

А.В. Греков, В.С. Коржев

Пермский военный институт внутренних войск МВД РФ

О.В. Грекова

Пермский национальный исследовательский
политехнический университет

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ОТКАЗОУСТОЙЧИВОЙ ПЛИС НА ОСНОВЕ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ПОЛНЫХ ТОЛЕРАНТНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Исследование надежности восстанавливаемых объектов требует привлечения аппарата случайных процессов, описывающих процессы перехода изделия из одного состояния в другое в случайные моменты времени. Эти данные расчета отличаются от расчетов надежности невосстанавливаемых объектов, где достаточно теории случайных событий и величин. Поэтому целесообразны исследование вопроса расчета коэффициента готовности по графу переходов системы с использованием систем компьютерной математики, а также автоматизированного построения такого графа по заданным параметрам и численное решение системы дифференциальных уравнений, описывающих функционирование объекта, где находятся искомые вероятности пребывания объекта в состояниях его работоспособности. Предлагаются решение системы алгебраических уравнений, описывающих установившийся режим в системе MathCAD, и автоматизация процесса с помощью объектно-ориентированной среды программирования Delphi 7.0.

Обеспечение отказоустойчивости ПЛИС на основе функционально-полных толерантных (ФПТ) элементов эквивалентно введению дополнительных состояний со снижением функциональных возможностей (деградацией функций, уменьшением числа реализуемых функций) [1–6].

В общем случае отказоустойчивая ПЛИС работает в нескольких режимах с возможным восстановлением после отказов.

Используем марковскую модель, а в качестве показателя – коэффициент готовности.

В частном случае при выделении одной дополнительной технической готовности частичного отказа и одной исходной технической готовности, без учета состояний диагностирования, изменение состояния ПЛИС описывается марковской моделью, где одна из трех вершин представляет собой состояние отказа (рис. 1).

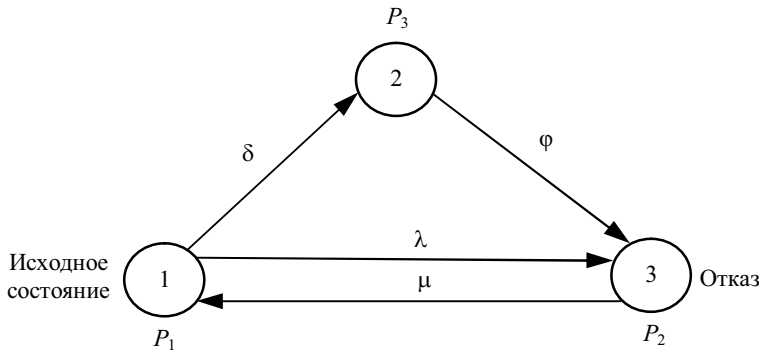


Рис. 1. Граф марковского процесса для одной дополнительной технической готовности ПЛИС: δ , ϕ , λ – интенсивности отказов, μ – интенсивность восстановления

Решение соответствующей системы алгебраических уравнений Колмогорова для установившегося режима [7]:

$$\begin{cases} -p_1\delta - p_1\lambda + p_3\mu = 0, \\ \delta p_1 - \phi p_2 = 0, \\ \phi p_2 + \lambda p_1 - p_3\mu = 0, \\ p_1 + p_2 + p_3 = 1 \end{cases} \quad (1)$$

позволяет получить:

$$K_{\Gamma} = p_1 + p_2 = \frac{\phi + \delta}{\phi \cdot \left(1 + \frac{\delta}{\phi} + \frac{\delta}{\mu} + \frac{\lambda}{\mu}\right)}. \quad (2)$$

Выражение (2) может использоваться для ориентировочной оценки изменений K_{Γ} при синтезе адаптируемой к функциональным отказам цифровой аппаратуры.

Теперь решим систему уравнений (1) в системе *MathCAD*. Для этого зададим начальные приближенные значения неизвестных,

входящих в систему уравнений, так как *MathCAD* использует итерационные методы при решении системы, а также исходные значения интенсивностей переходов:

$$p_1 = 0, \quad p_2 = 0, \quad p_3 = 0,$$

$$\lambda := 5 \cdot 10^{-6}, \quad \mu := 10^{-6}, \quad \delta := 10^{-6}, \quad \varphi := 10^{-6}.$$

Используя встроенные функции *Given* и *Find* ($x_1, x_2 \dots x_n$), найдем корни системы уравнений:

Given

$$-p_1 \cdot \delta - p_1 \cdot \lambda + p_3 \cdot \mu = 0,$$

$$\delta \cdot p_1 - \varphi \cdot p_2 = 0,$$

$$\varphi \cdot p_2 + \lambda \cdot p_1 - p_3 \cdot \mu = 0,$$

$$p_1 + p_2 + p_3 = 1.$$

$$Find(p_1, p_2, p_3) = \begin{pmatrix} 0,059 \\ 0,588 \\ 0,353 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, коэффициент готовности марковской цепи $K = p_1 + p_2 = 0,059 + 0,588 = 0,647$.

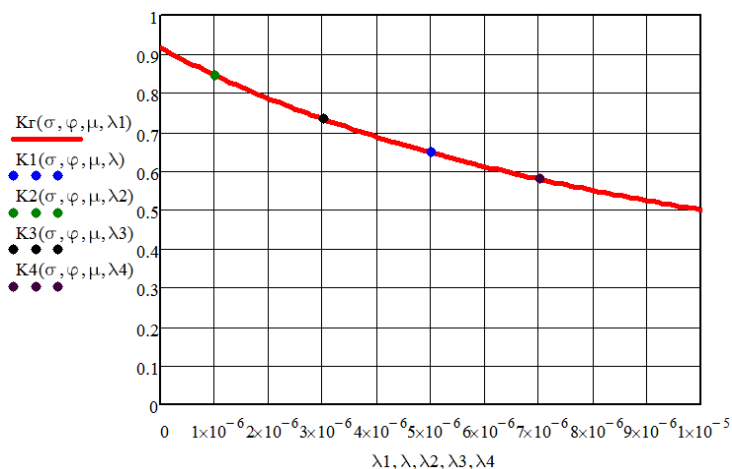


Рис. 2. График сравнения коэффициентов готовности марковской цепи при различных значениях интенсивности

Сравним значения коэффициента готовности марковской цепи, полученного аналитическим способом, с результатами расчетов для нескольких начальных значений в системе *MathCAD*. Для этого по-

строим график (рис. 2). Из полученного графика видно, что значения совпадают на протяжении всей функции.

Рассмотрим марковскую модель отказоустойчивой ПЛИС с несколькими дополнительными техническими готовностями. Тогда граф переходов выглядит, как на (рис. 3).

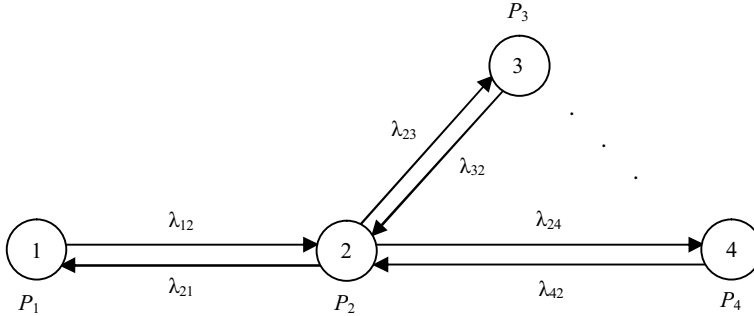


Рис. 3. Граф отказоустойчивой ПЛИС на основе функционально-полных толерантных (ФПТ) элементов

Запишем по графу переходов систему уравнений для установившегося значения:

$$\begin{cases} -\lambda_{12}p_1 + \lambda_{21}p_2 = 0, \\ \lambda_{12}p_1 - \lambda_{21}p_2 + \lambda_{32}p_3 - \lambda_{23}p_2 + \lambda_{42}p_4 - \lambda_{24}p_2 = 0, \\ \lambda_{23}p_2 - \lambda_{32}p_3 = 0, \\ \lambda_{24}p_2 - \lambda_{42}p_4 = 0, \\ p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 1. \end{cases} \quad (3)$$

Отсюда вероятность нахождения системы в определенном состоянии при $\lambda_{12} = \lambda_{23} = \lambda_{24} = 10^{-6}$ и $\lambda_{21} = \lambda_{32} = \lambda_{42} = 10^{-5}$ определяется как

$$p_1 = \frac{\lambda_{21}}{\lambda_{12} \left(1 + \frac{\lambda_{21}}{\lambda_{12}} + \frac{\lambda_{23}}{\lambda_{32}} + \frac{\lambda_{24}}{\lambda_{42}} \right)} \approx 0,893,$$

$$p_2 = \frac{1}{1 + \frac{\lambda_{21}}{\lambda_{12}} + \frac{\lambda_{23}}{\lambda_{32}} + \frac{\lambda_{24}}{\lambda_{42}}} \approx 0,089,$$

$$p_3 = \frac{\lambda_{23}}{\lambda_{32} \left(1 + \frac{\lambda_{21}}{\lambda_{12}} + \frac{\lambda_{23}}{\lambda_{32}} + \frac{\lambda_{24}}{\lambda_{42}} \right)} \approx 0,0008929,$$

$$p_4 = \frac{\lambda_{24}}{\lambda_{42} \left(1 + \frac{\lambda_{21}}{\lambda_{12}} + \frac{\lambda_{23}}{\lambda_{32}} + \frac{\lambda_{24}}{\lambda_{42}}\right)} \approx 0,0008929.$$

При увеличении количества состояний усложняется и система алгебраических уравнений, решать которую аналитическим методом становится все затруднительнее, поэтому найдем вероятность нахождения в определенном состоянии с использованием системы компьютерной математики *MathCAD*, применяя встроенные функции *Given* и *Find* ($x_1, x_2 \dots x_n$):

Given

$$-\lambda_{12}p_1 + \lambda_{21}p_2 = 0,$$

$$\lambda_{12}p_1 - \lambda_{21}p_2 + \lambda_{32}p_3 - \lambda_{23}p_2 + \lambda_{42}p_4 - \lambda_{24}p_2 = 0,$$

$$\lambda_{23}p_2 - \lambda_{32}p_3 = 0,$$

$$\lambda_{24}p_2 - \lambda_{42}p_4 = 0,$$

$$p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 1.$$

$$Find(p_1, p_2, p_3, p_4) = \begin{pmatrix} 0,893 \\ 0,089 \\ 0,0008929 \\ 0,0008929 \end{pmatrix}.$$

Однако решение в *MathCAD* хотя и автоматизирует работу, но все равно является достаточно трудоемким. Поэтому на основании исследования вопроса расчёта коэффициента готовности по графу переходов системы с использованием систем компьютерной математики был разработан программный продукт, позволяющий по заданным параметрам построить граф работоспособности и численно решить систему дифференциальных уравнений, описывающих функционирование объекта, где находятся искомые вероятности пребывания объекта в состояниях его работоспособности.

Граф переходов по состояниям можно задать двумя способами:

1) матрицей вероятностей:

$$P_{ij} = \begin{vmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & P_{24} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} & P_{34} \\ P_{41} & P_{42} & P_{43} & P_{44} \end{vmatrix},$$

где P_{ij} – вероятность перехода из i -го состояния в j -е.

Поскольку в каждой строке содержатся вероятности событий, которые образуют полную группу, то очевидно, что сумма элементов каждой строки матрицы равна единице.

В программном продукте матрицу вероятностей (рис. 4) можно задать вручную и загрузить из файла:

- для ручного задания необходимо выбрать размерность, погрешность и метод, с помощью которого будут производиться вычисления, после чего заполнить таблицу;

- с помощью кнопки «Загрузить» можно загрузить ранее сохраненные данные.

При нажатии кнопки «Решить» во вкладке «Граф» отобразится результат (см. рис. 4);

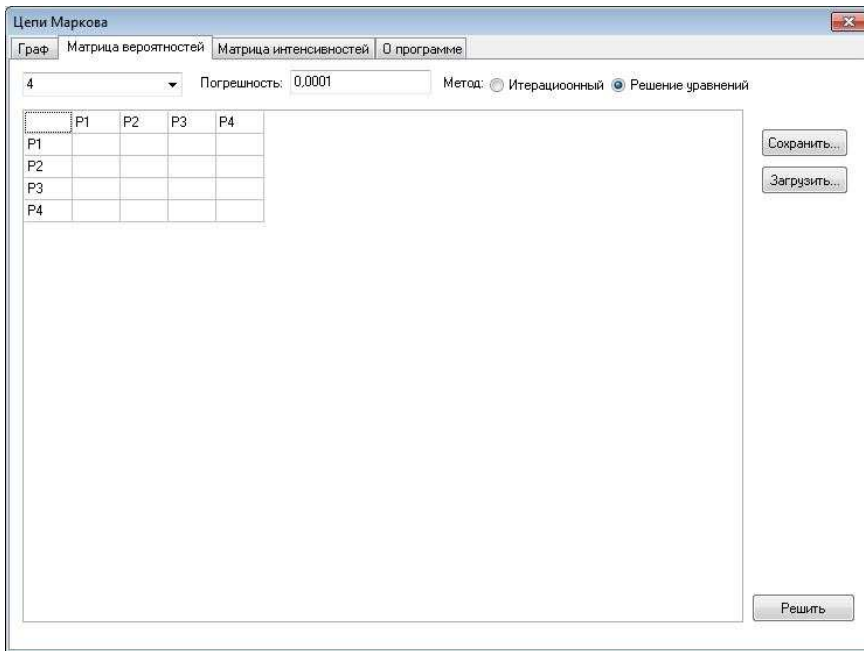


Рис. 4. Задание матрицы вероятностей в программном продукте

2) матрицей интенсивностей:

$$\lambda_{ij} = \begin{vmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \lambda_{13} & \lambda_{14} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & \lambda_{23} & \lambda_{24} \\ \lambda_{31} & \lambda_{32} & \lambda_{33} & \lambda_{34} \\ \lambda_{41} & \lambda_{42} & \lambda_{43} & \lambda_{44} \end{vmatrix},$$

где λ_{ij} – интенсивность перехода из i -го состояние в j -е.

В программном продукте задание матрицы интенсивностей (рис. 5) имеет схожий интерфейс с предыдущей вкладкой.

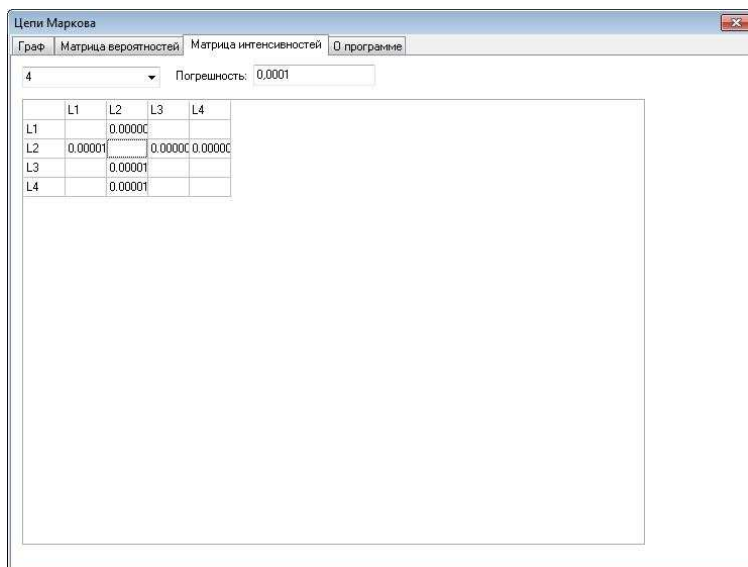


Рис. 5. Задание матрицы вероятностей в программном продукте

После введения заданных параметров составляется граф работоспособности объекта и численно решается система дифференциальных уравнений (рис. 6).

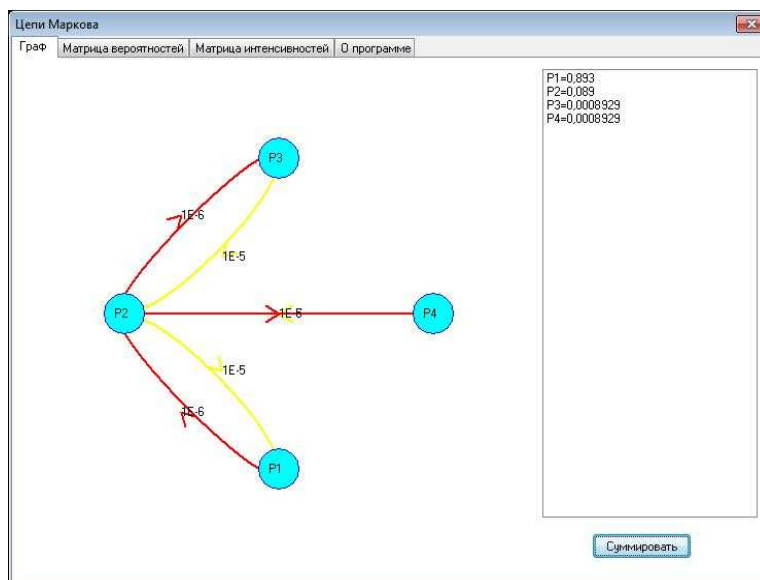


Рис. 6. Построение графа и решение системы алгебраических уравнений в программном продукте

Решение алгебраического уравнения может быть реализовано двумя методами: итерационным и методом Гаусса – Жордана.

При помощи мыши и нажатой клавиши «Ctrl» можно выделить строки, которые требуется суммировать. При нажатии кнопки «Суммировать» программа выдаст результат в диалоговом окне (рис. 7).

Таким образом, с помощью объектно-ориентированной среды программирования *Delphi 7.0* был автоматизирован процесс построения графа работоспособности и нахождения решений системы алгебраических уравнений.

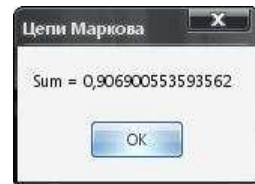


Рис. 7. Суммирование вероятностей

Библиографический список

1. Тюрин С.Ф. Функционально-полные толерантные булевы функции // Наука и технология в России. – 1998. – № 4. – С. 7–10.
2. Тюрин С.Ф. Проблема сохранения функциональной полноты булевых функций при «отказах» аргументов // Автоматика и телемеханика. – 1999. – № 9. – С. 176–186.
3. Тюрин С.Ф. Синтез адаптируемой к отказам цифровой аппаратуры с резервированием базисных функций // Приборостроение. – 1999. – № 1. – С. 36–39.
4. Тюрин С.Ф. Адаптация к отказам одновыходных схем на генераторах функций с функционально-полными толерантными элементами // Приборостроение. – 1999. – № 7. – С. 32–34.
5. Программируемое логическое устройство: пат. № 2146840 Рос. Федерация / С.Ф. Тюрин, В.А. Несмелов, В.А. Харитонов [и др.]. Опубл. 20.08.2000. Бюл. № 8.
6. Аляев Ю.А., Тюрин С.Ф. Дискретная математика и математическая логика. – М.: Финансы и статистика, 2006. – 357 с.
7. Тюрин С.Ф., Аляев Ю.А. Дискретная математика: практическая дискретная математика и математическая логика. – М.: Финансы и статистика, 2010. – 394 с.

Получено 06.09.2012