УДК 658.5.012.2

О.С. Скирюк, Р.А. Файзрахманов

Пермский национальный исследовательский
политехнический университет

РАЗРАБОТКА КОМПЛЕКСНЫХ МОДЕЛЕЙ ФОРМИРОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНОЙ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ПРОГРАММЫ В УСЛОВИЯХ ПОЛНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ СПРОСА

Разработаны однопродуктовые динамические модели формирования оптимальной производственной программы на основе прогноза спроса, составленного методом экспертного оценивания. Произведена оценка получаемой предприятием прибыли при реализации моделей.

На современном этапе своего развития рыночная экономика характеризуется динамичностью, что проявляется в быстрой изменчивости и неопределенности основных показателей, в том числе спроса. В такой ситуации перед предприятиями остро стоят вопросы, какую продукцию и в каких объемах производить, а главное – какая прибыль будет получена при реализации того или иного варианта производства и возможностях предприятия. Ответить на поставленные вопросы становится возможно путем построения экономико-математической модели формирования оптимальной производственной программы в условиях нестабильности и неопределенности.

В условиях полной неопределенности спроса одним из эффективных методов является метод экспертного оценивания. Методы экспертных оценок – методы организации работы со специалистами-экспертами и обработки мнений экспертов, выраженных в количественной или качественной форме [1]. Полученные экспертами оценки спроса могут быть представлены в одной из 3 форм: точечная, интервальная, вероятностная. Точечная оценка представляет собой конкретное значение спроса с заданной долей уверенности того, что будет принято именно это значение. Интервальная оценка предусматривает установление границ, внутри которых будет находиться значение спроса с заданной долей уверенности. Аналогично интервальной является вероятностная оценка, которая связана с определением вероятности попадания значения спроса в одну из нескольких групп с установленными интервалами.

Для описания экспертных оценок воспользуемся аппаратом нечетких множеств. Введем нечеткие множества $A_i = \{(d_i, \mu_{A_i}(d)) \mid d \in D_i\}$, где D_i – множества возможных значений спроса (экспертных оценок) на каждом этапе i; $\mu_{A_i}(d)$ – кусочно-непрерывные функции принадлежности, характеризующие долю уверенности экспертов. Таким образом, каждая из функций принадлежности представляет собой совокупность $k,\ k = \overline{1,r}$ отрезков $[a_{ik}; b_{ik}]$ объемов спроса, соотнесенных со степенью уверенности экспертов p_k. При точечной оценке считаем $a_{ik} = b_{ik}$.

Построение модели

Рассмотрим построение комплексной модели формирования оптимальной производственной программы при заданных нечетких множествах A_i. Построение модели произведем на основе детерминированной комплексной модели формирования оптимальной производственной программы в условиях полной определенности [2], [5]. В основе модели лежат максимизация прибыли при ограничениях на производственные мощности, объемы закупок сырья и требование в максимальном удовлетворении спроса. Построение модели осуществляется при следующих предположениях:

– предприятие производит по одной технологии продукцию одного вида, для производства которой требуется один вид сырья;

– на i-м этапе известны номинальные производственные мощности $m_i,\ i = \overline{1,n}$;

– при управлении запасами сырья используются две модели (модель с фиксированным размером заказа, модель с фиксированным интервалом времени между заказами). Описание моделей изложено в работе [3]. Сравнение моделей изложено в работе [4];

– известен технологический коэффициент λ, показывающий объем необходимого сырья на единицу готовой продукции;

– на i-м этапе известны: оптовая цена $p_i^{\text{прод}}$ продажи единицы продукции; цена $p_i^{\text{зак.с}}$ закупки сырья у поставщика; цена $p_i^{\text{тр}}$ транспортировки и отгрузки единицы сырья поставщиком;

– на i-м этапе известны: стоимость $C_i^{\text{труд}}$ труда, затраченного рабочим коллективом на производство единицы продукции; стоимость $C_i^{\text{хр.с}}$ хранения единицы сырья на складе; стоимость $C_i^{\text{хр.гот}}$ хранения единицы готовой продукции на складе; затраты $C_i^{\text{з}}$ на выполнение одного заказа поставки сырья; переменные производственные затраты $C_i^{\text{перем.пр}}$ на единицу продукции; производственные издержки $C^{\text{пост}}$ (эксплуатация оборудования, аренда помещения, коммунальные расходы и т.д.);

– известны: остатки готовой продукции $z_0^{\text{гот}}$ на начало планового периода; остатки сырья $z_0^{\text{с}}$ на начало планового периода.

При данных предположениях модель формулируется в виде задач оптимизации:

1) при использовании модели с фиксированным интервалом между заказами:

$$\begin{cases} \Pi = \sum\limits_{i=1}^{n} p_i^{\text{прод}}\left(x_i + z_{i-1}^{\text{гот}} - z_i^{\text{гот}}\right) - \sum\limits_{i=1}^{n}\left(C_i^{\text{перем.пр}} + C_i^{\text{труд}}\right)x_i - \sum\limits_{i=1}^{n} C_i^{\text{хр.гот}}\left(\dfrac{x_i + z_{i-1}^{\text{гот}}}{2}\right) - \\ - \sum\limits_{i=1}^{n}\left(p_i^{\text{зак.с}} + p_i^{\text{тр}}\right)y_i - \sum\limits_{i=1}^{n} C_i^{\text{з}} - \sum\limits_{i=1}^{n} C_i^{\text{хр.с}}\left(\dfrac{y_i + z_{i-1}^{c}}{2}\right) - C^{\text{пост}} \to \max; & (1) \\ x_i \le m_i;\ i = \overline{1,n}; & (2) \\ z_{i-1}^{\text{гот}} \le \sum\limits_{j=i}^{n}\left(d_j - x_j\right);\ z_i^{\text{гот}} \ge z_{i-1}^{\text{гот}} + x_i - d_i;\ z_i^{\text{гот}} \ge 0, i = \overline{1,n}; & (3) \\ z_i^{c} = z_{i-1}^{c} + y_i - \lambda x_i;\ z_i^{c} \ge 0,\ i = \overline{1,n};\ \lambda x_i - z_{i-1}^{c} \le y_i \le \lambda x_i,\ i = \overline{1,n}; & (4) \\ x_i \ge 0,\ \ y_i \ge 0,\ i = \overline{1,n};\ \Pi \ge 0. & (5) \end{cases}$$

Ограничение (2) показывает, что необходимо производить продукцию в объемах, не превышающих доступные производственные мощности.

Ограничения (3) задают характер изменения запасов готовой продукции. Ограничения (4) задают характер изменения запасов сырья;

2) при использовании модели с фиксированным размером заказа:

$$\begin{cases} \Pi = \sum_{i=1}^{n} p_i^{\text{прод}} \left(x_i + z_{i-1}^{\text{гот}} - z_i^{\text{гот}} \right) - \sum_{i=1}^{n} \left(C_i^{\text{перем.пр}} + C_i^{\text{труд}} \right) x_i - \sum_{i=1}^{n} C_i^{\text{хр.гот}} \left(\frac{x_i + z_{i-1}^{\text{гот}}}{2} \right) - \\ - \sum_{i=1}^{n} \left(p_i^{\text{зак.с}} + p_i^{\text{тр}} \right) n_i q - \sum_{i=1}^{n} n_i C_i^{з} - \sum_{i=1}^{n} C_i^{\text{хр.с}} \left(\frac{n_i q + z_{i-1}^{c} - z_i^{c}}{2} \right) - C^{\text{пост}} \to \max; & (6) \\ x_i \le m_i;\ i = \overline{1,n}; & (7) \\ z_{i-1}^{\text{гот}} \le \sum_{j=i}^{n} \left(d_j - x_j \right);\ z_i^{\text{гот}} \ge z_{i-1}^{\text{гот}} + x_i - d_i; z_i^{\text{гот}} \ge 0,\ i = \overline{1,n}; & (8) \\ z_i^{c} = z_{i-1}^{c} + n_i q - \lambda x_i;\ 0 \le z_i^{c} \ge q;\ n - \text{целое}; & (9) \\ x_i \ge 0;\ i = \overline{1,n};\ q \ge 0;\ \Pi \ge 0. & (10) \end{cases}$$

Аналогично, ограничения (9) задают характер изменения запасов сырья. Тогда, с учетом заданных нечетких множеств A_i, для каждого k-го отрезка $[a_{ik}; b_{ik}]$ получим модели в виде следующих оптимизационных задач:

1) при использовании модели с фиксированным интервалом между заказами:

$$\begin{cases} \Pi_k = \sum_{i=1}^{n} p_i^{\text{прод}} \left(x_i + z_{i-1}^{\text{гот}} - z_i^{\text{гот}} \right) - \sum_{i=1}^{n} \left(C_i^{\text{перем.пр}} + C_i^{\text{труд}} \right) x_i - \sum_{i=1}^{n} C_i^{\text{хр.гот}} \left(\frac{x_i + z_{i-1}^{\text{гот}}}{2} \right) - \\ - \sum_{i=1}^{n} \left(p_i^{\text{зак.с}} + p_i^{\text{тр}} \right) y_i - \sum_{i=1}^{n} C_i^{з} - \sum_{i=1}^{n} C_i^{\text{хр.с}} \left(\frac{y_i + z_{i-1}^{c}}{2} \right) - C^{\text{пост}} \to \max; & (11) \\ x_i \le m_i; i = \overline{1,n}; & (12) \\ z_{i-1}^{\text{гот}} \le \sum_{j=i}^{n} \left(b_{jk} - x_j \right);\ z_i^{\text{гот}} \ge z_{i-1}^{\text{гот}} + x_i - b_{ik}; z_i^{\text{гот}} \ge 0, i = \overline{1,n}; k = \overline{1,r}; & (13) \\ z_i^{c} = z_{i-1}^{c} + y_i - \lambda x_i;\ z_i^{c} \ge 0,\ \lambda x_i - z_{i-1}^{c} \le y_i \le \lambda x_i, i = \overline{1,n}; & (14) \\ x_i \ge 0, y_i \ge 0,\ i = \overline{1,n};\ \Pi \ge 0; & (15) \end{cases}$$

2) при использовании модели с фиксированным размером заказа:

$$\begin{cases} \Pi_k = \sum\limits_{i=1}^{n} p_i^{\text{прод}} \left(x_i + z_{i-1}^{\text{гот}} - z_i^{\text{гот}} \right) - \sum\limits_{i=1}^{n} \left(C_i^{\text{перем.пр}} + C_i^{\text{труд}} \right) x_i - \sum\limits_{i=1}^{n} C_i^{\text{хр.гот}} \left(\dfrac{x_i + z_{i-1}^{\text{гот}}}{2} \right) - \\ - \sum\limits_{i=1}^{n} \left(p_i^{\text{зак.с}} + p_i^{\text{тр}} \right) n_i q - \sum\limits_{i=1}^{n} n_i C_i^{з} - \sum\limits_{i=1}^{n} C_i^{\text{хр.с}} \left(\dfrac{n_i q + z_{i-1}^{c} - z_i^{c}}{2} \right) - C^{\text{пост}} \to \max; & (16) \\ x_i \le m_i;\ i = \overline{1,n}; & (17) \\ z_{i-1}^{\text{гот}} \le \sum\limits_{j=i}^{n} \left(b_{jk} - x_j \right);\ z_i^{\text{гот}} \ge z_{i-1}^{\text{гот}} + x_i - b_{ik};\ z_i^{\text{гот}} \ge 0,\ i = \overline{1,n}; k = \overline{1,r}; & (18) \\ z_i^{c} = z_{i-1}^{c} + n_i q - \lambda x_i;\ 0 \le z_i^{c} \ge q;\ n - \text{целое}; & (19) \\ x_i \ge 0;\ i = \overline{1,n};\ q \ge 0;\ \Pi \ge 0. & (20) \end{cases}$$

Построенные модели (11)–(15), (16)–(20) формируют оптимальную производственную программу, ориентируясь на максимальное значение спроса b_{ik} из отрезка $[a_{ik}; b_{ik}]$ с долей уверенности p_k. При выполнении полученной производственной программы возможно снижение спроса вплоть до значения a_{ik}. В этом случае на предприятии будет оставаться нереализованный остаток готовой продукции, который можно расценивать как страховой запас.

Произведем оценку прибыли, получаемой предприятием при выполнении производственной программы, сформированной моделями (11)–(15), (16)–(20). При известности точек перехода m_{A_k} множеств A_i среднее значение получаемой прибыли будет определяться выражением

$$\Pi_k^{\text{ср}} = \Pi_k - \sum_{i=1}^{n} (p_i^{\text{прод}} + C_i^{\text{хр.гот}})(x_i - m_{A_k}),\ x_i \ge m_{A_{ki}}. \qquad (21)$$

Минимальная прибыль будет определяться выражением

$$\Pi_k^{\text{мин}} = \Pi_k - \sum_{i=1}^{n} (p_i^{\text{прод}} + C_i^{\text{хр.гот}})(x_i - a_{ik}),\ x_i \ge a_{ik}. \qquad (22)$$

В результате получаем, что при производстве по полученным моделям прибыль будет находиться в промежутке $[\Pi_k^{\text{мин}}; \Pi_k]$ с долей уверенности p_k.

Выводы. В данной работе рассмотрен принцип построения прогноза спроса в условиях полной неопределенности при помощи метода экспертных оценок и аппарата нечетких множеств. Разработаны модели формирования оптимальной производственной программы на основе прогноза спроса. На базе моделей произведена оценка получаемой предприятием прибыли с заданной степенью уверенности экспертов. Применение разработанных моделей поможет предприятию определить объемы производства и оценить прибыль в условиях полной неопределенности спроса еще до начала производства.

Библиографический список

1. Блюмин С.Л., Шуйкова И.А. Модели и методы принятия решений в условиях неопределенности. – Липецк: Изд-во ЛЭГИ, 2001. – 138 с.
2. Скирюк О.С., Файзрахманов Р.А. Разработка и анализ однопродуктовых динамических моделей формирования оптимальной производственной программы в условиях детерминированного описания среды // Вестник Пермского университета. Сер. «Экономика». – Пермь, 2011. – Вып. 4(11). – С. 64–73.
3. Стерлигова А.Н. Управление запасами в цепях поставок. – М.: ИНФРА-М, 2008. – 430 с.
4. Файзрахманов Р.А., Скирюк О.С. Метод определения эффективности стратегий закупок с учетом возможностей предприятия на основе расчета затрат, связанных с запасами // Электротехника, информационные технологии, системы управления. Вестник ПГТУ. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2010. – № 4. – С. 148–155.
5. Файзрахманов Р.А., Скирюк О.С. Разработка однопродуктовых динамических детерминированных моделей оптимальной производственной программы с учетом сезонности продаж, производственных и сырьевых ограничений // Электротехника, информационные технологии, системы управления. Вестник ПГТУ. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2011. – № 5. – С. 45–52.

Получено 05.09.2012