

УДК 539.3

А.В. Зайцев¹, Н.Г. Злобин¹, О.Ю. Исаев², Д.В. Смирнов²¹Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Россия²ООО «Силур», Пермь, Россия

МОДЕЛИРОВАНИЕ УСЛОВИЙ ЭКСПЛУАТАЦИИ И УТОЧНЕННЫЙ ПРОЧНОСТНОЙ АНАЛИЗ УПЛОТНИТЕЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ИЗ ТЕРМОРАСШИРЕННОГО ГРАФИТА

Разработана модель начального режима работы изготавливаемых крупносерийными партиями колец, которые используются в кранах с уплотнениями по штоку. Эта модель учитывает цилиндрическую анизотропию упругих, прочностных и теплофизических характеристик терморасширенного графита. Предполагалось, что уплотнительное кольцо является толстостенным, ограниченным по высоте, однородным трансверсально-изотропным цилиндром, зафиксированным в сальниковой камере нажимной втулкой. На одной из торцевых поверхностей задано давление герметизации со стороны нажимной втулки, а на другой – рабочее давление. На внутренней боковой поверхности заданы перемещения в осевом направлении, что моделирует возвратно-поступательное движение штока в условиях «приработки» в направлении нажимной втулки и в противоположную сторону. Влияние условий термосилового нагружения на распределение полей напряжений и деформаций в поперечных сечениях уплотнительных колец и их пакетов было исследовано на основе численного решения трехмерных стационарных краевых задач методом конечных элементов. Вычислительные эксперименты позволили оценить влияние различных механизмов разрушения на начальную прочность, провести сравнение различных режимов нагружения (возвратно-поступательное движение штока в направлении нажимной втулки и в противоположную сторону), условий скольжения без трения на контактных торцевых поверхностях колец, входящих в пакет, на максимальные значения радиальных, осевых и касательных напряжений. Полученные данные о местах расположения областей, в которых начинается разрушение терморасширенного графита по различным механизмам, согласуются с результатами, наблюдаемыми при эксплуатации уплотнений.

Ключевые слова: уплотнительные кольца из терморасширенного графита, термо-механическая модель, оценка начальной прочности, механизмы разрушения и оптимальная конструкция.

A.V. Zaitsev, N.G. Zlobin, O.Yu. Isaev, D.V. Smirnov

¹Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

²Sealur, Ltd., Perm, Russian Federation

MATHEMATICAL MODELLING OF USAGE CONDITIONS AND REFINED STRENGTH ANALYSIS OF FLEXIBLE GRAPHITE O-RING SEALS

A thermomechanic model for initial operation mode description of large-series production seals (intended for plunger seal in the stop valves) is developed with the account of a cylindrical nature of anisotropy type, obtained experimental data for elastic, strength and thermophysical characteristics of flexible graphite (i.e. FG). It was supposed that o-ring seal is a thick-walled, limiting homogeneous transversally-isotropic cylinder fixed in an oil-seal housing by sealing bush. On one of the face surfaces pressure for hermetization has been set, and on the other end surface – work pressure. Axial displacements that modelled plunger reciprocation in burn-in regimes in the direction of a closing ring and in the opposite side have been set on the internal lateral surface. The influence of thermoforce loading conditions on the character of stress-strain distributions along cross-sections of FG o-ring seals and their packs has been investigated by the use of numerical FEM solutions of 3D stationary boundary-value problems. Calculations have been made of estimation of damage mechanisms (damage from tension or compression in radial, hoop and axial directions, and from transversal and antiplane shear) affection on initial strength, of a comparison of different loading modes (reciprocating motion in sealing bush or opposite direction) and slip conditions on contact surfaces between seals on the maximum values of radial, hoop, axial, and shear stresses. The locations of damaged domains obtained from experiments correspond with the results of o-ring seals exploitation.

Keywords: O-ring seals, thermomechanic model, prediction of initial strength, damage mechanisms for nanostructured flexible graphite.

Терморасширенный графит (ТРГ) – уникальный материал, который вне зависимости от условий эксплуатации (повышенные температуры, термоциклирование, время контакта с агрессивными средами) обладает высокой термохимической стойкостью, низким коэффициентом трения, высокими упругими свойствами. Уплотнительные элементы из ТРГ (УЭ) надежны и не требуют дополнительной герметизации при эксплуатации, работают при температурах от криогенных до 560 °С и давлениях до 40,0 МПа [2–4]. В настоящее время происходит интенсивное внедрение УЭ на предприятиях и промышленных объектах аэрокосмического, металлургического, нефтегазового и химического комплексов, на предприятиях энергетики и ЖКХ [3]. Традиционные способы отработки УЭ (на натуральных конструкциях и опытных образцах) не оправдали себя вследствие высокого риска возникновения аварий, сопровождающихся серьезным экологическим и экономическим ущербом. Поэтому большое значение приобретают методы мате-

математического моделирования поведения ТРГ, с помощью которых можно прогнозировать теплофизико-механические свойства этого материала, описывать поведение, проектировать новые УЭ и пакеты УЭ, оптимально соответствующие условиям нагружения конкретного узла или агрегата [5].

Будем рассматривать кольцевые УЭ и пакеты из двух одинаковых УЭ, каждый из которых является толстостенным, ограниченным по высоте h , однородным трансверсально-изотропным цилиндром с осью симметрии бесконечного порядка z ($0 \leq z \leq h$), совпадающей с образующей. Поперечные сечения цилиндров ограничены двумя концентрическими окружностями с радиусами a и b ($a < b$).

При построении модели термомеханического поведения УЭ (или пакета УЭ) будем предполагать, что ТРГ является линейно-упругим материалом, внешнее термосиловое воздействие на который приводит к бесконечно малому изменению объема и формы физических точек. Краевая задача состоит из уравнений равновесия

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{zr}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} = 0, \quad \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{z\theta}}{\partial z} + 2 \frac{\sigma_{r\theta}}{r} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \sigma_{zr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{zr}}{r} = 0$$

в отсутствие массовых сил и геометрических соотношений Коши

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{r} \left[\frac{\partial u_r}{\partial \theta} + u_r \right], \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z}, \quad \varepsilon_{zr} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right), \quad (2)$$

$$\varepsilon_{r\theta} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{r} \left(\frac{\partial u_r}{\partial \theta} - u_\theta \right) + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} \right], \quad \varepsilon_{\theta z} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u_\theta}{\partial z} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial u_z}{\partial \theta} \right) \right],$$

записанных в цилиндрических ортогональных координатах r , θ и z , а также определяющих соотношений

$$\sigma_{rr} = K_{11} \varepsilon_{rr} + K_{12} \varepsilon_{\theta\theta} + K_{13} \varepsilon_{zz} - \beta_{rr} T, \quad (3)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = K_{12} \varepsilon_{rr} + K_{11} \varepsilon_{\theta\theta} + K_{13} \varepsilon_{zz} - \beta_{\theta\theta} T,$$

$$\sigma_{zz} = K_{13} (\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta}) + K_{33} \varepsilon_{zz} - \beta_{zz} T, \quad \sigma_{r\theta} = G \varepsilon_{r\theta}, \quad \sigma_{zr} = \hat{G} \varepsilon_{zr}, \quad \sigma_{\theta z} = \hat{G} \varepsilon_{\theta z},$$

содержащих следующие множители:

$$K_{11} = \frac{E}{D}(1 - \hat{\nu}^2), K_{12} = \frac{E}{D}(\nu - \hat{\nu}^2), K_{13} = \hat{\nu} \frac{E}{D}(1 + \nu), K_{33} = \frac{\hat{E}}{D}(1 - \nu^2),$$

$$\beta_{rr} = \beta_{\theta\theta} = \alpha(K_{11} + K_{12}) + \hat{\alpha}K_{13}, \beta_{zz} = 2\alpha K_{13} + \hat{\alpha}K_{33},$$

а также уравнения Лапласа

$$\frac{\lambda}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} \right] + \hat{\lambda} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0, \quad (4)$$

которое описывает стационарное распределение температур T при отсутствии внутренних источников (стоков) теплоты. Здесь $D = (1 + \nu)(1 - \nu - 2\hat{\nu}^2)$, E и \hat{E} , λ и $\hat{\lambda}$, α и $\hat{\alpha}$ – модули Юнга, коэффициенты теплопроводности и линейного термического расширения в плоскости изотропии $r\theta$ и направлении образующей z ; G и \hat{G} , – поперечный и продольный модули сдвига, ν и $\hat{\nu}$ – коэффициенты Пуассона.

Решение краевой задачи (1)–(4) будем искать численно методом конечных элементов.

Будем считать, что на внутренней и внешней боковых поверхностях УЭ и пакета УЭ Γ_1 и Γ_2 (рис. 1) заданы постоянные температуры высокоагрессивных и реакционно-способных газов или жидкостей T_{int} и окружающей среды T_{ext} :

$$T|_{\Gamma_1} = T_{\text{int}}, T|_{\Gamma_2} = T_{\text{ext}}.$$

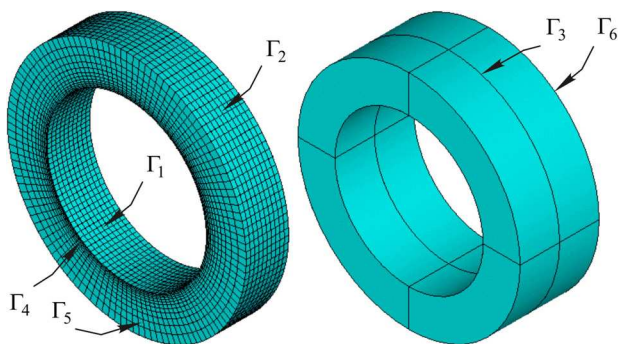


Рис. 1. Дискретизация и схема участков поверхности пакета УЭ

Внешняя боковая поверхность Γ_2 (см. рис. 1) соприкасается с внутренней поверхностью сальниковой камеры так, что исключаются радиальные, осевые и окружные перемещения:

$$u_r|_{\Gamma_2} = u_\theta|_{\Gamma_2} = u_z|_{\Gamma_2} = 0. \quad (5)$$

На участке Γ_6 отдельного УЭ или пакета, контактирующем с нажимной втулкой, задано в направлении образующей торцевое давление герметизации, однородность которого обеспечивается прижимными болтами, и отсутствуют касательные напряжения

$$\sigma_{zz}|_{\Gamma_6} = -p_{zz}^{\text{front}}, \quad \sigma_{r\theta}|_{\Gamma_6} = \sigma_{z\theta}|_{\Gamma_6} = 0. \quad (6)$$

На участке Γ_4 торцевой поверхности, ограниченном двумя концентрическими окружностями с радиусами a и d ($a < d$), задано создаваемое рабочими средами однородное давление

$$\sigma_{zz}|_{\Gamma_4} = -p_{zz}^{\text{work}},$$

а на участке Γ_5 той же поверхности, но ограниченном окружностями с радиусами d и b ($d < b$), исключены перемещения u_r , u_z и u_θ :

$$u_r|_{\Gamma_5} = u_\theta|_{\Gamma_5} = u_z|_{\Gamma_5} = 0.$$

Точки, принадлежащие участкам торцевых поверхностей Γ_6 , Γ_4 и Γ_5 , закрепляются так, что оказываются не способными свободно перемещаться в своей плоскости:

$$u_r|_{\Gamma_3, \Gamma_4, \Gamma_5} = u_\theta|_{\Gamma_3, \Gamma_4, \Gamma_5} = 0.$$

Предполагая движение штока возвратно-поступательным, зададим однородное распределение осевых перемещений

$$u_z|_{\Gamma_1} = \pm u_z^{\text{int}} \quad (7)$$

на внутренней боковой поверхности Γ_1 . На участке Γ_3 поверхности контакта колец, входящих в пакет, предполагается равенство температур и тепловых потоков:

$$[T]^+|_{\Gamma_3} = [T]^-|_{\Gamma_3}, \quad \left[\frac{\partial T}{\partial z} \right]^+|_{\Gamma_3} = \left[\frac{\partial T}{\partial z} \right]^-|_{\Gamma_3},$$

а также идеальное сопряжение

$$[u_i]^+ \Big|_{\Gamma_3} = [u_i]^- \Big|_{\Gamma_3}, [(\sigma_{rr} + \sigma_{rz} + \sigma_{r\theta})n_r]^+ \Big|_{\Gamma_3} = [(\sigma_{rr} + \sigma_{rz} + \sigma_{r\theta})n_r]^- \Big|_{\Gamma_3}$$

или проскальзывание

$$u_r n_r \Big|_{\Gamma_3} = 0, \sigma_{r\theta} \Big|_{\Gamma_3} = \sigma_{z\theta} \Big|_{\Gamma_3} = 0.$$

Будем рассматривать начальный режим работы изготавливаемых крупносерийными партиями УЭ (используются в кранах с уплотнениями по штоку), внутренний, внешний радиусы и высота которых равны соответственно: $a = 15,0$ мм, $b = 22,5$ мм, а $H = 8,0$ мм. При численном решении термоупругих задач в трехмерной постановке методом конечных элементов с использованием пакета ANSYS 12,0 температуры рабочей и окружающей сред принимались равными соответственно $T_{\text{int}} = 300$ °С, $T_{\text{int}} = 550$ °С и $T_{\text{ext}} = 20$ °С. Рабочее давление и торцевое давление герметизации на поверхности контакта с нажимной втулкой $p_{zz}^{\text{work}} = 40,0$ МПа и $p_{zz}^{\text{front}} = 2p_{zz}^{\text{work}}$ соответственно. Упругие и теплофизические постоянные ТРГ выбрались следующими: $E = 9,04$ ГПа, $\hat{E} = 0,75$ ГПа, $\nu = 0,03$, $\hat{\nu} = 0,05$, $G = 0,47$ ГПа и $\hat{G} = 0,35$ ГПа [6]; $\lambda = 122,0$ Вт/(м·К) и $\hat{\lambda} = 87,0$ Вт/(м·К) при $T_{\text{int}} = 300$ °С, $\lambda = 90,0$ Вт/(м·К) и $\hat{\lambda} = 70,0$ Вт/(м·К) при $T_{\text{int}} = 550$ °С [7, 8]; $\alpha = 1,21 \cdot 10^{-6}$ К⁻¹ и $\hat{\alpha} = 2,77 \cdot 10^{-6}$ К⁻¹.

Максимальные по абсолютной величине значения инвариантов тензора напряжений (МПа) в пакетах УЭ из наноструктурированного ТРГ при возвратно-поступательном движении штока

T_{int} , °С	Движение в сторону нажимной втулки				Движение от нажимной втулки			
	$j_{\sigma}^{(1)}$	$j_{\sigma}^{(2)}$	$j_{\sigma}^{(3)}$	$j_{\sigma}^{(4)}$	$j_{\sigma}^{(1)}$	$j_{\sigma}^{(2)}$	$j_{\sigma}^{(3)}$	$j_{\sigma}^{(4)}$
300	6,3	57,4	10,5	73,6	6,5	57,6	10,7	66,1
550	7,2	57,4	12,1	80,5	7,3	57,6	12,3	72,8
Идеальное сопряжение УЭ в пакете					Скольжение на поверхности контакта УЭ в пакете			
300	6,7	57,3	12,2	76,3	7,2	57,1	14,3	78,5

Были разработаны и программно реализованы комплексы определения значений независимых инвариантов тензоров напряжений [10]

$$\begin{aligned} j_{\sigma}^{(1)} &= \frac{1}{2}(\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta}), j_{\sigma}^{(2)} = \sigma_{zz}, \\ j_{\sigma}^{(3)} &= \left[(\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta})^2 + 4\sigma_{r\theta}^2 \right]^{1/2}, \\ j_{\sigma}^{(4)} &= \left[\sigma_{rz}^2 + \sigma_{\theta z}^2 \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (8)$$

относительно ортогональных преобразований, допустимых над цилиндрически трансверсально-изотропным телом с осью симметрии бесконечного порядка. Вычисление этих величин в пакете ANSYS 12.0 не предусмотрено.

Результаты, представленные в таблице, показывают, что наиболее чувствительными к изменению температуры рабочей среды T_{int} являются первый, третий и четвертый инварианты. Кроме того, изменение условий на поверхности контакта УЭ из наноструктурированного ТРГ с идеального сопряжения на скольжение при одной и той же T_{int} приводит к увеличению максимальных по абсолютной величине значений $j_{\sigma}^{(1)}$, $j_{\sigma}^{(3)}$ и $j_{\sigma}^{(4)}$, а также снижению $j_{\sigma}^{(2)}$. Обратим внимание на то, что ни одно из приведенных в таблице значений не превосходит критическое $j_{\sigma \text{ cr}}^{(1)} = 173,3$ МПа, $j_{\sigma \text{ cr}}^{(2)} = 138,4$ МПа, $j_{\sigma \text{ cr}}^{(3)} = 138,8$ МПа и $j_{\sigma \text{ cr}}^{(4)} = 84,2$ МПа (эти величины вычислены по экспериментально определенным прочностным постоянным на сжатие и сдвиг в плоскости изотропии: $S^- = 173,3$ МПа и $\tau_{\text{max}} = 69,4$ МПа; на сжатие в осевом направлении $\hat{S}^- = 138,4$ МПа и на продольный сдвиг $\hat{\tau}_{\text{max}} = 59,5$ МПа).

Анализ факторов, существенно влияющих на характер распределения независимых инвариантов (8) в точках поперечных сечений УЭ, входящих в пакет (толщина, количество колец в сальниковой камере), позволит провести оценку влияния механизмов разрушения на начальную прочность и сравнение различных режимов возвратно-поступательного движения штока (движение в сторону нажимной втулки и в противоположном направлении).

На рис. 2 представлены распределения третьего и четвертого инвариантов тензора напряжений в уплотнительном кольце из наноструктурированного ТРГ при движении штока в сторону нажимной втулки. Несмотря на то, что максимальные касательные напряжения наблюдаются вблизи поверхности Γ_1 УЭ, контактирующей со штоком, наибольшие значения $j_{\sigma}^{(3)}$ имеют место на внешней боковой поверхности Γ_2 , а $j_{\sigma}^{(4)}$ – еще и на участке, контактирующем с нажимной втулкой Γ_6 .

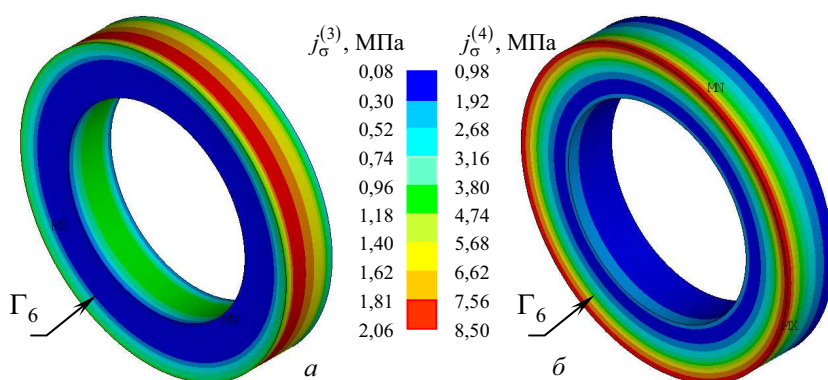


Рис. 2. Распределение третьих $j_{\sigma}^{(3)}$ (а) и четвертых $j_{\sigma}^{(4)}$ (б) инвариантов тензора напряжений в уплотнительных кольцах из наноструктурированного ТРГ при $T_{\text{int}} = 550^{\circ}\text{C}$

На рис. 3 представлены распределения третьего инварианта тензора напряжений в пакете из двух УЭ при температуре рабочей среды $T_{\text{int}} = 300^{\circ}\text{C}$. На границе контакта колец Γ_3 были заданы условия проскальзывания. Как видим, наибольшие значения $j_{\sigma}^{(3)}$ имеют место на внешней и внутренней боковых поверхностях в областях, примыкающих к нажимной втулке и границе контакта колец в пакете. Поэтому слабое сопротивление ТРГ сдвиговому воздействию в плоскости изотропии является основной причиной, наблюдаемой при эксплуатации кранов с уплотнением по штоку потери герметизации и разрушения на отмеченных участках.

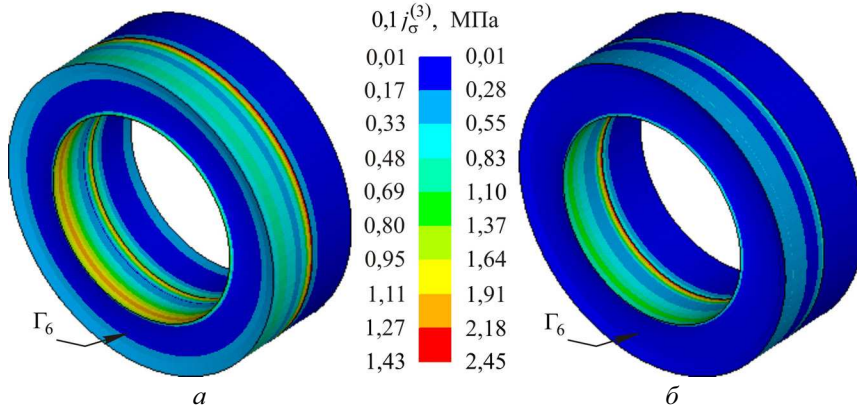


Рис. 3. Распределение третьих инвариантов тензора напряжений в пакете УЭ при возвратно-поступательном движении штока: от нажимной втулки (а) в сторону нажимной втулки (б)

Обратим внимание на еще одну закономерность распределения инвариантов тензора напряжений в УЭ и пакетов УЭ. Результаты, представленные на рис. 3, свидетельствуют о зависимости четвертых инвариантов от направления движения штока. Для объяснения последнего эффекта получим аналитические выражения для компонент тензора напряжений в точках УЭ. Будем предполагать, что шток (ось симметрии которого совпадает с осью симметрии УЭ) совершает возвратно-поступательное движение в направлении образующей. Будем пренебрегать вкладом температуры в напряженное состояние, а также окружными перемещениями. Отсутствие вращения штока будет предопределять отсутствие зависимости радиальных и осевых перемещений (u_r и u_z), радиальных (σ_{rr} и ε_{rr}), окружных ($\sigma_{\theta\theta}$ и $\varepsilon_{\theta\theta}$), осевых (σ_{zz} и ε_{zz}) нормальных напряжений и деформаций, касательных напряжений и сдвиговых деформаций (σ_{rz} и ε_{rz}) от окружной координаты θ . Поэтому геометрические соотношения (2) значительно упростятся и запишутся следующим образом:

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{u_r}{r}, \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z}, \quad \varepsilon_{rz} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right]. \quad (9)$$

Будем рассматривать режим «приработки» сальникового уплотнения, когда арматура собрана и герметизирована нажимной втулкой, передающей на торцевую поверхность кольца Γ_6 равномерное давление. Тогда первое условие (6) можно представить в виде

$$\sigma_{zz}(z)|_{z=H} = -p_{zz}^{\text{front}}. \quad (10)$$

Принимая справедливыми условия (5) отсутствия радиальных и осевых перемещений на внешней ($r = b$) боковой поверхности Γ_2 и условия (7), моделирующие перемещение точек внутренней ($r = a$) боковой поверхности Γ_1 УЭ вместе со штоком, а также предполагая, что осевое перемещение однородно вдоль координаты z , т.е. $u_z = u_z(r)$, запишем уравнения равновесия в виде

$$A_{11} \frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \tilde{G} \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} + A_{12} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u_r}{r} \right) + \frac{1}{r} (A_{11} - A_{12}) \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r} \right) = 0, \quad (11)$$

$$\tilde{G} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) \right] + A_{13} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} \right) = 0.$$

Последние уравнения получены в результате последовательной подстановки геометрических соотношений (9) в определяющие (3) и уравнения равновесия (1).

Решение системы (11) будем искать методом разделения переменных, предполагая

$$u_r(r, z) = Z(z)R(r). \quad (12)$$

Тогда условие на верхней границе УЭ (10) в перемещениях запишем как

$$Z(H) \left[\frac{\partial R(r)}{\partial r} + \frac{R(r)}{r} \right] = -\frac{p_{zz}^{\text{front}}}{A_{13}}$$

и найдем общий вид одной из неизвестных функций, входящих в (12),

$$R(r) = c_1 \frac{r}{2} + c_2 \frac{1}{r}.$$

Заметим, что во второе уравнение системы (11) входят смешанная и первая производная радиальных перемещений по осевой координате. Однако это уравнение должно быть разрешено относительно радиальной координаты ввиду того, что $u_z = u_z(r)$. Поэтому смешанная и первая производная радиальных перемещений по осевой координате не должны зависеть от z . Это накладывает ограничение на вид второй неизвестной функции в (12)

$$Z(z) = c_3 z - c_4.$$

Подстановка (12) в первое уравнение (11) приводит к выражению

$$c_3 \left(c_1 \frac{r}{2} + c_2 \frac{1}{r} \right) = 0. \quad (13)$$

Равенство нулю множителя, стоящего в круглых скобках формулы (13), автоматически приводит к тривиальному решению $u_r(r, z) \equiv 0$, которое соответствует естественному ненапряженному стоянию УЭ до помещения его в сальниковую камеру и до герметизации. Поэтому для исключения этого частного случая полагаем $c_3 = 0$ и, как следствие, делаем вывод о независимости радиальных перемещений от осевой координаты:

$$u_r = u_r(r) = c_1 \frac{r}{2} + c_2 \frac{1}{r}. \quad (14)$$

Подстановка (14) во второе уравнение (11) преобразует последнее к форме

$$\frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial r} = 0,$$

доступной для интегрирования. Константы интегрирования частного решения

$$u_z(r) = c_5 + c_6 \ln r$$

находим из условий (10), (5) и (7) на внутренней, внешней и торцевой поверхности, контактирующей с нажимной втулкой. Тогда распределение осевых и радиальных перемещений будет описываться соотношениями

$$u_z = \pm u_z^{\text{int}} \frac{\ln r - \ln b}{\ln a - \ln b}, \quad u_r = \frac{1 - \nu - 2\tilde{\nu}^2}{2E\tilde{\nu}(\nu - \tilde{\nu}^2)} \left(\frac{b^2}{r} - r \right) p_{zz}^{\text{front}},$$

а касательное, осевое, радиальное и окружное напряжения в поперечных сечениях УК определяются следующими выражениями:

$$\sigma_{rz} = \pm u_z^{\text{int}} \frac{1}{2r} \frac{\tilde{G}}{\ln a - \ln b}, \quad \sigma_{zz} = -p_{zz}^{\text{front}},$$

$$\sigma_{rr} = \frac{P_{zz}^{\text{front}}}{2\tilde{\nu}(1+\nu)(\nu-\tilde{\nu}^2)} \left[(\nu-1)\frac{b^2}{r^2} + 2\tilde{\nu}^2 - 1 - \nu \right],$$
$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{P_{zz}^{\text{front}}}{2\tilde{\nu}(1+\nu)(\nu-\tilde{\nu}^2)} \left[(1-\nu)\frac{b^2}{r^2} + 2\tilde{\nu}^2 - 1 - \nu \right].$$

Как видим, даже в рассмотренном простейшем случае, допускающем аналитическое решение, значения касательных напряжений определяются направлением движения штока.

Разработанная математическая модель УЭ и пакетов УЭ позволяет решить ряд важных задач по определению оптимальных давлений герметизации, обоснованию рекомендаций по внесению изменений в существующие конструкции пакетов УЭ, а также позволяет разработать основы для создания методик уточненного прочностного анализа для инженеров-конструкторов, учитывающих анизотропию теплофизических, деформационных и прочностных свойств ТРГ и различные механизмы разрушения этого материала. Неожиданный результат – зависимость значений инвариантов от направления движения штока был объяснен на основе анализа полученного аналитического решения задачи о деформировании ограниченного по высоте трансверсально-изотропного кольца, на внутренней поверхности которого заданы однородные осевые перемещения, моделирующие первые циклы работы штока в запорной арматуре.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант РФФИ–Урал № 11–01–96033).

Библиографический список

1. Технология и аппаратурное оформление процесса производства уплотнительных материалов из терморасширенного графита / О.Ю. Исаев, Д.В. Смирнов, В.П. Лепихин, М.Ю. Белова [и др.] // Конструкции из композиционных материалов. – 2006. – Вып. 4. – С. 6–79.
2. Модифицированные уплотнения из терморасширенного графита / М.Ю. Белова, И.А. Малкова, Т.М. Кузинова, А.С. Колышкин [и др.] // Арматуростроение. – 2006. – № 3. – С. 67–71.
3. Первый совместный стандарт на современные уплотнительные элементы из терморасширенного графита для трубопроводной арматуры / А.П. Андреев, Б.В. Бурмистров, А.К. Матушак, О.И. Федоров [и др.] // Арматуростроение. – 2006. – № 6. – С. 50–55.

4. Уплотнения из терморасширенного графита: условия безопасного применения в среде жидкого и газообразного кислорода / М.Ю. Белова, О.Ю. Исаев, А.С. Розовский, Д.В. Смирнов // Арматуростроение. – 2006. – № 2. – С. 70–75.

5. Термомеханическая модель эксплуатации пакетов уплотнительных элементов из терморасширенного графита / А.В. Зайцев, Н.Г. Злобин, О.Ю. Исаев, Д.В. Смирнов // Аэрокосмическая техника, высокие технологии и инновации–2009: материалы XII Всерос. науч.-техн. конф. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2009. – С. 327–329.

6. Механические свойства композиционного материала на основе терморасширенного графита / Д.М. Караваев, А.М. Ханов, А.И. Дегтярев, Л.Е. Макарова [и др.] // Изв. Самарского НЦ РАН. – 2012. – Т. 14, № 1(2). – С. 562–564.

7. Свойства конструкционных материалов на основе углерода: справочник / В.Г. Нагорный, А.С. Котосонов, В.С. Островский [и др.]. – М.: Металлургия, 1975. – 336 с.

8. Фиалков А.С. Углерод, межслоевые соединения и композиты на его основе. – М.: Аспект Пресс, 1997. – 718 с.

9. Вильдеман В.Э., Соколкин Ю.В., Ташкинов А.А. Механика неупругого деформирования и разрушения композиционных материалов. – М.: Наука, 1997. – 288 с.

10. Победря Б.Е. Механика композиционных материалов. – М.: Изд-во МГУ, 1984. – 336 с.

References

1. Isaev O.Yu., Smirnov D.V., Lepikhin V.P., Belova M.Yu., Kolesova S.M. Tekhnologiya i apparaturnoe oformlenie protsessa proizvodstva uplotnitelnykh materialov iz termorasshirennogo grafita [Technology and hard wave design of manufacture process for flexible graphite sealing materials]. *Konstruktsii iz kompozitsionnykh materialov*, 2006, iss. 4, pp. 6–79.

2. Belova M.Yu., Malkova I.A., Kuzinova T.M., Kolyshkin A.S., Isaev O.Yu. Modificirovannye uplotnenija iz termorasshirennogo grafita [The modified flexible graphite seals]. *Armurostroenie*, 2006, no. 3, pp. 67–71.

3. Andreev A.P., Burmistrov B.V., Matushak A.K., Fedorov O.I., Isaev O.Ju., Belova M.Yu. Perviy sovmestniy standart na sovremennye uplotnitelnie elementy iz termorasshirennogo grafita dlya truboprovodnoy armatury [The first joint standard on modern flexible graphite sealing elements for pipeline valve]. *Armurostroenie*, 2006, no. 6, pp. 50–55.

4. Belova M.Yu., Isaev O.Yu., Rozovskiy A.S., Smirnov D.V. Uplotneniya iz termorasshirennoogo grafita: usloviya bezopasnogo primeneniya v srede zidkogo i gazoobraznogo kisloroda [The flexible graphite seals: safe application conditions in the environment of liquid and gaseous oxygen]. *Armaturostroenie*, 2006, no. 2, pp. 70–75.

5. Zaitsev A.V., Zlobin N.G., Isaev O.Yu., Smirnov D.V. Termomekhanicheskaya model' ekspluatatsii paketov uplotnitel'nykh elementov iz termorasshirennoogo grafita [Thermoelastic model of flexible graphite o-ring seal packs under their exploitation]. *Aerokosmicheskaya tekhnika, vysokie tekhnologii i innovatsii'2009: Materialy XII Vserossiyskoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii*. Perm: Permskiy gosudarstvenniy tekhnicheskii universitet, 2009, pp. 327–329.

6. Karavaev D.M., Khanov A.M., Degtyarev A.I., Makarova L.E., Smirnov D.V., Isaev O.Ju. Mechanical properties of composite material based on flexible graphite [Mekhanicheskie svoystva kompozitsionnogo materiala na osnove termorasshirennoogo grafita]. *Izvestiya Samarskogo Nauchnogo Tsentra RAS*, 2012, vol. 14, no. 1(2), pp. 562–564.

7. Nagorniy V.G., Kotosonov A.S., Ostrovskiy V.S., Dymov B.K., Lutkov A.I., Anufriev Yu.P., Barabanov V.N., Belogorskiy V.D., Kuteynikov A.F., Virgiliev Yu.S., Sokker G.A. Ed. by V.P. Sosedov. Svoystva konstruktsionnykh materialov na osnove ugleroda: Spravochnik [The properties of structured materials based on graphite: Handbook]. Moscow: Metallurgiya, 1975, 336 p.

8. Fialkov A.S. Carbon, interlayer connections and carbon based composites [Uglerod, mezsloevie soedineniya i kompozity na ego osnove]. Moscow: Aspekt Press, 1997, 718 p.

9. Wildemann V.E., Sokolkin Yu.V., Tashkinov A.A. Mekhanika neuprugogo deformirovaniya i razrusheniya kompozitsionnykh materyalov. Moscow: Nauka, 1997, 288 p.

10. Pobedrya B.E. Mehanika kompozitsionnykh materialov [Mechanics of composite materials]. Moscow: Moskovskiy gosudarstvenniy universitet, 1984, 336 p.

Об авторах

Зайцев Алексей Вячеславович (Пермь, Россия) – канд. физ.-мат. наук, заместитель декана аэрокосмического факультета, доцент кафедры механики композиционных материалов и конструкций Пермского национального исследовательского политехнического университета (614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29, e-mail: zav@pstu.ru).

Злобин Николай Геннадьевич (Пермь, Россия) – аспирант кафедры механики композиционных материалов и конструкций Пермского национального исследовательского политехнического университета (614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29, e-mail: zlobin@newmail.ru).

Исаев Олег Юрьевич (Пермь, Россия) – генеральный директор, ООО «Силур» (614014, Пермь, ул. 1905 года, 35, e-mail: isaev@sealur.ru).

Смирнов Дмитрий Вениаминович (Пермь, Россия) – заместитель генерального директора, ООО «Силур» (614014, Пермь, ул. 1905 года, 35, e-mail: smirnov@sealur.ru).

About the authors

Zaitsev Alexey Vyacheslavovich (Perm, Russian Federation) – PhD in Physical and Mathematical Sciences, Vice-dean of Aerospace faculty Associate Professor of the Department of Mechanics for Composite Materials and Structures, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., 614990, Perm, Russian Federation, e-mail: zav@pstu.ru).

Zlobin Nikolay Gennadievich (Perm, Russian Federation) – Graduate Student of the Department of Mechanics for Composite Materials and Structures, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., 614990, Perm, Russian Federation, e-mail: zlobin@newmail.ru).

Isaev Oleg Yurievich (Perm, Russian Federation) – Executive General Manager, Sealur Ltd. (35, 1905 Year Str., Perm, Russian Federation, 614014, e-mail: isaev@sealur.ru).

Smirnov Dmitriy Veniaminovich (Perm, Russian Federation) – Deputy Executive General Manager, Sealur Ltd. (1905 Year Str., 35, Perm, Russian Federation, 614014, e-mail: smirnov@sealur.ru).

Получено 20.11.2012