т.ад} = \Delta i_{к.с}^* - \Delta i_{Т.ад}^*$; $\Delta i_{Т.ад}^* = \int_{T_0}^{T_{Т.ад}^*} C_p(T) dT$; $\Delta i_{к.с}^* = \int_{T_0}^{T_{к.с}^*} C_p(T) dT$; $\Delta i_{к.с}^*$,

$\Delta i_{Т.ад}^*$ – приращение энтальпии газа от начальной (заданной) температуры $T_0 = 293,15$ К до соответствующей температуры ($T_{к.с}^*$ или $T_{Т.ад}^*$).

Величина адиабатической температуры газа в сечении за турбиной $T_{Т.ад}^*$, при известных $p_{к.с}^*$, p_T^* и $T_{к.с}^*$, рассчитывается согласно [14] с помощью уравнения

$$\exp\left(\frac{1}{R} \int_{T_{Т.ад}^*}^{T_{к.с}^*} C_p(T) \frac{dT}{T}\right) = \frac{p_{к.с}^*}{p_T^*}$$

для изоэнтропического расширения газа от давления $p_{к.с}^*$ до давления p_T^* . Далее решается система уравнений, обеспечивающая получение ММ реактивного сопла в виде зависимостей коэффициента расхода и коэффициента скорости как функций располагаемой степени понижения давления газа в сопле.

Следует отметить, что в прямой и обратной термогазодинамических задачах способ учета изменения теплофизических свойств рабочего тела от температуры, состава газа и влагосодержания, а также основные уравнений рабочего процесса идентичны. Имеется лишь отличие в форме записи уравнений и последовательности и методах их решения.

Методика идентификации ММ турбины

Для получения ММ турбины, отражающей ее газодинамическую эффективность на различных режимах работы ГТД, и для обеспечения достаточно высокой точности расчета характеристик ГТД целесообразно эту модель при идентификации получать в виде функциональных зависимостей от величин безразмерных параметров и критериев подобия, например:

$$\eta_T^* = f(\pi_T^*, n_{T.пр}, Re_{T\Sigma}), \quad (10)$$

$$A_T = f(\pi_T^*, n_{T.пр}, Re_{c.a}), \quad (11)$$

где $A_T = \frac{G_{г.кр.с.а} \sqrt{T_{г.кр.с.а}^*}}{P_{кр.с.а}^*}$; $n_{T.пр} = \frac{n}{\sqrt{T_T^*}}$; $Re_{T\Sigma} = \frac{G_T b_{р.к}}{F_{a_X} \mu_T}$; $F_{a_X} = \frac{F_{a_{Xr}} + F_{a_{Xt}}}{2}$;

$$Re_{c.a} = \frac{G_{г.кр.с.а} b_{c.a}}{F_{кр.с.а} \mu_{г.кр.с.а}}; \mu_{г.кр.с.а} = f(T_{г.кр.с.а}^*, \alpha_{г.кр.с.а}); \mu_T = f(T_T^*, \alpha_T).$$

Рассмотрим результаты расчета параметров одновального ГТД «Б» на режимах, при которых турбина работает в автомоделной области по числу Рейнольдса и в области режимов, на которых величина степени понижения давления газа превышает критическую $\pi_T^* > \pi_{T.кр}^*$ (где $A_T = const$). Результаты расчетов получены с помощью идентифицированной по результатам испытаний ММ ТРД «Б» в достаточно широком эксплуатационном диапазоне режимов его работы и численно имитируют эксперимент.

При обработке результатов этого численного эксперимента путем решения в каждой из экспериментальных точек обратной задачи экспериментатор получает массив несистематизированных результатов – выборку точек, показанных на рис. 3, в каждой из которых величины КПД турбины и параметров $n_{T.пр}$ и π_T^* , определяющих режим работы турбины, имеют различные значения. Выборка точек, нанесенная в координатах $\eta_T^* = f(\pi_T^*, n_{T.пр})$, показанная на рис. 3, несмотря на относительно небольшое изменение параметров по оси абсцисс и ординат, представляет собой несистематизированное множество точек, неудоб-

ное для анализа, хранения, сопоставления с данными других испытаний, использования при расчете характеристик ГТД.

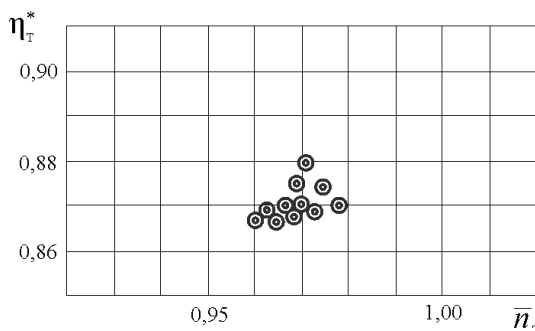


Рис. 3. Пример несистематизированного множества экспериментальных точек, полученных при испытаниях турбины в системе ГГ ГТД

Как следует из рис. 3, в рассматриваемом диапазоне режимов работы ГТД «Б» изменение КПД турбины составляет $\delta\eta_T^* = 1,7 \%$, изменение приведенной частоты вращения турбины $\delta n_{пр.Т} = 2,0 \%$. При этом изменение степени понижения газа π_T^* составляет 2,5 %.

Расчеты показывают, что изменение КПД на 1,7 % приводит к изменению в эксплуатационном диапазоне работы ГТД «Б» расхода топлива от 3,3 до 4,7 %.

В случае задания в ММ ГТД турбины КПД в виде постоянной средней его величины $\eta_T^* = \text{const}$ может возникать погрешность расчета расхода топлива от 1,65 до 2,35 % и погрешности расчета других параметров двигателя.

Аналогичная ситуация возникает при рассмотрении выборки экспериментальных точек, полученных при испытаниях ГГ ГТД.

Следует отметить, что форма представления ММ турбины в виде зависимости $\eta_T^* = f(\pi_T^*, n_{Т.пр})$, приведенной на рис. 4 и применяемой при расчетах ВСХ ГТД [16], неудобна для проведения идентификации ММ турбины, так как ветки характеристики турбины, при различных значениях $n_{Т.пр}$, пересекаются друг с другом, что вызывает трудности для систематизации результатов эксперимента.

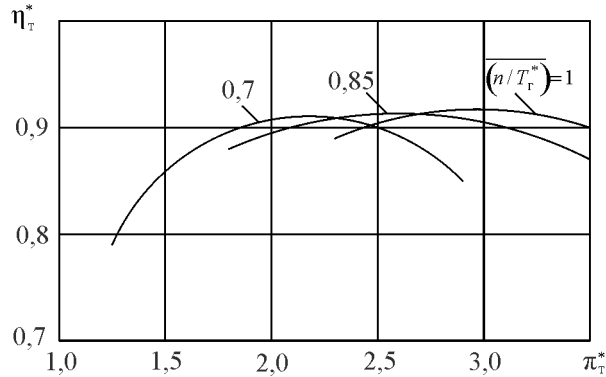


Рис. 4. Форма представления математической модели турбины $\eta_{\tau}^* = f(\pi_{\tau}^*, n_{\tau.пр})$

Для извлечения полезной информации из несистематизированного множества экспериментальных точек, полученных при испытаниях ГТД и отягченных ошибками измерений параметров, и для идентификации ММ турбины используем полиномиальную форму представления ММ турбины [17] и метод малых отклонений [18]. Ранее такой подход был использован в работах [4, 5] для идентификации ММ компрессоров и вентиляторов ГТД.

Известно, что ММ турбины 1-го уровня сложности можно представлять аналитически в форме полиномов. В частности, в [17] характеристики турбины предлагается задавать в виде полиномов вида

$$\bar{A}_{\tau} = \sum_{i=0}^{i=3} \sum_{j=0}^{j=4} e_{ij} (\bar{\pi}_{\tau}^*)^j (\bar{n}_{\tau.пр})^i, \quad (12)$$

$$\bar{\pi}_{\tau}^* = \sum_{i=0}^{i=3} \sum_{j=0}^{j=4} f_{ij} \left(\frac{\bar{L}_{\tau}}{T_{\tau}^*} \right)^j (\bar{n}_{\tau.пр})^i, \quad (13)$$

где $\bar{n}_{\tau.пр} = \frac{n_{\tau.пр}}{n_{\tau.пр.расч}}$; $\left(\frac{\bar{L}_{\tau}}{T_{\tau}^*} \right) = \frac{(L_{\tau}/T_{\tau}^*)}{(L_{\tau}/T_{\tau}^*)_{расч}}$; $\bar{\pi}_{\tau}^* = \frac{\pi_{\tau}^*}{\pi_{\tau.расч}^*}$; T_{τ}^* – температура

газа на входе в рабочее колесо 1-й ступени турбины; L_{τ} – удельная работа турбины; e_{ij} , f_{ij} – коэффициенты полиномов.

Коэффициенты полиномов (12) и (13) в ММ турбины 1-го приближения определяются с помощью метода наименьших квадратов при аппроксимации характеристик турбины, полученных путем их расчета.

В области режимов, на которых величина степени понижения давления газа превышает критическую ($\pi_T^* > \pi_{T,кр}^*$), величина $A_T = \text{const}$ для расчета характеристик ГГ ГТД, когда $\pi_T^* < \pi_{T,кр}^*$, необходимо иметь ММ турбины в виде (12).

Кроме того, что полином (13) аналитически описывает исходные характеристики конкретного экземпляра турбины, при каком-то методе их получения и при каких-то условиях проведения эксперимента он также аналитически отражает относительную закономерность изменения параметров турбины, принадлежащей к конструктивно одинаковым экземплярам турбины. Под относительной закономерностью изменения параметров турбины понимается справедливость в «малом», при $n_{T,пр} = \text{idem}$ и при $B = (L_T / T_T^*) = (L / T_T^*)_i$, зависимостей

$$(\Delta \pi_T^* / \pi_T^*)_i = f_1(\Delta B) = \text{idem},$$

т.е. малые относительные изменения параметра π_T^* при $n_{T,пр} = \text{idem}$ в окрестности i -го значения приведенной работы турбины $B = B_i$ при изменении ее на малую величину (ΔB) идентичны для конструктивно одинаковых экземпляров турбин. Приняв это допущение и используя положения метода малых отклонений [18], рассчитываем с помощью исходного полинома (13) для каждой полученной в процессе испытания ГГ ГТД и при решении обратной задачи j -й экспериментальной точки, при $\bar{B} = (\overline{L_T / T_T^*}) = (\overline{L / T_T^*})_j$, $\bar{n}_{T,пр} = \bar{n}_{T,прj}$, коэффициенты влияния вида $\left((\overline{\pi_T^*} / \overline{\Delta B})_j \right)$.

Далее с помощью полученных коэффициентов осуществляем переход от величин $(\overline{\pi_T^*})_j$, имеющих место при $\bar{B} = \bar{B}_j$ в каждой из экспериментальных точек, к значениям параметра $\overline{\pi_T^*}$ при i -заданных приведенных работах турбины $\bar{B} = \bar{B}_i$.

В качестве заданных приведенных работ турбины выбираем те их значения \bar{B}_i , при которых происходило расчетное определение исходных характеристик турбины. Это позволяет уточнять полученную расчетом исходную ММ турбины от испытания к испытанию ГТД и оценивать ее изменение в процессе доводки узла турбины. С целью уменьшения погрешности систематизации экспериментальных данных необходимо, чтобы разность между приведенной работой турбины в j -й экспериментальной точке и в ближней к ней i -й «ветке» относительной приведенной работы турбины $\left(\overline{L_T/T_G^*}\right) = \text{idem}$ исходной ММ была не более 2...3 %.

Это условие обеспечивается при обработке и систематизации экспериментальных точек путем предварительного разбиения всего диапазона \bar{B} исходной ММ (характеристик) турбины на зоны, симметричные относительно каждой i -й приведенной работы турбины.

Методика идентификации ММ турбины, включающая процедуру систематизации экспериментальных точек, полученных при испытаниях турбин в системе ГТД, является составной частью обратной термодинамической задачи. Учитывая, что при испытаниях ГТД имеют место грубые, случайные и систематические ошибки измерений параметров, после процедуры систематизации экспериментальных точек в выборках при $\bar{B} = \text{idem}$ выполняется операция статистической обработки этих выборок с помощью известных статистических методов [19, 20, 21].

Пример несистематизированного множества точек, полученных при расчете параметров ММ турбины ГТ ТРД «Б» по результатам численного эксперимента, и результаты последующей идентификации ММ турбины показаны на рис. 5 и 6 в координатах $\bar{\pi}_T^* = f(\bar{n}_{T,пр}, (\overline{L_T/T_G^*}))$. Из рис. 5 и 6 следует, что предлагаемая в работе [17] форма представления ММ турбины удобна для проведения идентификации, так как кривые изменения функции относительно переменной $\bar{n}_{T,пр}$ и параметра $\left(\overline{L_T/T_G^*}\right)$ не пересекаются, протекают полого и примерно параллельно по отношению друг к другу при $\left(\overline{L_T/T_G^*}\right) = \text{idem}$. Из рис. 5 и 6 также следует, что в результате систематизации и последующей аппроксимации уточненной функции $\bar{\pi}_T^* = f(\bar{n}_{T,пр}, (\overline{L_T/T_G^*}))$ могут быть получены

уточненная полиномиальная или табличная зависимости, использование которых в ММ ГГ или ММ ГТД позволяет на основании данных эксперимента более точно отражать по сравнению с зависимостью $\eta_T^* = f(\pi_T^*, n_{T.пр})$ параметры турбины в зависимости от режима ее работы.

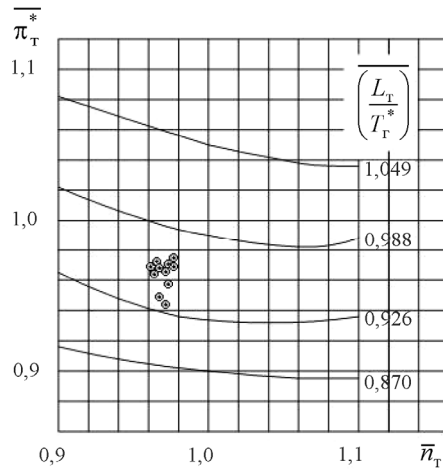


Рис. 5. Несистематизированное множество экспериментальных точек до проведения идентификации математической модели турбины

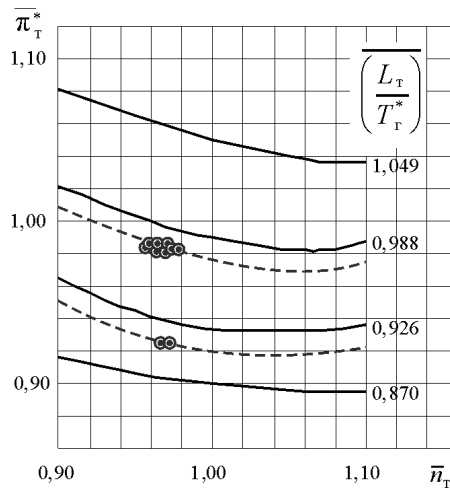


Рис. 6. Результаты идентификации математической модели турбины: — исходная ММ турбины, полученная путем расчета; --- идентифицированная ММ турбины

Идентификация математической модели турбины и ГТД в автомоделной области по числу Рейнольдса

После идентификации в обратной задаче ММ турбины и ММ других узлов ГТД выполняется расчет параметров ГТД с помощью прямой задачи (задачи расчета ВСХ ГТД) в условиях и на режимах, на которых получены экспериментальные точки, и определяются невязки между величинами экспериментально измеренных и расчетных параметров ГТД. Далее решаются:

– задача оптимизации и окончательно находятся уточненные значения априорно задаваемых при решении обратной задачи величин параметров y_j ;

– обратная задача, в которой по полученным в задаче оптимизации параметрам y_j окончательно находятся уточненные параметры ММ узлов x_i и ММ узлов (в том числе ММ турбины) как функции одной или двух переменных;

– прямая задача, в которой во всех экспериментальных точках проверяется сходимость величин расчетных параметров с их измеренными значениями.

Разработанные метод и методики были апробированы при идентификации ММ одновального ТРД «Б» по результатам его испытаний на заводском и высотном стендах. В качестве априорно задаваемых величин приняты параметры $\bar{y}_{j0} = (A_r, a_{к.с}, \eta_m)$.

При проведении идентификации использовались программы на ЭВМ, составленные для обратной и прямой термогазодинамических задач применительно к одновальному ТРД и для задачи оптимизации. Программы составлены на языке программирования Compaq Visual Fortran Version 6.6. Следует отметить, что задача оптимизации является общей для всех типов ГТД.

После идентификации ММ узлов ТРД «Б» произведено сравнение величин невязок между измеренными и расчетными параметрами на 13 различных режимах работы ТРД, отличающихся физической частотой вращения ротора, величинами полного давления и температуры торможения воздуха на входе, величиной давления в барокамере. Результаты сравнения средних абсолютных невязок приведены в табл. 1.

Таблица 1

Сравнение величин невязок по параметрам до и после идентификации ММ ГТД «Б» в автомобильной области по числу Рейнольдса

Величины средних абсолютных невязок по параметрам					
$\delta P, \%$	$\delta G_T, \%$	$\delta p_K^*, \%$	$\delta p_T^*, \%$	$\delta G_B, \%$	$\delta T_K^*, \%$
До идентификации					
3,6	2,9	1,63	1,98	1,66	0,38
После идентификации					
1,2	1,0	0,65	0,87	1,55	0,31

Из табл. 1 следует, что величины невязок по таким параметрам ГТД, как тяга, расход топлива, полное давление за компрессором и полное давление за турбиной уменьшились после идентификации ММ ГТД в 2–3 раза (в среднем с 1,6–3,6 до 0,6–1,2 %). В меньшей степени изменились невязки по таким параметрам, как расход воздуха через ГТД и температура торможения воздуха за компрессором, средние невязки по которым после идентификации составили, соответственно, 1,5 и 0,3 %.

Пример ММ турбины ТРД «Б» в автомобильной области по числу Рейнольдса, полученной при идентификации, показан на рис. 6.

Применительно к одновальновому ТРД «Б» после идентификации его ММ проводились численные эксперименты (ЧЭ1 и ЧЭ5) при задании различных начальных значений $\bar{y}_j = (\bar{A}_T, \bar{a}_{к.с})$, при $\eta_m = \text{const}$ в области предполагаемого их нахождения, а также численный эксперимент ЧЭ3 с «зашумлением» результатов измерений случайными ошибками. Численные эксперименты проводились в автомобильной области по числу Re. Результаты нахождения решения в процессе идентификации при этих численных экспериментах показаны на рис. 7. (Относительные величины $\bar{A}_T = 1,02$ и $\bar{a}_{к.с} = 1$ на рис. 7 соответствуют фактическим значениям этих параметров, найденным при идентификации ММ ТРД «Б» по результатам его испытаний на высотном стенде.)

Как следует из рис. 7, при задании отличающихся при численных экспериментах ЧЭ1 и ЧЭ5 априорно первоначально задаваемых величин $\bar{y}_j = (\bar{A}_T, \bar{a}_{к.с})$ и при наличии ошибок измерений (ЧЭ3) обеспечивается устойчивое, практически однозначное решение задачи оптимизации уже в первом приближении. На рис. 7 также показаны точки на-

чальных приближений \bar{A}_r и $\bar{a}_{к.с.}$, в которых при решении обратной задачи величины коэффициента полноты сгорания и коэффициента скорости сопла превышают 1,0. Указанные начальные приближения при проведении идентификации не использовались и были отброшены.

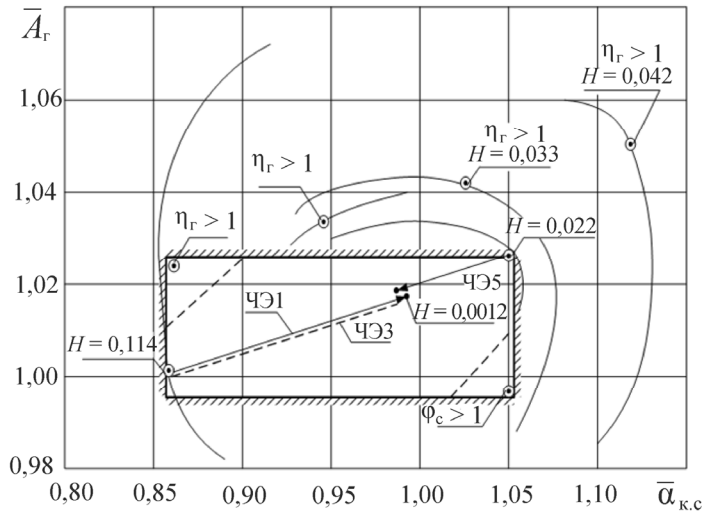


Рис. 7. Схема поиска решения в процессе идентификации ММ ТРД «Б» при численных экспериментах в автомоделной области по числу Re

Величины суммарных остаточных взвешенных невязок между измеренными и расчетными параметрами ТРД «Б»

$$H = \sum_{k=1}^K \sum_{z=1}^Z \delta N_{kz}^2$$

при численных экспериментах уменьшились: при ЧЭ1 и ЧЭ3 с $H = 0,114$ до $H = 0,0012$, а при численном эксперименте ЧЭ5 с $H = 0,022$ до $H = 0,0012$, т.е. более чем в 18 раз.

Идентификация математической модели турбины и ГТД в неавтомодельной области по числу Рейнольдса

Идентификация ММ турбины и ТРД «Б» также производилась при обработке ограниченного количества экспериментальных точек, полученных в неавтомодельной области по числу Рейнольдса. Установлено, что полученные при идентификации точки в координатах

$\overline{\pi}_T^* = f(\overline{n}_T, \overline{L}_T / \overline{T}_T^*)$ смещаются вверх относительно веток $(\overline{L}_T / \overline{T}_T^*) =$
 $= \text{idem}$, полученных в автомодельной области по числу Рейнольдса, при этом величина КПД турбины уменьшается.

Величина параметра \overline{A}_T , полученная при решении задачи идентификации при $Re_{c.a} = 0,8 \cdot 10^{-5}$, уменьшилась на 3,5 % (рис. 8, 9) относительно величины \overline{A}_T , полученной в автомодельной области при $Re_{c.a} \geq 1,3 \cdot 10^{-5}$. При этом величина коэффициента $a_{к.с}$ в уравнении $\sigma_{к.с} = 1 - a_{к.с} \lambda_k^2$ сохранилась неизменной (см. рис. 8). Величина КПД турбины при $Re_{т\Sigma} = 0,34 \cdot 10^{-5}$ по отношению к КПД турбины в автомодельной области ($Re_{т\Sigma} \geq 2 \cdot 10^{-5}$) уменьшилась на 6,4 % (рис. 10).

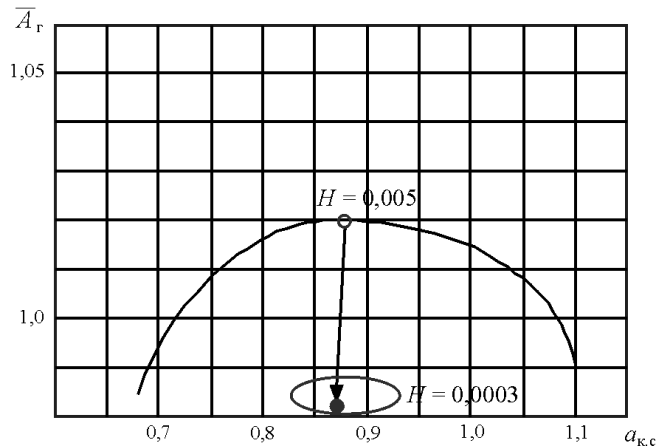


Рис. 8. Результаты поиска решения при решении задачи оптимизации в процессе идентификации ММ ГТД и ММ турбины в неавтомодельной области по числу Рейнольдса

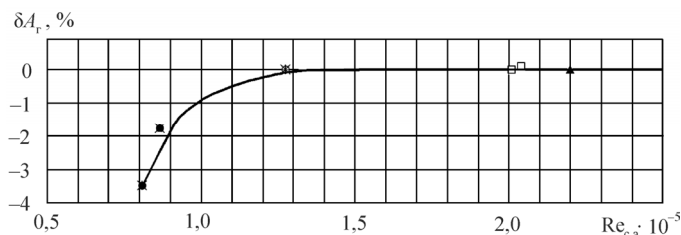


Рис. 9. Результаты идентификации ММ турбины «Б» в неавтомодельной области по числу Рейнольдса (изменение приведенного расхода газа)

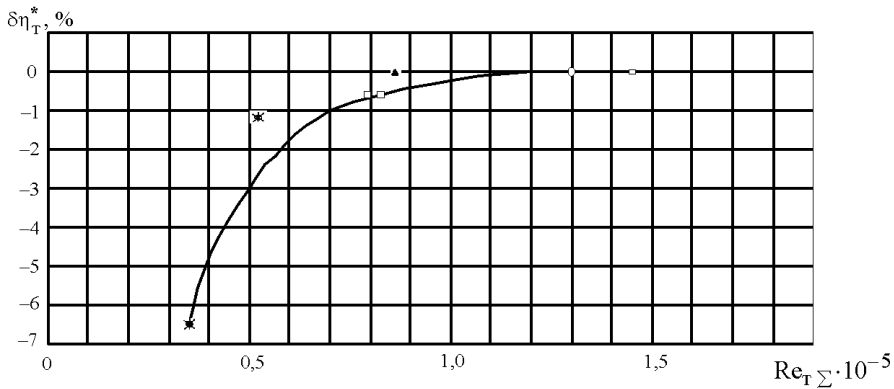


Рис. 10. Результаты идентификации ММ турбины «Б» в неавтомоделной области по числу Рейнольдса (изменение КПД турбины)

Полученные результаты по идентификации ММ турбины в неавтомоделной области по числу Рейнольдса, приведенные на рис. 9 и 10, согласуются со статистическими данными исследований, полученных в ЦИАМ [22] при работе турбин в системе ГТД.

Следует отметить, что в неавтомоделной области по числу Рейнольдса наряду с изменением параметров ММ турбины произошло изменение параметров ММ других узлов ТРД «Б». Уменьшились расход воздуха, степень повышения давления и КПД компрессора, коэффициент полноты сгорания, коэффициент расхода сопла. Полученные при идентификации функции в виде отклонений параметров ММ турбины $\delta A_{т} = f(Re_{с.а})$ и $\delta\eta_{т}^* = f(Re_{тΣ})$ могут использоваться в ММ ТРД «Б» как поправочные зависимости к двухпараметрическим полиномам ММ турбины вида (12) и (13) при расчете характеристик двигателя в неавтомоделной области по числу Рейнольдса.

Величины остаточных суммарных невязок между измеренными и расчетными параметрами ГТД «Б» после идентификации ММ ТРД «Б» в неавтомоделной области уменьшились на порядок (с $H = 0,005$ до $H = 0,0003$). Сравнение величин невязок между измеренными и расчетными параметрами ТРД «Б» до и после идентификации его ММ в неавтомоделной области по числу Рейнольдса (для экспериментальной точки, полученной при $Re_{с.а} = 0,8 \cdot 10^{-5}$ и $Re_{тΣ} = 0,34 \cdot 10^{-5}$) приведено в табл. 2.

Таблица 2

Сравнение величин невязок по параметрам до и после идентификации ММ ТРД «Б» в неавтономной области по числу Рейнольдса

Величины средних невязок по параметрам					
$\delta P, \%$	$\delta G_T, \%$	$\delta p_k^*, \%$	$\delta p_T^*, \%$	$\delta G_B, \%$	$\delta T_k^*, \%$
До идентификации ММ ТРД «Б»					
2,23	3,02	0,666	1,22	0,085	0,254
После идентификации ММ ТРД «Б»					
0,564	0,799	0,249	0,351	0	0,073

Приведенные в статье результаты показывают, что разработанная методика идентификации ММ турбины, основанная на применении полиномиальной ММ турбины и методе малых отклонений и являющаяся составной частью метода идентификации ММ ГТД, имеет достаточно высокую эффективность и в совокупности с предложенным методом идентификации может быть использована при обработке результатов испытаний ГТ ГТД и в практике доводки турбин ГТД.

Библиографический список

1. Современные методы пространственного проектирования проточной части газовых турбин / В.Д. Венедиктов, М.Я. Иванов, В.Г. Крупа, Р.З. Нигматуллин, С.В. Руденко, Н.Е. Соколова // Теплоэнергетика. – 2002. – № 9. – С. 12–18.
2. Кофман В.М. Исследование влияния температурной неравномерности газового потока в проточной части турбины ГТД на интегральные характеристики и осредненные параметры потока // Проблемы и перспективы развития авиации, наземного транспорта и энергетики «АНТЭ–2011»: материалы VI Междунар. науч.-техн. конф. / Казан. гос. техн. ун-т им. А.Н. Туполева. – 2011. – Т. 1. – С. 265–281.
3. Кофман В.М. Определение коэффициента полезного действия турбины ГТД по параметрам неравномерных газовых потоков // Вестник УГАТУ. – 2012. – Т. 16, № 5 (50). – С 28–40.
4. Кофман В.М. Применение метода малых отклонений и полиномиальной математической модели компрессора для уточнения его характеристик по результатам стендовых испытаний ГТД // Вопросы

теории и расчета рабочих процессов тепловых двигателей: межвуз. науч. сб. – Уфа, 1992. – № 15. – С. 100–109.

5. Кофман В.М. Методика и опыт параметрической идентификации математических моделей компрессоров и вентиляторов по результатам стендовых испытаний ГТД // Вестник Самар. гос. аэрокосм. ун-та. – 2011. – № 3 (27). – С. 257–266.

6. Амелин Б.Н., Фаворский О.Н. Об обработке результатов стендовых испытаний и увязке параметров ТРД // Тех. бюллетень ЦИАМ. – 1955. – № 6. – С. 1–8.

7. Боровик В.О., Таран Е.М. Анализ результатов испытаний ГТД с использованием математических моделей и методов математической статистики // Испытания авиационных двигателей: межвуз. науч. сб. – Уфа, 1978. – № 6. – С. 3–12.

8. Тунаков А.П. Методы оптимизации при доводке и проектировании газотурбинных двигателей. – М.: Машиностроение, 1979. – 184 с.

9. Кофман В.М. Методика уточнения характеристик узлов ГТД по результатам испытаний // Измерение, обработка и анализ информации при доводке, серийном производстве и эксплуатации авиационных ГТД: тез. докл. межотрасл. науч. конф. ЦИАМ. – М., 1979. – С. 26–29.

10. Кофман В.М. Метод параметрической идентификации математических моделей ГТД на установившихся режимах работы // Вестник УГАТУ. – 2009. – Т. 13, № 1 (34). – С. 57–65.

11. Щиголов Б.М. Математическая обработка наблюдений. – М.: Наука, 1969. – 344 с.

12. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1979. – 288 с.

13. Алифанов О.М. Идентификация процессов теплообмена летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1979. – 216 с.

14. Дружинин Л.Н., Швец Л.И., Малинина Н.С. Метод и подпрограмма расчета термодинамических параметров воздуха и продуктов сгорания углеводородных топлив // Двигатели авиационные и газотурбинные: руководящий техн. материал авиац. техники. – 1983. – № 1667–83. – 68 с.

15. Вукалович М.П. Таблица термодинамических свойств воды и водяного пара. – М.: Энергия, 1965. – 400 с.

16. Теория, расчет и проектирование авиационных двигателей и энергетических установок: учебник / В.И. Бакулев, В.А. Голубев, Б.А. Крылов [и др.]; под ред. В.А. Сосунова, В.М. Чепкина. – М.: Изд-во Моск. авиац. ин-та, 2003. – 688 с.

17. Мирошник Д.Л., Мустакимова Н.Б. Аппроксимация характеристик турбины ГТД // Испытания авиационных двигателей. – Уфа, 1981. – № 9. – С. 121–124.

18. Черкез А.Я. Инженерные расчеты газотурбинных двигателей методом малых отклонений. – М.: Машиностроение, 1975. – 380 с.

19. Пустыльник Е.И. Статистические методы анализа и обработки наблюдений. – М.: Наука, 1968. – 288 с.

20. Зайдель А.Н. Ошибки измерений физических величин. – М.: Наука, 1974. – 108 с.

21. Адлер Ю.П., Маркова Е.В., Грановский Ю.В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. – М.: Наука, 1976. – 279 с.

22. Боровик В.О., Ланда Б.Ш. Влияние давления при входе в двигатель на характеристики ГТД и их элементов // Некоторые вопросы расчета и экспериментального исследования высотно-скоростных характеристик ГТД: сб. / ЦИАМ. – М., 1985. – № 1122. – С. 4–15.

References

1. Venediktov V.D., Ivanov M.Ya., Krupa V.G., Nigmatullin R.Z., Rudenko S.V., Sokolova N.E. *Sovremennyye metody prostranstvennogo proektirovaniya protochnoy chasti gazovykh turbin* [The modern methods of spatial designing of turbin air-gas channel], *Teploenergetika*, 2002, no. 9, pp. 12-18.

2. Kofman V.M. *Issledovanie vliyaniya temperaturnoy neravnomernosti gazovogo potoka v protochnoy chasti turbiny GTD na integralnye kharakteristiki i osrednennyye parametry potoka* [Investigation of influence of temperature field gas flow irregularity in air-gas channel of GTE's turbine on integral characteristic of flow averaging parameters]. *Problemy i perspektivy razvitiya aviatsii, nazemnogo transporta i energetiki «ANTE-2011»*. Kazanskiy gosudarstvennyy tekhnicheskiy universitet, 2011, vol. 1, pp. 265-281.

3. Kofman V.M. *Opredelenie koeffitsienta poleznogo deystviya turbiny GTD po parametram neravnomernykh gazovykh potokov* [Determination of GTE's turbine efficiency on parameters of non-uniform gas streams].

Vestnik Ufimskogo gosudarstvennogo aviatsionnogo tekhnicheskogo universiteta, 2012, vol. 16, no. 5 (50), pp. 28-40.

4. Kofman V.M. *Primenenie metoda malykh otkloneniy i polinomialnoy matematicheskoy modeli kompressora dlya utochneniya ego kharakteristik po rezul'tatam stendovykh ispytaniy GTD* [Application of small deflections method and polynomial mathematical model of compressor to adjust its characteristics by results of development testing of GTE]. *Voprosy teorii i rascheta rabochikh protsessov teplovykh dvigateley*. Ufa, 1992, № 15, pp. 100-109.

5. Kofman V.M. *Metodika i opyt parametricheskoy identifikatsii matematicheskikh modeley kompressorov i ventilyatorov po rezul'tatam stendovykh ispytaniy GTD* [Technique and experience of parametric identification of mathematical models of compressors and fans by results of development testing of GTE]. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta*, 2011, no. 3 (27), pp. 257-266.

6. Amelin B.N., Favorskiy O.N. *Ob obrabotke rezul'tatov stendovykh ispytaniy i uvyazke parametrov TRD* [About processing of results of development testing and matching of turbojet engine parameters]. *Tekhnicheskii byulleten Tsentralnogo Instituta Aviatsionnogo Motorostroeniya*, 1955, no. 6, pp. 1-8.

7. Borovik V.O., Taran E.M. *Analiz rezul'tatov ispytaniy GTD s ispol'zovaniem matematicheskikh modeley i metodov matematicheskoy statistiki* [Analysis of test results of GTE with using of mathematical models and mathematical statistics methods]. *Ispytaniya aviatsionnykh dvigateley*. Ufa, 1978, no. 6, pp. 3-12.

8. Tunakov A.P. *Metody optimizatsii pri dovodke i proektirovanii gazoturbinnnykh dvigateley* [Optimization methods in designing and development of gas-turbine engines]. Moscow: Mashinostroenie, 1979, 184 p.

9. Kofman V.M. *Metodika utochneniya kharakteristik uzlov GTD po rezul'tatam ispytaniy* [Technique of adjustment of characteristics of GTE units by results of testing]. *Izmerenie, obrabotka i analiz informatsii pri dovodke, seriyom proizvodstve i ekspluatatsii aviatsionnykh GTD*. Tsentralnyy Institut Aviatsionnogo Motorostroeniya. Moscow, 1979, pp. 26-29.

10. Kofman V.M. *Metod parametricheskoy identifikatsii matematicheskikh modeley GTD na ustanovivshikhsya rezhimakh raboty* [Parametric identification method of GTE mathematical models under steady operating

regime]. *Vestnik Ufimskogo gosudarstvennogo aviatsionnogo tekhnicheskogo universiteta*, 2009, vol. 13, no. 1 (34), pp. 57-65.

11. Shchigolev B.M. *Matematicheskaya obrabotka nablyudeniy* [Mathematical treatment of observations]. Moscow: Nauka, 1969, 344 p.

12. Tikhonov A.N., Arsenin V.Ya. *Metody resheniya nekorrektnykh zadach* [Methods of solution of ill-conditioned problems]. Moscow: Nauka, 1979, 288 p.

13. Alifanov O.M. *Identifikatsiya protsessov teploobmena letatelnykh apparatov* [Identification of heat exchange processes of aircrafts]. Moscow: Mashinostroenie, 1979, 216 p.

14. Druzhinin L.N., Shchvets L.I., Malinina N.S. *Metod i podprogramma rascheta termodinamicheskikh parametrov vozdukha i produktov sgoraniya uglevodorodnykh topliv* [The technique and program for computation of thermodynamic parameters of air and hydrocarbon fuel combustion products] *Dvigateli aviatsionnye i gazoturbinnnye*, 1983, 1667–83, 68 p.

15. Vukalovich M.P. *Tablitsa termodinamicheskikh svoystv vody i vodyanogo para* [Table of thermodynamic properties of water and water vapour]. Moscow: Energiya, 1965, 400 p.

16. Bakulev V.I., Golubev V.A., Krylov B.A. [and others]. *Teoriya, raschet i proektirovanie aviatsionnykh dvigateley i energeticheskikh ustanovok* [Theory, calculation and designing of aviation engines and power plants]. Moskovskiy aviatsionnyy institut, 2003, 688 p.

17. Miroshnik D.L., Mustakimova N.B. *Approksimatsiya kharakteristik turbiny GTD* [Approximation of characteristics of GTE turbine]. *Ispytaniya aviatsionnykh dvigateley*. Ufa, 1981, no. 9, pp. 121-124.

18. Cherkez A.Ya. *Inzhenernye raschety gazoturbinnnykh dvigateley metodom malykh otkloneniy* [Engineering calculations of gas-turbine engines by the method of small deviations]. Moscow: Mashinostroenie, 1975, 380 p.

19. Pustynnik E.I. *Statisticheskie metody analiza i obrabotki nablyudeniy* [Statistical methods of the analysis and processing of observations]. Moscow: Nauka, 1968, 288 p.

20. Zaydel A.N. *Oshibki izmereniy fizicheskikh velichin* [Errors of measurements of physical quantities]. Moscow: Nauka, 1974, 108 p.

21. Adler Yu.P., Markova E.V., Granovskiy Yu.V. *Planirovanie eksperimenta pri poiske optimalnykh usloviy* [Experiment planning in searching of optimum conditions]. Moscow: Nauka, 1976, 279 p.

22. Borovik V.O., Landa B.Sh. *Vliyaniye davleniya pri vkhode v dvigatel na kharakteristiki GTD i ikh elementov* [Pressure influence at an entrance to the engine on characteristics of GTE and its elements]. *Nekotorye voprosy rascheta i eksperimentalnogo issledovaniya vysotno-skorostnykh kharakteristik GTD*. Moscow, 1985, no. 1122, pp. 4-15.

Об авторах

Кофман Вячеслав Моисеевич (Уфа, Россия) – кандидат технических наук, доцент кафедры «Авиационная теплотехника и теплоэнергетика» Уфимского государственного авиационного технического университета (450000, г. Уфа, ул. К. Маркса, д. 12, e-mail: stan@ufanet.ru).

About the authors

Kofman Vyacheslav Moiseevich (Ufa, Russian Federation) – Candidate of Technical Science, Associate professor, Department of Aircraft thermotechnics and heat power engineering, Ufa State Aviation Technical University (12, K. Marks st., Ufa, 450000, Russian Federation, e-mail: stan@ufanet.ru).

Получено 12.03.2013