

# БИОМЕХАНИКА

---

УДК 531/534:[57+61]

**А.С. Миленин, В.М. Тверье**

**A.S. Milenin, V.M. Tverier**

Пермский национальный исследовательский политехнический университет  
Perm State National Research Polytechnic University

## **БИОМЕХАНИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИСКА ВИСОЧНО-НИЖНЕЧЕЛЮСТНОГО СУСТАВА КАК ПОРОУПРУГОГО ТЕЛА**

## **BIOMECHANICAL MODELING OF THE TEMPOROMANDIBULAR JOINT DISK AS A POROELASTIC BODY**

Построена биомеханическая модель диска височно-нижнечелюстного сустава (ВНЧС) с позиции теории пороупругости. Решена задача о поведении диска под действием постоянной силы, имитирующей жевательную нагрузку. Для определения коэффициента гидравлической проницаемости использован эксперимент на суставном диске ВНЧС свиньи. Проанализировано решение задачи с различными коэффициентами гидравлической проницаемости.

**Ключевые слова:** диск, височно-нижнечелюстной сустав, пороупругость, коэффициент гидравлической проницаемости, закон Дарси.

Temporomandibular joint (TMJ) disk was considered as a poroelastic material. The problem of static loading of TMJ disk was solved. The permeability coefficient of TMJ disk was determined. To defined permeability coefficient of TMJ disk. The results were studied with different values of permeability coefficient.

**Keywords:** temporomandibular joint, disk, poroelasticity, permeability coefficient, Darcy's law.

Височно-нижнечелюстной сустав (ВНЧС) – важнейший элемент зубочелюстной системы, он формируется с момента рождения человека до 16–17 лет под действием биомеханических нагрузок [1–3]. Поведение ВНЧС под нагрузкой во многом определяется состоянием межсуставного диска, представляющего собой сложную структуру коллагеновых волокон, насыщенную синовиальной жидкостью. Многие заболевания нижней челюсти и сустава свя-

заны с разрушением и разрывами диска, приводящими не только к нарушению функции жевания, но и к различным патологиям речи и кровообращения. По статистике, в мире симптомы заболеваний ВНЧС встречаются у 20–25 % людей в возрасте от 20 до 40 лет (причем у женщин чаще, чем у мужчин). Диск представляет собой сложную структуру, связывающую две различных среды – твердую и жидкую [4–6]. Описание поведения диска под нагрузкой возможно только методами биомеханического моделирования.

**Височно-нижнечелюстной сустав и его патология.** Височно-нижнечелюстной сустав – парный сустав, он образуется головкой нижней челюсти, нижнечелюстной ямкой и суставным бугорком чешуйчатой части височной кости. Головки нижней челюсти имеют валикообразную форму.

Суставные поверхности покрыты соединительнотканым хрящом. В полости сустава залегает двояковогнутая овальной формы волокнистая хрящевая пластинка – суставной диск. Назначение диска – выравнивание несоответствия между суставной ямкой и головкой и, вследствие его упругости, которая обуславливается коллагеновыми волокнами и суставной жидкостью, – смягчение жевательных толчков.

Заболевания ВНЧС встречаются примерно у 65 % пациентов, обратившихся за помощью к стоматологу. Сложная анатомия сустава и близость его к сонной артерии делает диагностику ВНЧС трудной задачей.

Наиболее частый симптом поражения височно-нижнечелюстного сустава – щелканье в суставе нижней челюсти. Щелканье происходит по причине смещения диска, а это приводит к тому, что мышцы, которые перемещают нижнюю челюсть при жевании, напряжены сверх нормы. Эта напряженность приводит к болям в мышцах, лице, голове и шее.

Нарушения в суставе могут также проявляться изменением зубной окклюзии, или прикуса. Если суставной диск смещен, то кости и диск не соответствуют друг другу должным образом, и поэтому прикус зубов изменяется.

Из-за близости сустава к ушным раковинам поражение диска часто вызывает различные симптомы: боли в ухе, заложенность или приглушенность вплоть до потери слуха. Кроме того, близость сустава к сонной артерии может привести к инсульту. Причиной этого может служить, например, выпячивание диска по причине неверного расположения его в полости сустава. Выпячиваемый конец диска ВНЧС – дивертикул – может создавать избыточное давление на сонную артерию, что и является причиной инсульта [7].

**Постановка задачи.** Большинство работ по моделированию диска ВНЧС строится на предположении, что диск представляет собой вязкоупругое тело [8]. Как было отмечено ранее, диск представляет собой сложную структуру – твердое тело (хрящевой матрикс) и суставную жидкость внутри него. В связи с этим задача биомеханического моделирования в данной работе ставится на основе теории пороупругости, которая описывает взаимодей-

ствии этих сред и позволяет учесть пористость диска. Это, в свою очередь, требует проведения ряда экспериментов по определению материальных констант, особенно коэффициента гидравлической проницаемости в законе Дарси.

Для построения модели поведения диска под нагрузкой рассмотрим задачу Био (М.А. Бiot, 1941) – классическую задачу о нахождении напряжений и деформаций в пороупругом теле [9–12]. Возьмем пороупругое тело объемом  $V$  с границей  $S$  ( $\bar{V} = V \cup S$ ), закрепленное с одной стороны (рис. 1), где  $S = S_\sigma \cup S_u, S_u \cap S_\sigma = 0$ . На него действуют массовые силы, которые являются функциями координат. Заметим, что задача является квазистатической, так как мы пренебрегаем силами инерции. Следуя рассуждениям Био, запишем постановку задачи:

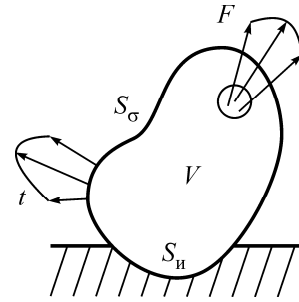


Рис. 1. Пороупругое тело

Уравнение равновесия

$$\nabla \cdot \tilde{\sigma} + \bar{F} = 0, \quad \bar{r} \in V,$$

где  $\tilde{\sigma}$  – симметричный тензор напряжения;  $\bar{F}$  – вектор массовых сил;  $\bar{r}$  – радиус вектор точки области.

Закон Дарси

$$\bar{v} = -\kappa \nabla p, \quad \bar{r} \in V, \quad (1)$$

где  $\bar{v}$  – скорость фильтрации жидкости;  $\kappa$  – коэффициент гидравлической проницаемости;  $p$  – гидравлическое давление жидкости.

Определяющее соотношение для напряжения в пороупругом теле, согласно Био,

$$\tilde{\sigma} = 2\mu \tilde{\varepsilon} + \lambda \varepsilon_0 \tilde{I} - b p \tilde{I}, \quad \bar{r} \in \bar{V}, \quad (2)$$

где  $b$  – коэффициент Био;  $\mu$  и  $\lambda$  – постоянные Ламе;  $\tilde{\varepsilon}$  – тензор деформации твердого тела;  $\varepsilon_0$  – средняя деформация твердого тела;  $\tilde{I}$  – единичный тензор.

Соотношение для изменения объемного содержания жидкости в пороупругом теле

$$\xi = b \varepsilon_0 + \frac{p}{M}, \quad \bar{r} \in \bar{V},$$

где  $\xi$  – объемное содержание жидкости;  $M$  – модуль Био.

Уравнение неразрывности для жидкости

$$\frac{d\xi}{dt} = -\nabla \cdot \bar{w}, \quad \bar{r} \in \bar{V},$$

где  $\bar{w}$  – вектор относительного массового потока жидкости.

Геометрическое соотношение Коши

$$\tilde{\varepsilon} = \frac{1}{2}(\nabla \bar{u} + \bar{u} \nabla), \quad \bar{r} \in \bar{V},$$

где  $\bar{u}$  – перемещение упругого скелета.

Граничные условия

$$\bar{n} \cdot \tilde{\sigma} = \hat{T}, \quad \bar{r} \in S_{\sigma},$$

$$\bar{u} = \hat{u}, \quad \bar{r} \in S_u,$$

$$p = \hat{p}, \quad \bar{r} \in S_p,$$

где  $\bar{n}$  – вектор нормали к поверхности;  $\hat{T}$  – заданный вектор поверхностного натяжения;  $\hat{u}$  – заданный вектор перемещения;  $\hat{p}$  – заданное давление жидкости на границе.

Начальные условия

$$\bar{u}(\bar{r}, 0) = 0, \quad \bar{r} \in \bar{V},$$

$$\xi(\bar{r}, 0) = 0, \quad \bar{r} \in \bar{V}.$$

Главный биомеханический фактор, влияющий на функционирование суставного диска, – это напряжения, вызываемые жевательными нагрузками. В уравнении (2), описывающем это напряжение, присутствуют постоянные Ламе, значение которых известно. Иная ситуация в законе Дарси (1), который описывает поведение жидкости при движении в пороупругом теле [13, 14]. В нем присутствует коэффициент гидравлической проницаемости  $k$ , значение которого необходимо определить экспериментально.

**Эксперимент по определению коэффициента гидравлической проницаемости диска височно-нижнечелюстного сустава.** Для определения коэффициента проницаемости был проведен эксперимент [15]. В эксперименте использовался диск височно-нижнечелюстного сустава восьмимесячной свиньи, так как только сустав свиньи несет нагрузку, сопоставимую с ВНЧС человека. Более того, размеры структур свиного сустава подобны размерам ВНЧС человека, имеют аналогичную морфологию, что связано с типом питания свиней – всеядностью. Одним из немногих отличий в функциональной нагрузке в зубочелюстной системе человека является частота жева-

ния: свинья жует несколько быстрее (частота 2,0–3,0 Гц), чем человек (частота 0,1–1,5 Гц). Время от забоя до начала проведения эксперимента составляло 6 ч.

Подготовленные образцы диска ВНЧС свиньи помещались в устройство (между двумя уплотнителями в виде резиновых колец), разработанное для его крепления во время эксперимента. Также для проведения эксперимента собиралась напорная колонка, состоящая из высокоточных электронных весов, секундомера и трубки с постоянным столбом раствора Хэнкса.

Через образец, находящийся в специальном устройстве, под постоянным давлением пропускаться раствор Хэнкса. С помощью весов измерялась масса прошедшей через образец жидкости, с помощью секундомера – время прохождения жидкости через образец.

В результате измерений получена следующая величина коэффициента гидравлической проницаемости:

$$k = 5,86 \cdot 10^{-15} \frac{\text{м}^2}{\text{Па} \cdot \text{с}}.$$

Из эксперимента можно сделать вывод, что коэффициент гидравлической проницаемости суставного диска действительно следует определять экспериментально, так как значение коэффициента для мениска коленного сустава, которое обычно используется при расчетах, связанных с суставным диском височно-нижнечелюстного сустава, и значение коэффициента самого диска отличаются ввиду их различных функций. Для проверки этой гипотезы необходимо провести расчет на напряжения и давление в диске с различными коэффициентами проницаемости.

**Построение модели диска ВНЧС. Задача Манделя.** Чтобы построить модель диска, обратимся к его анатомии и физиологии. По краям диска находятся сухожилия, обеспечивающие перемещение диска в суставе. Для питания сухожилий на периферии диска расположены кровеносные сосуды. В центре сосуды отсутствуют, и питание диска происходит за счет синовиальной жидкости, которая впитывается и перераспределяется с помощью белка, мукоида, связывающего волокна хрящевого скелета. После переработки синовиальная жидкость из центра диска частично впитывается лимфоузлами, которые находятся вместе с кровеносными сосудами на краях, некоторая часть попадает обратно в суставную сумку.

Теперь рассмотрим модель диска с позиции теории пороупругости. При построении модели будем рассматривать не весь диск, а только центральную зону, свободную от сосудов и лимфоузлов. Она представляет особый интерес с точки зрения того, что при повреждении диска его края со временем самостоятельно заживают, повреждения же в центральной зоне подлежат хирургическому вмешательству.

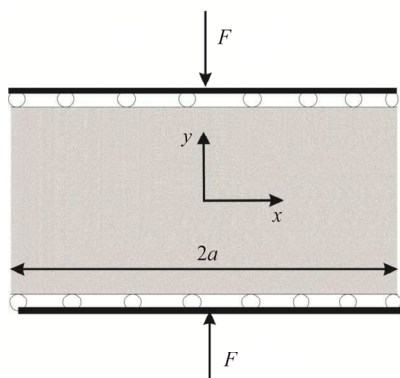


Рис. 2. Пороупругая модель диска ВНЧС

Представим эту зону в виде пороупругого тела прямоугольной формы длиной  $2a$ , окруженной с двух сторон жесткими непроницаемыми пластинами (задача Мандела) (рис. 2) [16]. Нижняя пластина представляет собой мышелок нижней челюсти, в то время как верхняя – чешуйчатая часть височной кости. Как было замечено ранее, синовиальная жидкость свободно вытекает из центра диска, в связи с этим закрепления на краях отсутствуют.

Далее к центру обеих пластин приложим постоянную силу величиной  $F$ , действующую в направлении оси  $y$ , моделирующую нагрузку в ВНЧС в процессе жевания. Также стоит заметить, что касательные напряжения на участке контакта пороупругого тела и пластин отсутствуют. Это можно объяснить тем фактом, что коэффициент трения близок к нулю благодаря наличию синовиальной жидкости – и трением как таковым можно пренебречь. Более того, на границах, где жидкость свободно вытекает, деформации в направлении оси  $x$  равны нулю. Поскольку мы рассматриваем плоскую модель, напряжения и деформации в направлении оси  $z$  равны нулю.

**Постановка задачи.** Используя общую постановку задачи пороупругости, введенные ранее допущения, начальные и граничные условия, а также формулы преобразования пороупругих констант, запишем постановку задачи для модели диска. Для удобства приводим к безразмерному виду величины давления и напряжения, используя начальные значения. Величина времени и координаты также нормируются.

Нестационарное параболическое уравнение описывает движение жидкости внутри хрящевого скелета пороупругого тела:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \bar{\sigma}_{yy}(1, \bar{t}) + \frac{1 - \nu_u}{1 - \nu} \bar{p} \right] = \frac{\partial}{\partial \bar{x}^2} \left[ \bar{\sigma}_{yy}(1, \bar{t}) + \frac{1 - \nu_u}{1 - \nu} \bar{p} \right],$$

где  $\bar{\sigma}_{yy}$  – безразмерное напряжение в хрящевом скелете по оси  $y$ ;  $\bar{p}$  – безразмерное гидравлическое давление;  $\nu_u$  – коэффициент Пуассона недренированного тела;  $\nu$  – коэффициент Пуассона дренированного тела.

Начальные условия

$$\begin{cases} \bar{p}(\bar{x}, 0) = 1, \\ \bar{\sigma}_{yy}(\bar{x}, 0) = 1. \end{cases}$$

Граничные условия

$$\bar{p}(1, \bar{t}) = 0.$$

Для решения такого уравнения применим метод разделения переменных Фурье. В результате получим итоговое выражение для напряжения и давления в виде бесконечного ряда

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{yy}(\bar{x}, \bar{t}) &= A_0 + \frac{v_u - v}{1 - v_u} \sum_{n=1}^{\infty} A_n \left[ \frac{1 - v}{v_u - v} \cos \alpha_n - \cos(\alpha_n \bar{x}) \right] \exp(-\alpha_n^2 \bar{t}), \\ \bar{p}(\bar{x}, \bar{t}) &= 2 \sum_{n=1}^{\infty} A_n \left[ \frac{\cos(\alpha_n \bar{x}) - \cos \alpha_n}{\alpha_n - \sin \alpha_n \cos \alpha_n} \sin \alpha_n \exp(-\alpha_n^2 \bar{t}) \right]. \end{aligned}$$

Перейдем к обычным величинам и перепишем решение для давления и напряжения

$$\begin{aligned} p(x, t) &= \frac{2}{3} B(1 + v_u) \varpi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos\left(\alpha_n \frac{x}{a}\right) - \cos \alpha_n}{\alpha_n - \sin \alpha_n \cdot \cos \alpha_n} \sin \alpha_n \cdot e^{-\alpha_n^2 \frac{c_f}{a^2} t} \\ \sigma_{yy}(x, t) &= -\varpi + 2\varpi \frac{v_u - v}{1 - v} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \alpha_n}{\alpha_n - \sin \alpha_n \cdot \cos \alpha_n} \times \\ &\quad \times \left( \frac{1 - v}{v_u - v} \cos \alpha_n - \cos\left(\alpha_n \frac{x}{a}\right) \right) \cdot e^{-\alpha_n^2 \frac{c_f}{a^2} t}, \end{aligned}$$

где  $\varpi$  – напряжение от приложенной нагрузки в начальный момент времени;  $c_f$  – коэффициент диффузии;  $a$  – длина тела.

Графические результаты расчета модели приведены ниже. На рис. 3 представлено распределение гидравлического давления, на рис. 4 – распределение напряжения в упругом скелете диска ВНЧС с течением времени. На графике рассматривается время течения жидкости 2 с. Это примерно равно периоду одного цикла жевания человека. Иными словами, на рисунках изображено изменение давления и напряжения за один цикл жевания.

В начальный момент времени давление в центре тела близко к начальному, но превышает его на некоторую величину. Это можно объяснить тем, что вязкая жидкость не может мгновенно начать движение в пористой среде. Чтобы начать течение, требуется определенное усилие, в связи с этим давление в порах возрастает. Данный эффект играет положительную роль в функционировании диска: давление в порах и напряжение в упругом скелете связаны напрямую: чем выше гидравлическое давление, тем ниже напряжение хрящевого скелета, следовательно, такое возрастание давления не дает диску

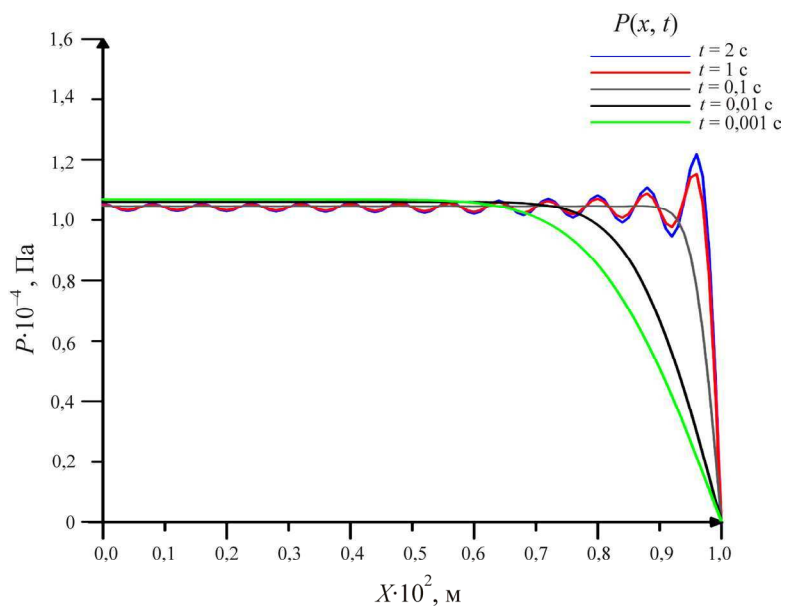


Рис. 3. Распределение давления в теле с течением времени

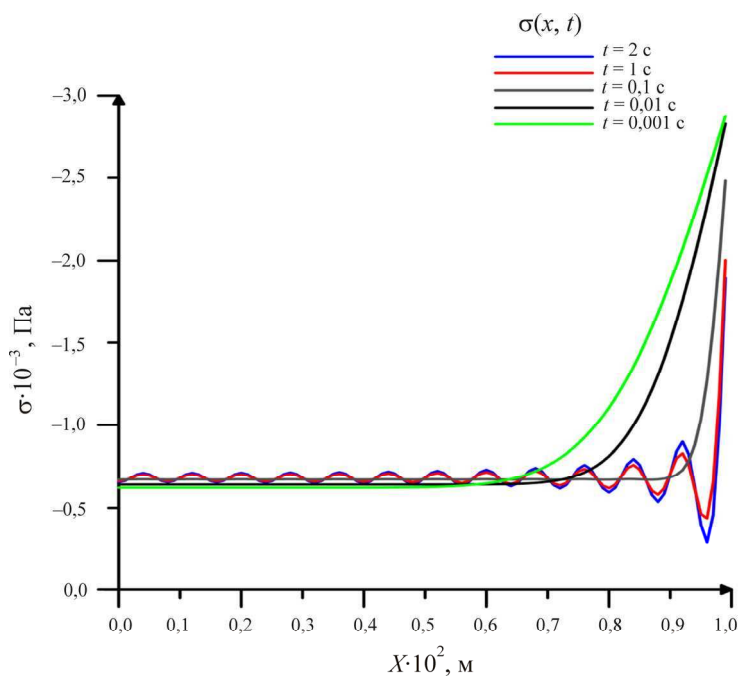


Рис. 4. Распределение напряжения в теле с течением времени



разрушиться под действием мгновенной нагрузки. Далее, рассматривая зависимость гидравлического давления от длины модели в различные моменты времени, наблюдаем падение давления по всему телу по экспоненте в связи со свободным вытеканием жидкости по краям. Иными словами, с течением времени в теле происходит перераспределение давления.

Давление в жидкости падает, следовательно, напряжения в диске возрастают, что видно на графиках (рис. 4). Такое поведение напряжений и давления в диске способствует равномерному распределению нагрузки, предотвращает его от механических повреждений, а также обеспечивает питание зон, свободных от кровеносных сосудов.

Построение модели диска ВНЧС с позиции теории пороупругости имеет ряд преимуществ перед другими моделями. Она позволяет учесть анатомию и гистологию диска, объяснить роль синовиальной жидкости в хрящевом матриксе с точки зрения механики. Более того, такая модель позволяет расширить поле исследования – например, можно найти напряженно-деформированное состояние диска с учетом свойств патологической синовиальной жидкости.

Работа выполнена при поддержке фонда РФФИ – грант 11-01-00910-а.

### **Список литературы**

1. Тверье В.М., Симановская Е.Ю., Няшин Ю.И. Атрофический синдром, связанный с изменениями биомеханического давления в зубочелюстной системе человека // Российский журнал биомеханики. – 2005. – Т. 10, № 1. – С. 9–14.

2. Биомеханический анализ развития и функционирования зубочелюстной системы человека / В.М. Тверье, Е.Ю. Симановская, Ю.И. Няшин, А.А. Киченко // Российский журнал биомеханики. – 2007. – Т. 11, № 4. – С. 84–104.

3. Тверье В.М., Симановская Е.Ю., Няшин Ю.И. Биомеханическое давление, сопутствующее формированию зубоальвеолярного блока у человека // Российский журнал биомеханики. – 2005. – Т. 9, № 3. – С. 9–15.

4. Экспериментальное изучение фильтрационных свойств и структурных особенностей дисков височно-нижнечелюстных суставов свиней / М.Ю. Няшин, А.П. Осипов, Е.Ю. Симановская, Ю.И. Няшин // Российский журнал биомеханики. – 2002. – Т. 6. – С. 33–38.

5. Tanaka E. Biomechanical behavior of the temporomandibular joint disk // Crit. Rev. Oral. Biol. Med. Journal. – 2003. – Vol. 14. – P. 138–150.

6. Berkovitz B.K.B. Collagen crimping in the intra-articular disc and articular surfaces of the temporomandibular joint // Archives of oral biology. – 2000. – Vol. 45. – P. 749–756.

7. Взаимодействие зубочелюстной системы с другими системами человеческого организма в рамках концепции виртуального физиологического человека / Ю.И. Няшин, А.Н. Еловикова, Я.А. Коркодинов, В.Н. Никитин, А.В. Тотьямина // Российский журнал биомеханики. – 2011. – Т. 15. – С. 8–26.

8. Temporomandibular joint and its two-dimensional and three dimensional modelling / P. Hlinakova, T. Dostalova, J. Danek, J. Nedoma, I. Hlavacek // Mathematics and computer simulation. – 2010. – Vol. 80. – P. 1256–1268.

9. Biot M.A. Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media // Journal of applied physics. – 1962. – Vol. 33. – P. 1482–1498.

10. Cowin S.C. Bone poroelasticity // Journal of biomechanics. – 1999. – Vol. 32. – P. 217–238.

11. Cheng H.D., Detournay E. Fundamentals of poroelasticity // Comprehensive Rock Engineering: Principles, Practice and Projects. – 1993. – Vol. 2. – P. 113–171.

12. Beek M., Koolstra J.H. Human temporomandibular joint disc cartilage as a poroelastic material // Clinical Biomechanics. – 2003. – Vol. 18. – P. 69–76.

13. Полубаринова-Кочина П.Я. Теория движения грунтовых вод // Теория движения грунтовых вод. – 1977. – С. 28–47.

14. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа: учебник для вузов. – 7-е изд. – М.: Дрофа, 2003. – 840 с.

15. Тверье В.М., Няшин Ю.И. Коэффициент гидравлической проницаемости диска височно-нижнечелюстного сустава: экспериментальное определение // Российский журнал биомеханики. – 2010. – Т. 14. – С. 22–30.

16. Coussy O. Poromechanics. – Chchester: J. Wilye, 2004. – 312 p.

Получено 18.10.2012

**Миленин Артем Сергеевич** – магистрант, ПНИПУ, БМ-06м, e-mail: artmil06@yandex.ru.

**Тверье Виктор Моисеевич** – кандидат технических наук, доцент, ПНИПУ, ФПММ, e-mail: tverier\_55@perm.ru.