

**И.Н. Липатов**

Пермский национальный исследовательский  
политехнический университет

**ПОСТРОЕНИЕ АДАПТИВНОГО ФИЛЬТРА НА ОСНОВЕ  
ВЕЙВЛЕТА ДОБЕШИ ДЛЯ СЛУЧАЯ ГАРМОНИЧЕСКОГО  
ПОЛЕЗНОГО СИГНАЛА И ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНО  
КОРРЕЛИРОВАННОЙ ПОМЕХИ**

*Рассматривается задача построения адаптивного фильтра (АФ) на основе вейвлета Добеши. АФ смоделирован на ЦВМ. Приводятся результаты моделирования, которые позволяют оценить качество работы АФ.*

Рассмотрим адаптивную фильтрацию наблюдаемого сигнала, получаемого на выходе измерительного устройства (ИУ).

Предположим, что на вход АФ на основе вейвлета Добеши поступает полезный сигнал  $x(t)$ , на который накладывается погрешность ИУ  $v(t)$ , так что входной наблюдаемый сигнал  $y(t)$  имеет вид

$$y(t) = x(t) + v(t). \quad (1)$$

Детерминированный полезный сигнал  $x(t)$  описывается выражением

$$x(t) = A \sin(2\pi f_0 t), \quad (2)$$

где  $A$  – неизвестная амплитуда гармонического сигнала;  $f_0$  – известная частота,  $f_0 = \frac{1}{T_0}$ ; Гц;  $T_0$  – период гармонических колебаний.

Корреляционная функция погрешности  $v(t)$  описывается соотношением

$$K_v(\tau) = \sigma_v^2 \cdot e^{-\alpha_v |\tau|}, \quad (3)$$

где  $\sigma_v^2$  – неизвестная дисперсия помехи  $v(t)$ ;  $\alpha_v$  – неизвестный коэффициент нерегулярности помехи  $v(t)$ . Таким образом, неизвест-

ны параметр  $A$  сигнала  $x(t)$  и параметры  $\sigma_v$ ,  $\alpha_v$  корреляционной функции  $K_v(\tau)$ .

Необходимо путем соответствующей обработки (фильтрации) уменьшить влияние погрешности ИУ  $v(t)$ .

Из соотношения (1) имеем:

$$y[i] = x[i] + v[i], \quad i = \overline{1, n_2}, \quad (4)$$

где  $y[i] = y(t_i)$ ;  $x[i] = x(t_i)$ ;  $v[i] = v(t_i)$ ;  $t_i = i\Delta t$ ;  $\Delta t$  – интервал дискретности, с которым измеряется сигнал  $y(t)$ .

Из выражений (2), (3) получим

$$x[i] = A \sin(2\pi f_0 i \Delta t), \quad i = \overline{1, n_2}, \quad (5)$$

$$K_v[j] = \sigma_v^2 \cdot e^{-\alpha_v |j\Delta t|}, \quad j = \overline{0, m}, \quad (6)$$

где  $K_v[j] = K_v(t_j)$ ;  $t_j = j\Delta t$ .

Рассмотрим построение АФ на основе ортогонального вейвлета Добеши. Вейвлетное преобразование применяется, в частности, для фильтрации сигналов. В вейвлетном преобразовании в качестве весовых коэффициентов значений сигнала выступают вейвлетные функции [1]. Вейвлеты характеризуются своим временным и частотными образами. Временной образ определяется некоторой *psi*-функцией  $\psi(t)$  времени. А частотный образ определяется её Фурье-образом  $\hat{\psi}(\omega)$ , который задает огибающую спектра вейвлета [2]. Фурье-образ определяется выражением

$$\hat{\psi}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) e^{-\omega t} dt, \quad (7)$$

где  $\omega$  – круговая частота.

Выбираем для адаптивной фильтрации сигнала  $y[i]$ ,  $i = \overline{1, n_2}$  вейвлет Добеши. АФ на основе вейвлета Добеши будем строить на базе пакета расширения системы *MatLab 7.0 Wavelet Toolbox* [3].

Функция  $z = wden(y, tptr, sorh, scal, N, 'wname')$  возвращает очищенный от шума сигнал  $z$ , полученный ограничением вейвлет-коэффициентов преобразования входного сигнала  $y$ . Строка *tptr* задает правило выбора порога. Было выбрано правило '*sqtwo log*', что означает выбор инверсного порога. Параметр *sorh* принимал значение '*s*',

что соответствует выбору гибкого порога для удаления шумов путем ограничения вейвлет-коэффициентов. Строка *scal* определяет мультипликативное пороговое перемасштабирование (если шум вне пределов [0,1] или не белый). Было выбрано значение 'sln', что соответствует перемасштабированию с использованием единственной оценки уровня шума, основанному на коэффициентах первого уровня. Параметр 'wname' задает имя вейвлета. Было выбрано значение 'db10', что соответствует вейвлету Добеши. Параметр *N* означает уровень декомпозиции или количество коэффициентов вейвлет-преобразования. Было выбрано  $N = 5$ .

Таким образом, АФ на основе вейвлета Добеши в системе *MatLab 7.0* реализуется программно в виде команды

$$z = wden(y, 'sqrtwo log', 's', 'sln', 5, 'db10');$$

Сигнал на выходе АФ  $z[i]$ ,  $i = \overline{1, n_2}$  представляет собой сигнал  $y[i]$ ,  $i = \overline{1, n_2}$  на входе фильтра, очищенный от шума.

Процедура удаления шума состоит в подавлении составляющей шума  $v[i]$ ,  $i = \overline{1, n_2}$  в сигнале  $y[i]$ ,  $i = \overline{1, n_2}$  и восстановлении составляющей  $x[i]$ ,  $i = \overline{1, n_2}$  и включает в себя три шага [2]:

1) *разложение*. Выбор вейвлета и уровня декомпозиции  $N$ . Вейвлет-разложение сигнала  $y[i]$ ,  $i = \overline{1, n_2}$ ;

2) *детализация*. Для каждого уровня от 1 до  $N$  выбирается определенный порог и применяется гибкий порог для детализирующих коэффициентов;

3) *восстановление*. Вейвлет-восстановление, основанное на исходных коэффициентах аппроксимации на уровне  $N$ , модификация детальных коэффициентов на уровнях от 1 до  $N$ .

Определим ошибку фильтрации для АФ на основе вейвлета Добеши. Имеем

$$\varepsilon[i] = z[i] - x[i], \quad i = \overline{1, n_2}. \quad \text{м} \quad (8)$$

Обозначим через  $\hat{\sigma}_\varepsilon$  оценку среднеквадратического значения ошибки фильтрации для АФ на основе вейвлета Добеши. Величина  $\hat{\sigma}_\varepsilon$  вычисляется по формуле

$$\hat{\sigma}_\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} \varepsilon^2[i]}. \quad (9)$$

Величина  $\hat{\sigma}_\varepsilon$  характеризует качество работы АФ на основе вейвлета Добеши.

АФ на основе вейвлета Добеши был смоделирован на ЦВМ с помощью программного продукта *MatLab 7.0* [3]. Были приняты следующие значения параметров:  $\Delta t = 0,01$ ;  $f_0 = 0,5$ ;  $T_0 = 2$ ;  $n_2 = 1000$ ;  $A = 5$ . Параметр  $\alpha_v$  принимал значения 100,60. Параметр  $\sigma_v$  принимал значения 1, 2, 5. Результаты моделирования приведены в таблице и на рис. 1–4.

#### Результаты моделирования

$\alpha_v$	$\sigma_v$	'wname'	$N$	$\hat{\sigma}_\varepsilon$	$\frac{\sigma_v}{\hat{\sigma}_\varepsilon}$
100	1	'db10'	5	0,0586	17,06
	2	'db10'	5	0,2157	9,27
	5	'db10'	5	1,31	3,80
60	1	'db10'	5	0,12	8,33
	2	'db10'	5	0,46	4,35
	5	'db10'	5	2,83	1,77

На рис. 1 для  $\sigma_v = 2$ ;  $\alpha_v = 100$  приведены графики  $x[i]$ ,  $y[i]$ ,  $i = \overline{1, n_2}$ .

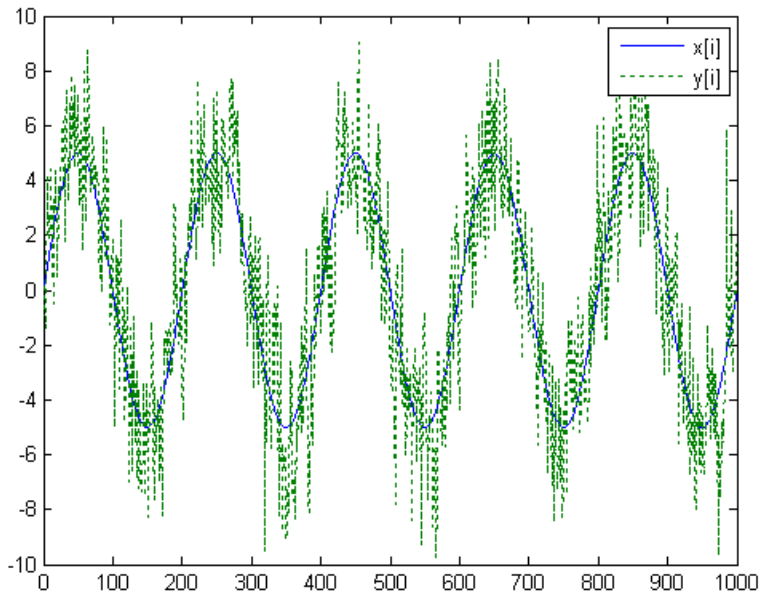


Рис. 1. Графики  $x[i]$ ,  $y[i]$ ,  $i = \overline{1, n_2}$  для  $\sigma_v = 2$ ;  $\alpha_v = 100$

На рис. 2 для  $\sigma_v = 2$ ;  $\alpha_v = 100$  показаны графики  $x[i]$ ,  $z[i]$ ,  $i = \overline{1, n_2}$ . На рис. 3 для  $\sigma_v = 2$ ;  $\alpha_v = 60$  приведены графики  $x[i]$ ,  $y[i]$ ,  $i = \overline{1, n_2}$ . На рис. 4 для  $\sigma_v = 2$ ;  $\alpha_v = 60$  показаны графики  $x[i]$ ,  $z[i]$ ,  $i = \overline{1, n_2}$ .

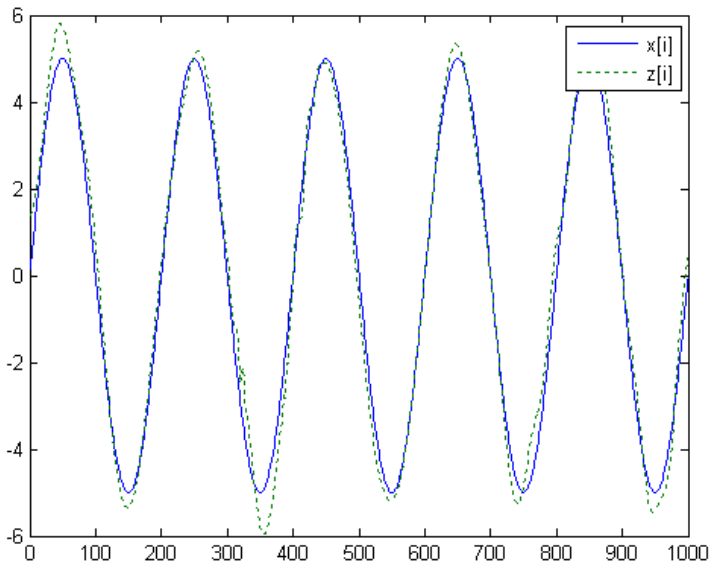


Рис. 2. Графики  $x[i]$ ,  $z[i]$ ,  $i = \overline{1, n_2}$  для  $\sigma_v = 2$ ;  $\alpha_v = 100$

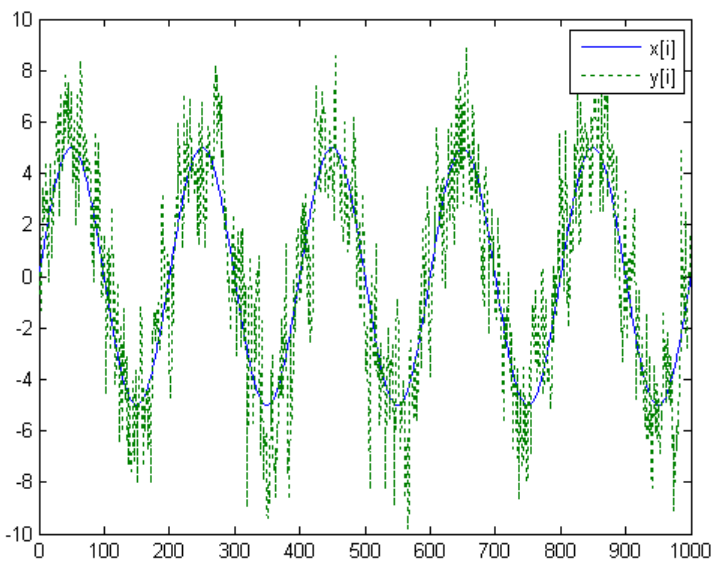


Рис. 3. Графики  $x[i]$ ,  $y[i]$ ,  $i = \overline{1, n_2}$  для  $\sigma_v = 2$ ;  $\alpha_v = 60$

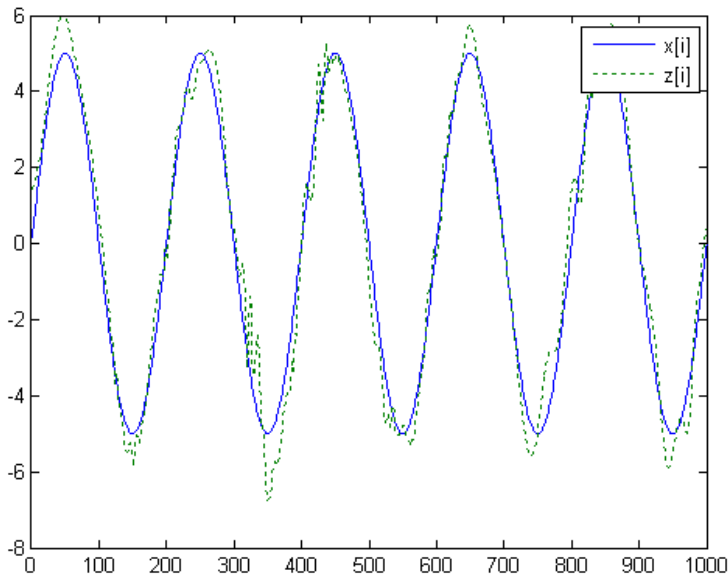


Рис. 4. Графики  $x[i]$ ,  $z[i]$ ,  $i = \overline{1, n_2}$  для  $\sigma_v = 2$ ;  $\alpha_v = 60$

Таким образом, в статье выполнено построение АФ на основе вейвлета Добеши, произведена оценка качества работы этого фильтра.

### Библиографический список

1. Пахомов Г.И., Пахомов Ю.Г. Применение вейвлетов для обработки сигналов // Вестник ПГТУ. Электротехника, информационные технологии, системы управления. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2007.
2. Дьяконов В.П. Вейвлеты. От теории к практике. – М.: СОЛОН-Р, 2002.
3. Ануфриев И.Е., Смирнов А.Б., Смирнова Е.Н. MatLab 7. – СПб.: БХВ – Петербург, 2005.

Получено 05.09.2012