

УДК 532.546

А.С. Чиглинцева, А.А. Русинов

Бирский филиал Башкирского государственного университета,
Бирск, Россия

К ТЕОРИИ ПРОЦЕССА ГИДРАТООБРАЗОВАНИЯ ГАЗОВЫХ ПУЗЫРЕЙ В УСЛОВИЯХ МИРОВОГО ОКЕАНА

В работе предложена и построена теоретическая модель миграции метановых пузырей в условиях образования гидрата в вертикальном канале, находящегося над газовым источником. Изучено влияние различных параметров на процесс образования гидратных пузырей. Получены минимальные значения массовых расходов газа и воды, необходимых для процесса образования гидрата.

Установлено, что при миграции газовых пузырей в вертикальном канале возможны два режима протекания процесса гидратообразования в зависимости от значения массового расхода воды. Если начальное значение массового расхода воды больше критического, то при данном массовом расходе газа, достаточного для гидратообразования, газовые пузырьки полностью превращаются в гидратные, при этом температура воды в канале не достигает равновесной температуры образования гидрата. Если начальное значение массового расхода воды меньше критического, то газовые пузырьки покрываются гидратной оболочкой, а температура воды в канале достигает равновесной и процесс гидратообразования завершается.

Получено, что с увеличением начального массового расхода воды высота всплытия гидратных пузырьков растет до некоторой максимальной величины, которая соответствует его критическому значению, а при дальнейшем увеличении – падает.

В работе проведен анализ влияния на процесс гидратообразования различных глубин, на которых расположены газовые источники: 800, 1200 и 1500 м. Получено, что если происходит процесс частичного гидратообразования, то чем глубже расположен источник, тем на большую высоту всплывают пузырьки. Если происходит процесс полного образования гидрата, то картина совершенно иная: чем выше расположен источник газа – тем больше высота гидратообразования.

Ключевые слова: газовые пузырьки, гидратообразование, миграция газовых пузырьков, вертикальный канал.

A.S. Chiglintseva, A.A. Rusinov

Birsk branch of the Bashkir State University, Birsk, Russian Federation

TO THE THEORY OF PROCESS HYDRATING OF GAS BUBBLES IN THE CONDITIONS OF THE WORLD OCEAN

The theoretical model of migration methane bubbles in the conditions of formation hydrate is offered and constructed in work. Influence of various parameters on process of formation hydrate bubbles is studied. The minimum values of mass expenses of gas and the water necessary for process hydrating are received.

Found that the migration of gas bubbles in a vertical channel, there are two modes of the process hydrate formation, depending on the mass expenses of water. If the initial value of the mass expenses greater than the critical, then for a given mass expenses of gas sufficient for hydrate formation, gas bubbles become fully hydrated, thus water temperature in the channel doesn't reach the equilibrium temperature of hydrating. If the initial value of the mass expenses is less critical, then gas bubbles are covered hydration shell, and the water temperature in the channel reaches equilibrium, and the process hydrating is completed.

Also found that the increase of the initial mass expenses, the height of ascent of hydrate bubbles grow to a certain critical expenses, and a further increase - falls.

The analysis of different depths at which gas sources are located is carried out: 800, 1200 and 1500 m. It is found that if there is a process of partial hydrating, the deeper the source is located, the greater the height of the rising bubbles. If there is a process full of hydrating, the picture is quite different: the higher up the gas source - the greater the height of hydrate formation.

Keywords: gas bubbles, hydrating, migration of gas bubbles, vertical well.

Введение

Согласно современным акустическим исследованиям в Мировом океане ежегодно происходят непрерывные выбросы метана, которые составляют порядка нескольких сотен тонн газа [1]. Во всем мире насчитывается около 10000 подводных грязевых вулканов, которые хранят до 10^{10} – 10^{12} м³ метана в газогидратах [1]. Исследования, проведенные в Охотском море на Сахалинском склоне, показали, что выходы метановых пузырей со дна моря сопровождаются образованием гидрата на их поверхности [2, 3]. Это связано с тем, что в процессе всплытия пузыря к поверхности океана в районах аварий, в зависимости от глубины, создаются термобарические условия для образования и разложения гидратной оболочки на поверхности пузыря [4], фазовая диаграмма которых представлена на рис. 1 [5]. Точкой отмечены условия, которые реализуются при эксплуатации вертикального канала на газовом источнике, находящемся на глубине 1500 м.

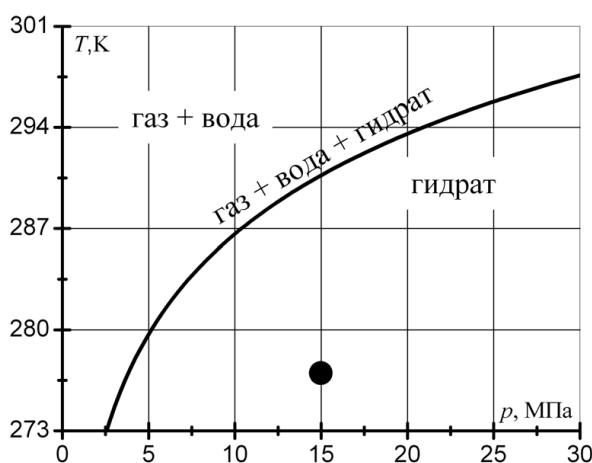


Рис. 1. Фазовая диаграмма

Поскольку в 1 м^3 гидрата содержится около 160 м^3 газа и $0,8 \text{ м}^3$ воды [6], это обстоятельство позволяет рассматривать газогидрат как один из перспективных источников углеводородного сырья. Поэтому одним из возможных способов получения газа из гидратов является сбор гидратных пузырей с помощью купола-ловушки и последующей транспортировки таких систем в специальные реакторы, созданные для их разложения.

1. Основные уравнения

В работе рассматривается процесс миграции систем газовых пузырьков в вертикальном канале в условиях образования гидрата (рис. 2). Согласно предлагаемой схеме над источником газа в условиях океана устанавливается цилиндрический канал, в который снизу поступает вода. Далее, в канале мигрирующие метановые гидратные пузыри попадают в ловушку, которая расположена над потоком.

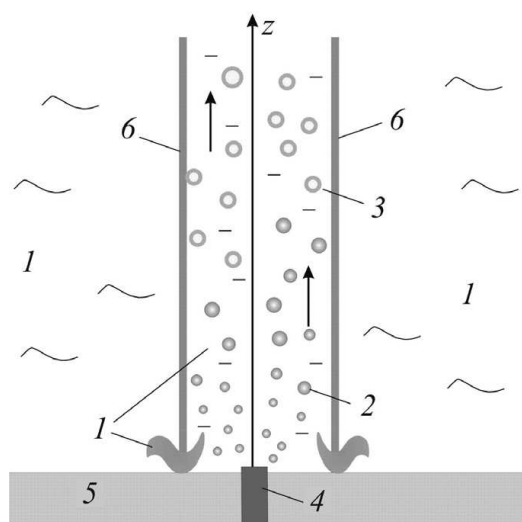


Рис. 2. Технологическая схема: 1 – вода; 2 – газовый пузырек; 3 – гидратный пузырек; 4 – источник газа; 5 – осадочные породы; 6 – вертикальный канал

Ось z направим по оси цилиндрического канала вертикально вверх. Полагаем, что все основные параметры течения трехфазной системы, состоящей из частиц гидрата, воды и газа, однородны по сечению цилиндра. Пузырьки газа поднимаются вверх вдоль оси z , причем на поверхности этих пузырьков образуется гидрат.

Пусть n_g – число пузырьков в единице объема. Дроблением и слипанием гидратных пузырьков, поднимающихся со скоростью w_g ,

будем пренебрегать. Тогда уравнение сохранения числа пузырьков запишется в виде [7]

$$\frac{d}{dz}(Sn_g w_g) = 0, \quad S = \pi R^2,$$

где S – площадь сечения канала. Здесь и далее нижние индексы h, l, g относятся к параметрам гидрата, воды и газа.

Запишем уравнения сохранения масс соответственно для воды, газа и гидрата, при этом будем полагать, что скорости газовой и гидратной фазы

$$\frac{dM_l}{dz} = -J_l, \quad \frac{dM_g}{dz} = -J_g, \quad \frac{dM_h}{dz} = J_h, \quad (1)$$

$$M_l = S\rho_l^0 \alpha_l w_l, \quad M_g = S\rho_g^0 \alpha_g w_g, \quad M_h = S\rho_h^0 \alpha_h w_h, \quad (w_g = w_h), \quad (2)$$

$$(\alpha_l + \alpha_g + \alpha_h = 1, \quad S = \pi R^2),$$

где $M_i, \rho_i^0, \alpha_i, w_i$ ($i = h, l, g$) – массовые расходы, истинные плотности, объемные содержания и скорости фаз; J_l, J_g, J_h – интенсивности расхода воды, газа и образования гидрата.

Газогидрат является клатратным соединением с массовым содержанием газа G . Поэтому интенсивности расхода воды, газа и образования гидрата связаны следующим образом:

$$J_l = (1 - G)J_h, \quad J_g = GJ_h. \quad (3)$$

Приведенную систему уравнений необходимо дополнить следующими кинематическими соотношениями:

$$\alpha_l + \alpha_g + \alpha_h = 1, \quad \alpha_g = \frac{4}{3}\pi a_g^3 n_g, \quad \alpha_h = \frac{4}{3}\pi(a_h^3 - a_g^3)n_g, \quad (4)$$

где a_g – радиус газовых пузырьков; a_h – радиус гидратных пузырьков.

Уравнение импульсов для трехфазного потока в рамках вышеприведенных допущений может быть записано в виде [7]

$$\frac{d}{dz}(M_l w_l + (M_g + M_h) w_g) = -S \frac{dp}{dz} - Sg(\alpha_l \rho_l^0 + \alpha_g \rho_g^0 + \alpha_h \rho_h^0) - 2\pi R \tau_c,$$

где τ_c – сила трения между потоком и стенкой канала, отнесенная к единице площади его поверхности.

Для замыкания системы уравнений запишем уравнение миграции для газового пузыря относительно жидкости, пренебрегая инерционными эффектами жидкостного потока, которое будет иметь вид [7]

$$w_g \frac{d}{dz} (m_b w_g + m_{pr} w_{gl}) = -m_b g - \frac{4}{3} \pi \alpha_h^3 \frac{dp}{dz} - 4 \pi \alpha_h^2 \tau_b,$$

$$m_b = \frac{4}{3} \pi \alpha_g^3 \rho_g^0 + \frac{4}{3} \pi (\alpha_h^3 - \alpha_g^3) \rho_h^0, \quad m_{pr} = \frac{2}{3} \pi \alpha_h^3 \rho_l^0,$$

$$w_{gl} = w_g - w_l,$$

где m_b, m_{pr} – масса соответственно гидратного пузырька и присоединенная; τ_b – сила трения между гидратным пузырьком и потоком жидкости, отнесенная к единице площади его поверхности; w_{gl} – скорость миграции газового пузыря относительно жидкости.

При записи уравнения сохранения энергии воды в канале будем пренебрегать потерями тепла через стенки канала. Тогда можем записать следующее уравнение баланса тепла, которое будет иметь вид

$$\frac{d}{dz} (M_l c_l T_l) = Q - J_l c_l T_{hs}, \quad Q = S n_g 4 \pi \alpha_h^2 q_{ls}. \quad (5)$$

Здесь T_l – температура воды в канале; c_l – теплоемкость воды (при постоянном давлении); q_{ls} – интенсивность теплообмена между жидкостным потоком в канале и поверхностью гидратной оболочки пузыря, отнесенная к единице его площади.

Жидкость будем считать несжимаемой, а газ калорически совершенным.

$$\rho_l^0 = \text{const}, \quad p = \rho_g^0 R_g T.$$

2. Силовое и тепловое взаимодействия потока со стенками канала и гидратным пузырем

Силу трения между потоком и каналом примем в виде [8]

$$\tau_c = \xi_c \frac{\rho w_l^2}{2}, \quad \rho = (\alpha_g \rho_g^0 + \alpha_l \rho_l^0 + \alpha_h \rho_h^0),$$

$$\xi_c = \frac{0,3165}{\text{Re}_l^{0,25}}, \quad \text{Re}_l = \frac{2R\rho_l^0 w_l}{\mu_l}.$$

Здесь выражение для коэффициента гидравлического сопротивления ξ_c соответствует формуле Блазиуса для гладких труб; Re – критерий Рейнольдса и μ_l – эффективный коэффициент динамической вязкости для жидкостного потока.

Сила трения между гидратным пузырьком и потоком жидкости может быть записана в виде [8]

$$\tau_b = \xi_b \frac{\rho_l^0 (w_g - w_l)^2}{2}, \quad \xi_b = \frac{12}{\text{Re}_{gl}} (1 + 0,0811 \text{Re}_{gl}^{0,879}),$$

$$\text{Re}_{gl} = \frac{2a_h \rho_l^0 (w_g - w_l)}{\mu_l}.$$

Для интенсивности теплового потока между жидкостью в канале и поверхностью пузыря будем использовать формулу [7]

$$q_{ls} = \beta (T_{hs} - T_l), \quad \beta = \frac{\lambda_l \text{Nu}}{2a_h},$$

$$\text{Nu} = 2 + 0,46 \text{Re}_{gl}^{0,55} \text{Pr}^{0,3}, \quad \text{Pr} = \frac{\mu_l c_l}{\lambda_l},$$

где Pr и Nu – приведенные числа Прандтля и Нуссельта; λ_l – эффективный коэффициент теплопроводности для жидкости.

3. Описание интенсивности образования гидратных пузырьков

Интенсивность образования гидрата примем в виде [9]

$$J_h = S n_g 4\pi a_h^2 j_h,$$

где j_h – интенсивность образования гидрата, отнесенная на единицу площади поверхности гидратного пузырька.

Примем, что интенсивность образования гидратного пузыря лимитируется интенсивностью отвода тепла от его поверхности жидкостью. При этом температура поверхности гидратного пузыря T_h равна

равновесной температуре образования гидрата T_s , которая соответствует значению давления p для данной глубины ($T_h = T_s(p)$). Для зависимости $T_s(p)$ будем использовать выражение

$$T_s(p) = T_{(h0)} + T_* \ln \frac{p}{p_{(h0)}}. \quad (6)$$

В соответствии с вышесказанным можно записать

$$j_h = \frac{q_{ls}}{l_h}.$$

Здесь l_h – удельная теплота образования гидрата.

Из уравнений (1) с учетом (2), (3) и (4) получим выражения, которые выражают законы изменения соответственно радиусам гидратного и газового пузырьков:

$$\frac{da_h}{dz} = \frac{j_h}{w_g} \left(\frac{1}{\rho_h^0} - \frac{G}{\rho_g^0} \right), \quad \frac{da_g}{dz} = - \frac{Gj_h}{w_g \rho_g^0} \frac{a_h^2}{a_g^2}.$$

4. Критические значения массовых расходов газа и воды, необходимые для полного образования гидратного пузырька

На основе второго уравнения из (5) с учетом (1) и (3) получим интеграл энергии

$$M_l c_l T_l + M_h l_h + (1-G) M_h c_l T_{hs} = c. \quad (7)$$

Здесь c – постоянная, определяемая из условий на входе и на выходе из канала.

Пусть в канал поступает вода с некоторым начальным массовым расходом $M_l = M_{l0}$ при температуре $T_l = T_{l0}$ и газ с массовым расходом $M_g = M_{g0}$. Следовательно, на входе ($z=0$) и на выходе ($z=z_e$) канала можем записать следующие граничные условия:

$$M_l = M_{l0}, M_g = M_{g0}, T_l = T_{l0} \quad (z=0) \quad \text{и} \quad M_l = M_{le}, T_l = T_{le}, M_h = M_{he} \quad (z=z_e). \quad (8)$$

Тогда на основе уравнения (7) с учетом (8) получим выражения для определения критических значений массовых расходов воды и газа, необходимые для полного образования гидрата

$$M_h l_h = M_l c_l (T_{hs} - T_{l0}), M_g = G M_h,$$
$$M_l^* = \frac{M_g^* l_h}{c_l \Delta T G}. \quad (9)$$

Здесь M_g^* , M_l^* – критические значения массовых расходов газа и воды.

Таким образом, при миграции газовых пузырей в вертикальном канале возможны два режима протекания процесса гидратообразования. Данный процесс может завершаться при полном переходе газа в гидратное состояние или при достижении температуры воды в канале равновесной температуры образования гидрата для данного значения давления на соответствующей глубине. При этом структура пузырьков может быть различной. Если начальное значение массового расхода воды больше критического M_l^* , то при данном массовом расходе газа M_g^* , достаточного для гидратообразования, газовые пузырьки полностью превращаются в гидратные, при этом температура воды в канале не достигает равновесной температуры образования гидрата. Если же начальное значение массового расхода воды меньше критического, то газовые пузырьки покрываются гидратной оболочкой, а температура воды в канале достигает равновесной и процесс гидратообразования завершается.

5. Результаты расчетов

Для параметров, определяющих теплофизические свойства гидрата, воды и газа, были приняты следующие значения: $\rho_h = 910 \text{ кг/м}^3$; $l_h = 5 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$; $\rho_l = 1000 \text{ кг/м}^3$; $\lambda_l = 0,58 \text{ Дж/(м}\cdot\text{с}\cdot\text{К)}$; $c_l = 4200 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$; $\lambda_g = 0,03 \text{ Дж/(м}\cdot\text{с}\cdot\text{К)}$; $\mu_l = 0,001 \text{ кг/(м}\cdot\text{с)}$; $R_g = 520 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$; $G = 0,12$.

Для базовых параметров, определяющих геометрию и режим работы канала, принимались следующие численные величины: $R = 1 \text{ м}$; $M_{g0} = 1 \text{ кг/с}$ [10]; $T_{l0} = 277 \text{ К}$; $p = 15 \cdot 10^6 \text{ Па}$; $w_{g0} = 0,1 \text{ м/с}$. Соответствующая равновесная температура T_s для данного значения давления согласно формуле (6) равна 290,6 К.

В работе проведен анализ влияния начального значения массового расхода воды на процесс гидратообразования. Поскольку минимальное значение массового расхода воды ($M_{l0} = 76 \text{ кг/с}$) для данного

начального значения массового расхода газа принимается согласно формуле (9), то задавались значения $M_{l0}=50$ кг/с, что соответствует частичному образованию гидрата на пузырьке и $M_{l0}=100$ кг/с, которое достаточно для полного образования гидрата.

На рис. 3 представлены распределения массовых расходов газа и гидрата, скоростей газовых пузырьков и воды, температуры воды вдоль канала, а также радиусов газового и гидратного пузырька, находящихся на глубине 1500 м с начальными радиусами 1 мм при полном образовании гидрата. Видно, что процесс гидратообразования заканчивается, т.е. газ в пузырьке полностью переходит в гидратное состояние на высоте порядка 0,5 м. При этом температура воды в канале не достигает равновесной температуры образования гидрата. Из рис. 3, б видно, что газовые пузырьки при заданной начальной скорости ускоряются и принимают максимальную скорость на высоте порядка 2,5 см, после чего происходит уменьшение скорости всплытия гидратных пузырьков.

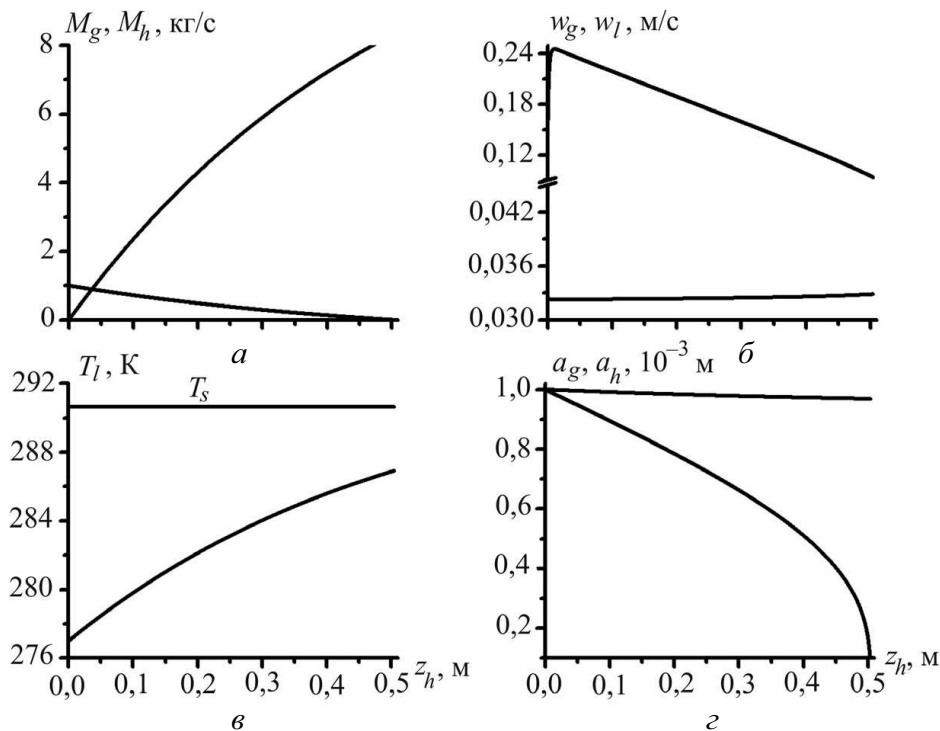


Рис. 3. Распределения массовых расходов газа и гидрата (а); скоростей пузырьков и воды (б); температуры воды (в) вдоль канала; радиусов газового и гидратного пузырька (г)

На рис.4 представлены распределения массовых расходов газа и гидрата, скоростей газовых пузырьков и воды, температуры воды вдоль канала, а также радиусов газового и гидратного пузырька, находящихся на глубине 1500 м с начальными радиусами 1 мм при частичном образовании гидрата. Видно, что процесс гидратообразования заканчивается на высоте порядка 1 м. вследствие достижения температуры воды в канале равновесной температуры образования гидрата для данного значения давления. При этом газовые пузырьки не полностью переходят в гидратное состояние, а покрываются гидратной оболочкой. Из рис. 4, б видно, что скорость миграции газовых пузырьков устанавливается.

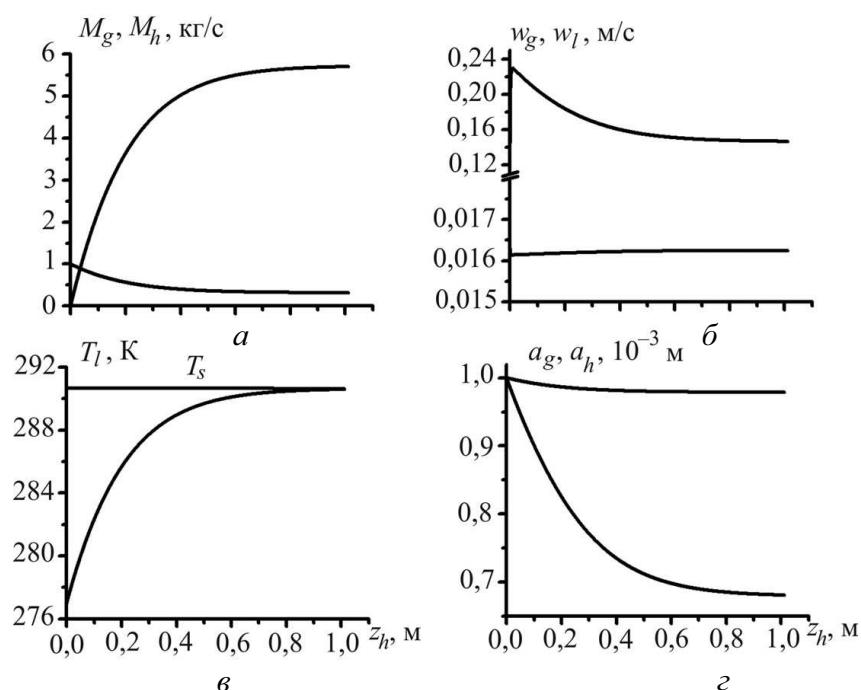


Рис. 4. Распределения массовых расходов газа и гидрата (а); скоростей пузырьков и воды (б); температуры воды вдоль канала (в); радиусов газового и гидратного пузырька (г)

На рис. 5 представлена зависимость влияния начального массового расхода воды на процесс гидратообразования при различных значениях глубины функционирования газового источника: 1500, 1000 и 800 м, что соответствует значениям глубинного давления: $p=15, 10, 8$ МПа.

Видно, что при увеличении начального массового расхода воды высота, на которой завершается процесс гидратообразования, растет до некоторого максимального значения и затем уменьшается. Это связано

с тем, что, пока $M_{l0} < M_l^*$, процесс гидратообразования завершается при достижении температуры жидкости T_l в канале равновесной температуры T_s для данного значения давления. Чем больше M_{l0} , тем меньше T_l и, следовательно, процесс гидратообразования. При $M_{l0} > M_l^*$ процесс гидратообразования завершается при полном переходе газовых пузырей в гидратное состояние: чем больше M_{l0} , тем меньше T_l и ΔT увеличивается, следовательно, увеличивается вектор потока тепла, а это означает, что гидрат образуется интенсивнее и высота z_h уменьшается.

Чем меньше глубина всплытия метановых пузырей, тем, соответственно, ниже давление и равновесная температура для данной глубины. Поэтому разность температур $\Delta T = T_s - T_l$ становится меньше, что, в свою очередь, приводит к увеличению критического значения массового расхода воды. Например, для давления $p = 15$ МПа $M_l^* = 76$ кг/с, а для $p = 8$ МПа согласно (9) $M_l^* = 140$ кг/с. А это означает смещение пика вправо в зависимости от увеличения глубины всплытия.

Из рис. 5 видно, что если $M_{l0} < M_l^*$ и происходит процесс частичного гидратообразования, то чем больше донное давление, тем на большую высоту поднимается гидрат.

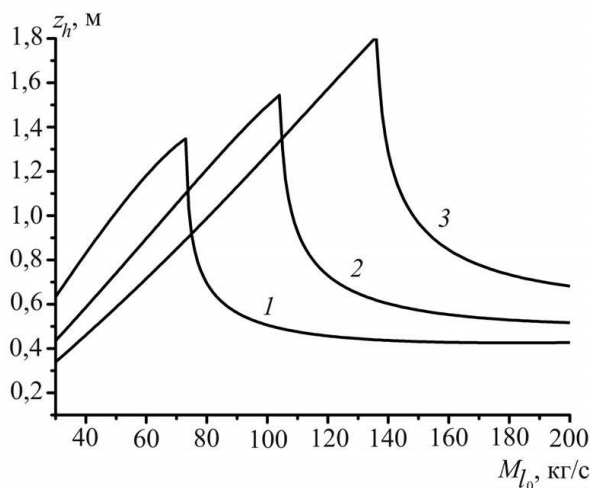


Рис. 5. Зависимость процесса завершения гидратообразования от начального массового расхода воды на различных глубинах:
 1 – 1500 м; 2 – 1000 м; 3 – 800 м

Если $M_{l0} > M_l^*$ и происходит процесс полного гидратообразования, то чем выше донное давление, тем больше ΔT и больше интенсивность гидратообразования, поэтому газовые пузырьки переходят в гидратное состояние на более меньших высотах z_h .

Заключение

В работе получены минимальные значения массовых расходов газа и воды, необходимые для процесса образования гидрата. Изучено влияние различных начальных параметров на процессы миграции и образования гидратных пузырей в вертикальном канале. Установлено, что при миграции газовых пузырей в вертикальном канале возможны два режима протекания процесса гидратообразования. Данный процесс может завершаться либо при полном переходе газа в гидратное состояние, либо при достижении температуры воды в канале равновесной температуры образования гидрата для данного значения давления на соответствующей глубине.

Полученные результаты исследований расширяют теоретические представления о процессе образования гидратных пузырьков на морских глубинах, которые в дальнейшем могут быть использованы при проведении комплекса инженерно-технологических мероприятий по сбору таких систем в условиях Мирового океана и последующего извлечения из них газа.

Библиографический список

1. Methane discharge from a deep-sea submarine mud volcano into the upper water column by gas hydrate-coated methane bubbles / E.J. Sautera [et al.] // *Earth and Planetary Science Letters*. – 2006. – No. 243(3–4). – P. 354–365.
2. Gumerov N.A., Chahine G.L. Dynamics of bubbles in conditions of gas hydrate formation // *Fluid Dynamics*. – 1992. – No. 5. – P. 664–669.
3. Study on the kinetics of hydrate formation in a bubble column / Y.-T. Luoa, J.-H. Zhua, S.-S. Fanb, G.-J. Chena // *Chemical Engineering Science*. – 2007. – No. 62. – P. 1000–1009.
4. Шагапов В.Ш., Чиглинцева А.С., Сыртланов В.Р. О возможности вымывания газа из газогидратного массива посредством циркуляции теплой воды // *Прикладная механика и техническая физика*. – 2009. – Т. 50, № 4. – С. 100–111.

5. Maksimov A.O., Sosedko E.V. Dynamics of sea bubbles covered by a hydrate skin // XVI Session of the Russian Acoustical Society, Moscow, November 14–18, 2005. – Moscow, 2005. – P. 459–462.

6. Дмитриевский А.Н. Газогидраты морей и океанов – источник углеводородов будущего. – М.: ИРЦ Газпром, 2009. – 416 с.

7. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. – Т. 1. – М.: Наука, 1987. – 464 с.

8. Химическая гидродинамика: справ. пособие / А.М. Кутепов, А.Д. Полянин, З.Д. Запрянов, А.В. Вязьмин [и др.]. – М.: Квантум, 1996. – 336 с.

9. Покусаев Б.Г. Процессы переноса в многофазной среде // Теоретические основы хим. технологии. – 2007. – Т. 41, № 1. – С. 35–43.

10. Исаев В.П. О газовом палеовулканизме на Байкале // Геология нефти и газа. – 2001. – № 5. – С. 45–50.

References

1. Sautera E.J. et al. Methane discharge from a deep-sea submarine mud volcano into the upper water column by gas hydrate-coated methane bubbles. *Earth and Planetary Science Letters*, 2006, no. 243(3–4), pp. 354–365.

2. Gumerov N.A., Chahine G.L. Dynamics of bubbles in conditions of gas hydrate formation. *Fluid Dynamics*, 1992, no. 5, pp. 664–669.

3. Luo Y.-T., Zhua J.-H., Fanb S.-S., Chena G.-J. Study on the kinetics of hydrate formation in a bubble column. *Chemical Engineering Science*, 2007, no.62, pp. 1000–1009.

4. Shagapov V.Sh., Chiglinceva A.S., Syrtlanov V.R. O vozmozhnosti vymyvaniya gaza iz gazogidratnogo massiva posredstvom cirkulyacii teploj vody [On the possibility of washing of gas from gas hydrate solid by circulating warm water]. *Prikladnaya mexanika i texnicheskaya fizika*, 2009, vol. 50, no. 4, pp. 100–111.

5. Maksimov A.O., Sosedko E.V. Dynamics of sea bubbles covered by a hydrate skin. *XVI Session of the Russian Acoustical Society*, Moscow, 2005, pp. 459–462.

6. Dmitrievskij A.N. Gazogidraty morej i okeanov – istochnik uglevodorodov budushhego [Hydrates the seas and oceans is the future source of hydrocarbons]. Moscow: IRC Gazprom, 2009. 416 p.

7. Nigmatulin R.I. Dinamika mnogofaznyx sred [Dynamics of multiphase flows]. Moscow: Nauka, 1987, vol. 1. 464 p.

8. Kutepov A.M., Polyenin A.D., Zapryanov Z.D., Vyaz'min A.V., Kazenin D.A. *Ximicheskaya gidrodinamika: Spravochnoe posobie* [Chemical Hydrodynamics: A Reference Guide]. Moscow: Kvantum, 1996. 336 p.

9. Pokusaev B.G. *Processy perenosa v mnogofaznoj srede* [Transport processes in multiphase environment]. *Teoreticheskie osnovy khimicheskoy tekhnologii*, 2007, vol. 41, no. 1, pp. 35-43.

10. Isaev V.P. *O gazovom paleovulkanizme na Bajkale* [About the gas paleovulkanizme Baikal]. *Geologiya nefi i gaza*, 2001, no. 5, pp. 45-50.

Об авторах

Чиглинцева Ангелина Сергеевна (Бирск, Россия) – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математического анализа и прикладной математики Бирского филиала Башкирского государственного университета (452451, Башкортостан, г. Бирск, ул. Интернациональная, 10, e-mail: changelina@rambler.ru).

Русинов Алексей Александрович (Бирск, Россия) – аспирант кафедры математического анализа и прикладной математики Бирского филиала Башкирского государственного университета (452451, Башкортостан, г. Бирск, ул. Интернациональная, 10, e-mail: irtysh2009@mail.ru).

About the authors

Chiglintseva Angelina Sergeevna (Birsk, Russian Federation) – Ph.D. of Physical and Mathematical Sciences, Ass. Professor, Department of Mathematical Analysis and Applied Mathematics, Birsk Branch of Bashkir State University (12, 8 March St., 452451, Birsk, Bashkortostan, e-mail: changelina@rambler.ru).

Rusinov Alex Alexandrovich (Birsk, Russian Federation) – Assistant, Department of Mathematical Analysis and Applied Mathematics, Birsk Branch of Bashkir State University (111, Gagarin St., 452452, Birsk, Bashkortostan, e-mail: irtysh2009@mail.ru).

Получено 7.02.2013