

УДК 620.22-419.8:661.666.232:514.8

**К.А. Кичигина, А.И. Дегтярев, Д.М. Караваев**  
**K.A. Kichigina, A.I. Degtyarev, D.M. Karavaev**

Пермский национальный исследовательский политехнический университет  
Perm National Research Polytechnic University

**ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МУЛЬТИФРАКТАЛЬНОГО  
АНАЛИЗА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ СТРУКТУРЫ  
КОМПОЗИЦИОННОГО МАТЕРИАЛА НА ОСНОВЕ  
ТЕРМОРАСШИРЕННОГО ГРАФИТА**

**SOFTWARE IMPLEMENTATION MULTIFRACTAL ANALYSIS  
TO STUDY THE STRUCTURE COMPOSITE MATERIAL BASED  
ON EXPANDED GRAPHITE**

Описан алгоритм для расчета мультифрактальных характеристик. Разработана программа, позволяющая вычислять мультифрактальные характеристики материалов. Продемонстрирована работа программы на примере вычисления мультифрактальных характеристик композиционного материала на основе терморасширенного графита.

**Ключевые слова:** мультифракталы, мультифрактальный формализм, количественная параметризация, композиционные материалы, прессование.

The relevance of the multifractal analysis for the composites has been investigated. Algorithm for calculating the multifractal characteristics is described. A program that allows to calculate the multifractal characteristics of the characteristics of a composite material based on expanded graphite has been demonstrated.

**Keywords:** multifractals, multifractal formalism, quantitative parameterization, composite materials, pressing.

Одной из важных задач современного материаловедения является изучение структурной неоднородности материалов, а также способов изучения данной неоднородности. Все большую популярность для исследования структур в последние годы приобретает фрактальная теория. В то же время на сегодняшний день установлен непреложный факт: для адекватного описания природных и многих модельных структур недостаточно использования одной лишь величины фрактальной размерности [1].

Часто самоподобие естественных и многих модельных структур не может быть описано с помощью только одной фрактальной (хаусдорфовой) размерности, как в случае регулярного монофрактала. Для полного описания неупорядоченных структур требуется определение спектра различных размерностей, т.е. использование мультифрактального формализма [2].

Мультифрактальный формализм – это формальная процедура, приписывающая мере исследуемого объекта пару плоских кривых –  $f(\alpha)$ -спектр и размерности Реньи (множество размерностей). Параметры этих кривых можно вычислять аналитически или численно и затем использовать для количественной параметризации [3].

Под параметризацией здесь понимается тот или иной способ приписывания количественных характеристик системам различной природы – механическим, физическим, химическим, электрическим, биологическим и др. – для их количественного описания, сравнения и различения. Параметризация проводится на основе конкретных алгоритмов использования измерительных приборов и вычислительных процедур. Большинство работ по фрактальной параметризации посвящено исследованию сильно неравновесных, неоднородных (в пространстве и времени) систем [3].

Адекватно выбранный способ параметризации структур позволяет перейти к решению задачи оптимизации их свойств. Кроме того, становится возможным выявление скрытых процессов эволюции структур материалов при обработках и внешних воздействиях [1].

В работе [4] было показано, что частицы порошка ТРГ являются фракталами и при их исследовании может быть применена фрактальная теория. В связи с этим было решено рассмотреть метод мультифрактального формализма и способы расчета мультифрактальных характеристик.

В данной работе показана программная реализация метода мультифрактальной параметризации применительно к композиционному материалу на основе ТРГ. В качестве способа расчета был выбран метод покрытия сетками, который далее описан в виде алгоритма [3, 5].

Алгоритм расчета мультифрактальных характеристик:

1. Бинаризация изображения (рис. 1). Преобразование изображения, полученного на микроскопе, в черно-белое. Минимальный размер ячейки после преобразования равен одному пикселю с размерами  $l \times l$ ,  $S$  квадрата =  $S$  одного пикселя.

■ – 0, □ – 1.

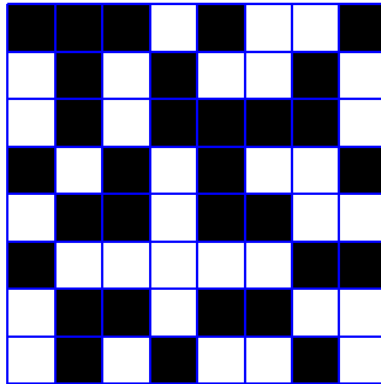


Рис. 1. Бинаризованная область изображения

2. Разбиение площади на квадратную сетку с ячейками определенного размера  $l_k \times l_k$  (рис. 2), причем  $l_k$  кратно двум:

$$l_k = 2^{n+1}, \quad n = 1, 2, 3, 4, 5.$$

Для  $l_k = 2^2 = 4$ .

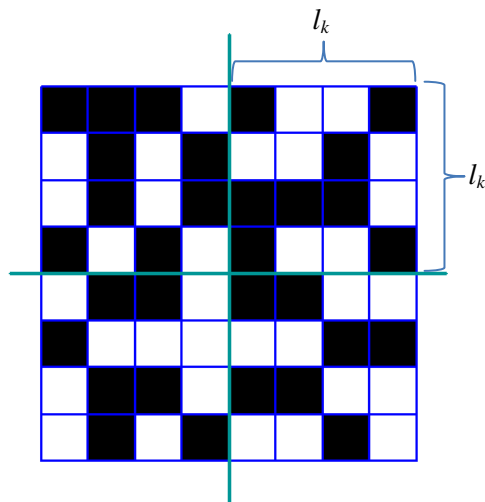


Рис. 2. Разбиение бинаризованного изображения на сетку с шагом 4 пикселя

3. Для каждого разбиения строится мера ячеек. В качестве меры используется вероятность распределения 1 в ячейках:

$$P_i = \frac{n_i}{N},$$

где  $n_i$  – количество точек в ячейке с номером  $i$ ;  $N$  – общее количество ячеек в бинарном изображении.

4. Оценивается обобщенная корреляционная функция:

$$Z(q) = \sum (P_i)^q.$$

5. Построение зависимости обобщенной корреляционной функции  $Z(q)$  от размеров ячеек  $l_k$ . Аппроксимация полученной зависимости с помощью метода наименьших квадратов и определение угла наклона:

$$\tau(q) = \frac{\ln Z(q)}{\ln(l_k)}.$$

6. Определение спектра обобщенной фрактальной размерности ( $D_q$  – спектр размерностей Реньи)

$$D_q = \frac{\tau(q)}{q-1}.$$

7. Определение функции мультифрактального спектра:

$$f(\alpha) = q\alpha - \tau(q),$$

где  $\alpha = \frac{d\tau}{dq}$ .

8. Нахождение мультифрактальных характеристик, таких как  $D_0$ ,  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $\Delta_q$ :

– обычная хаусдорфова размерность:

$$D_0 = -\lim_{l_k \rightarrow 0} \frac{\ln N(l_k)}{\ln l_k};$$

– информационная размерность:

$$D_1 = -\lim_{l_k \rightarrow 0} \frac{\sum P_i \cdot \ln P_i}{\ln l_k};$$

– корреляционная размерность:

$$D_2 = -\lim_{l_k \rightarrow 0} \frac{\ln \sum (P_i)^2}{\ln l_k};$$

– степень упорядоченности структуры:

$$\Delta_q = D_1 - D_q.$$

В качестве примера был рассмотрен ковер Серпинского, который представляет собой обычный, регулярный фрактал, построенный в программной среде MATLAB, и изображение шлифа, снятого с поверхности конструкционного материала на основе ТРГ.

Принцип построения квадратного ковра Серпинского заключается в следующем: квадрат делится на 9 равных частей, из которых центральный квадрат удаляется. Далее подобная операция происходит для каждого оставшегося квадрата. Для примера был взят ковер Серпинского с числом повторения разбиений, равным пяти (рис. 3).

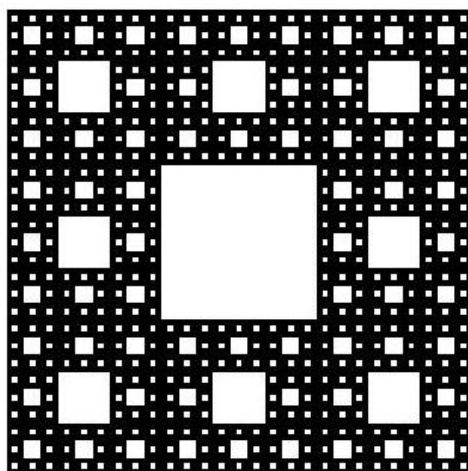


Рис. 3. Ковер Серпинского, построенный с числом итераций, равным 5

Снимок поверхности шлифа композиционного материала на основе ТРГ (рис. 4) сделан на микроскопе «Альтами МЕТ5» при увеличении  $\times 200$  с размером  $1024 \times 768$  пикселей. Изображение шлифа получено с поверхности образца, который был изготовлен при помощи одноосного прессования [4]. Условия получения образца: компоненты материала – ТРГ и связующее (60/40 соответственно), максимальная нагрузка прессования 43 МПа.

Для расчетов был взят фрагмент бинаризованного изображения размером  $512 \times 512$  пикселей, для которого в дальнейшем производились все расчеты (рис. 5).

Рассмотрим мультифрактальные характеристики для ковра Серпинского и композиционного материала на основе ТРГ. Зависимость спектра обобщенных фрактальных размерностей  $D_q$  от степенного показателя  $q$  показывает, что собой представляет рассматриваемое множество. Если  $D_q$  как-то меняется в зависимости от  $q$ , то рассматриваемое множество точек является мультифракталом. Если  $D_q = \text{const}$ , то данное множество точек представляет собой

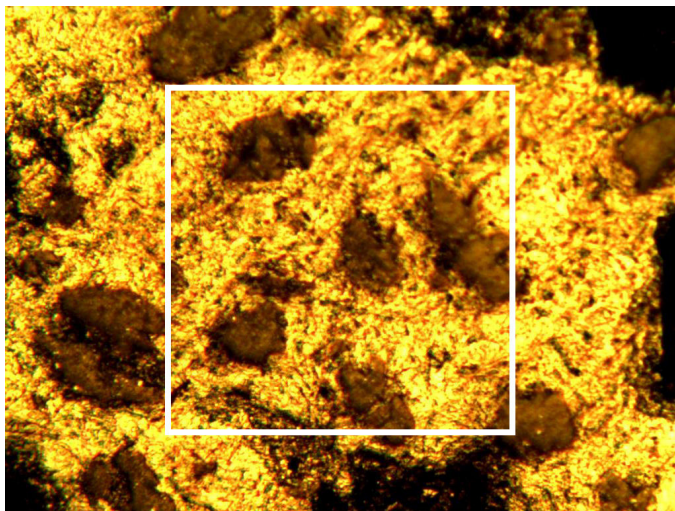


Рис. 4. Изображение шлифа поверхности композиционного материала на основе ТРГ.  $\times 200$

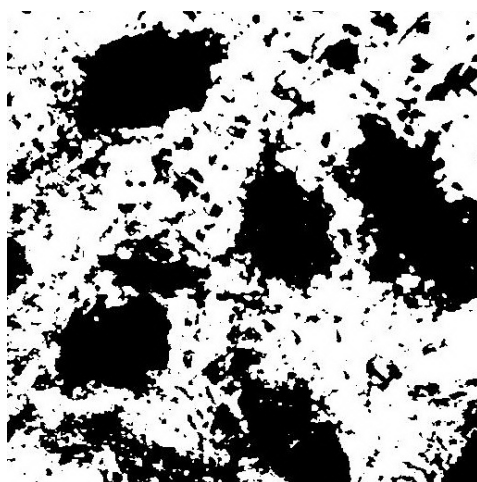
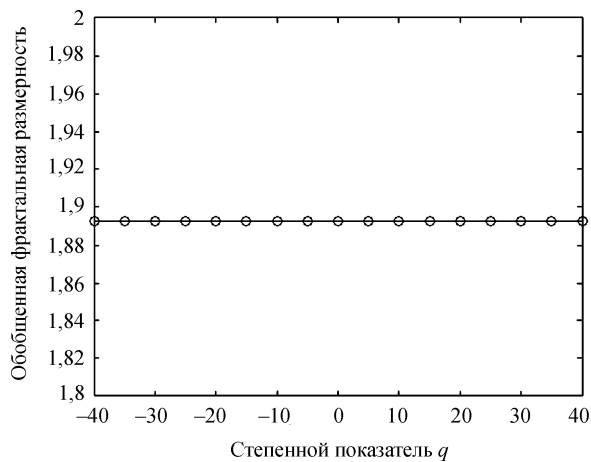


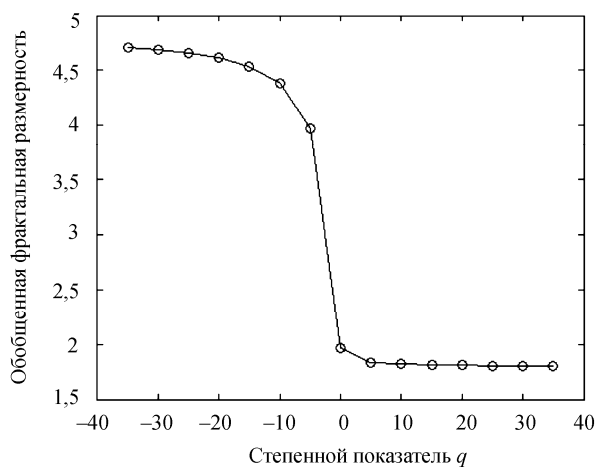
Рис. 5. Бинарное изображение фрагмента поверхности композиционного материала на основе ТРГ.  $\times 200$

обычный регулярный фрактал (рис. 6, *a*). В случае ковра Серпинского  $D_q = 1,892\ 789\dots$  вне зависимости от  $q$ .

На рис. 6, *б* представлена зависимость  $D_q(q)$ , полученная для композиционного материала на основе ТРГ. Спектр обобщенных фрактальных размерностей зависит от  $q$ , следовательно, можно сделать вывод, что материалы на основе ТРГ являются мультифракталами.



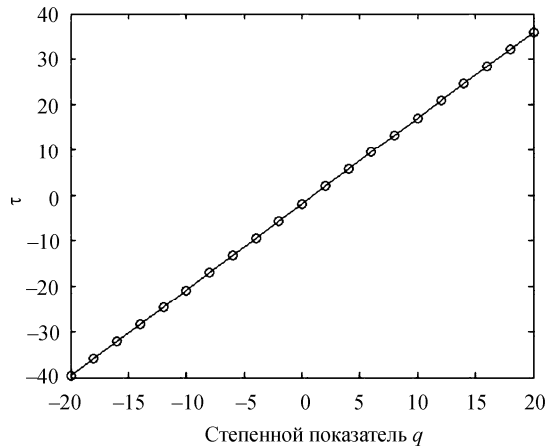
*a*



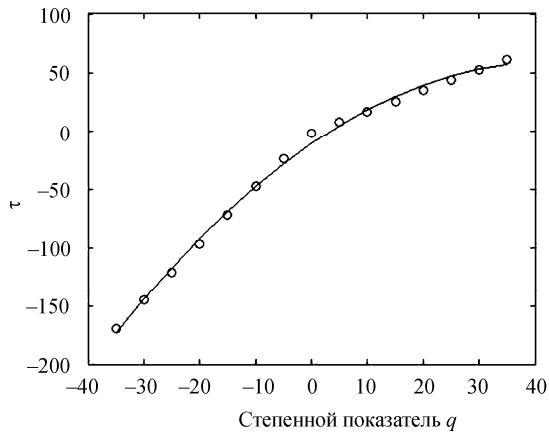
*б*

Рис. 6. Зависимость обобщенной фрактальной размерности от степенного показателя  $q$ : *a* – для ковra Серпинского; *б* – для композиционного материала на основе ТРГ

Отличительной чертой обычного регулярного фрактала относительно мультифрактала также является нелинейность функции  $\tau(q)$  (рис. 7), определяющей поведение обобщенной корреляционной функции  $Z(q)$  [5].



*a*



*б*

Рис. 7. Зависимость функции  $\tau(q)$  для ковra Серпинского (*a*) и материала на основе ТРГ (*б*)

Разработанная программа может быть использована для изучения упорядоченности и однородности структуры композиционного материала на основе ТРГ и поможет установить связь между структурой и механическими свойствами материала, такими как прочность на сжатие [6, 7], твердость по ГОСТ 4670–91 [8], микротвердость, определяемая методом царапания [9].

### Список литературы

1. Методология мультифрактальной параметризации структур материалов / И.Ж. Бунин, А.Г. Колмаков, Г.В. Встовский, В.Ф. Тереньтев // Вестник Томск. гос. ун-та. – 1998. – Т. 3, вып. 3. – С. 293–294.



2. Козлов Г.В. Мультифрактальность структуры и пластичность полимерных материалов // Конструкции из композиционных материалов. – 2005. – № 1. – С. 55–60.

3. Встовский Г.В. Элементы информационной физики / Моск. гос. индустриал. ун-т. – М., 2002. – 260 с.

4. Кичигина К.А., Дегтярев А.И., Караваев Д.М. Исследование механических характеристик фракций композиционного материала на основе терморасширенного графита и их взаимосвязь с фрактальной размерностью // Master's Journal. – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2012. – № 2. – С. 9–14.

5. Божокин С.В., Паршин Д.А. Фракталы и мультифракталы. – М.: Ижевск: РХД, 2001.

6. Механические свойства композиционного материала на основе терморасширенного графита / Д.М. Караваев, А.М. Ханов, А.И. Дегтярев, Л.Е. Макарова, Д.В. Смирнов, О.Ю. Исаев // Изв. Самар. науч. центра Рос. академии наук. – 2012. – Т. 14, № 1(2). – С. 562–564.

7. Анизотропия механических свойств композиционного материала на основе терморасширенного графита / Д.М. Караваев, А.М. Ханов, А.И. Дегтярев, Л.Е. Макарова, Д.В. Смирнов, О.Ю. Исаев // Изв. Самар. науч. центра Рос. академии наук. – 2012. – Т. 14, № 4(5). – С. 1243–1245.

8. Определение твердости композиционных материалов на основе терморасширенного графита / Д.М. Караваев, В.К. Безматерных, В.А. Москалев, Л.Е. Макарова // Вестник Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. Машиностроение, материаловедение. – 2012. – Т. 14, № 3. – С. 103–108.

9. Способ определения анизотропии композиций на основе терморасширенного графита / А.М. Ханов, Л.Е. Макарова, Д.М. Караваев, А.И. Дегтярев, А.В. Москалев, А.А. Нестеров // Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева. – 2012. – № 4, вып. 1. – С. 95–100.

Получено 15.02.2013

**Кичигина Ксения Анатольевна** – магистр, ПНИПУ, МТФ, ТМК-08, e-mail: ksisha\_@mail.ru.

**Дегтярев Александр Иванович** – кандидат технических наук, профессор, ПНИПУ, МТФ, e-mail: detali@pstu.ru.

**Караваев Дмитрий Михайлович** – ассистент, ПНИПУ, МТФ, e-mail: kmcm@ya.ru.