

УДК 534.2

**В.В. Пальчиковский**

Пермский национальный исследовательский политехнический университет

**К.В. Пальчиковский**

ЗАО «Искра-Авигаз», г. Пермь

## **ОБЗОР ТЕОРЕТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ АКУСТИЧЕСКОЙ ПРОВОДИМОСТИ СОПЛА**

Акустическая неустойчивость является существенной проблемой при создании новых образцов ракетной техники, поэтому еще на стадии проектирования необходимо оценивать степень устойчивости внутрикамерных процессов. Для этого необходимо решить уравнения, которые описывают возмущенное поле течения газа. Однако из-за существенно различных характеристик газового потока в камере сгорания и в сопле процессы в них принято рассматривать раздельно. Взаимодействие между волновыми явлениями камеры сгорания и сопла может быть описано на основе акустической проводимости сопла, которая определяется как безразмерная передаточная функция, равная отношению возмущений скорости потока к возмущениям давления на входе в сопло. Если действительная часть акустической проводимости отрицательна, то некоторое количество акустической энергии отражается от сопла и подпитывает колебания в камере сгорания, что ведет к неустойчивости внутрикамерных процессов. Кроме использования в качестве граничного условия при расчете неустойчивости процессов в камере сгорания акустическая проводимость сопла используется для определения собственных частот колебаний газа. Также на основании проводимости сопла можно оценить влияние конструктивных факторов (длины дозвуковой части и профиля) на устойчивость внутрикамерных процессов.

Описана история развития теоретических методов определения акустической проводимости сопла. Для наиболее популярных методов приведены формулы.

**Ключевые слова:** акустическая неустойчивость, акустическая проводимость сопла, передаточная функция, коэффициент затухания, уравнение Риккати, масштабирование акустической проводимости сопла, теория короткого сопла, энтропийная волна, метод конечных элементов, потенциал акустической скорости.

**V.V. Palchikovskiy**

Perm National Research Polytechnic University

**K.V. Palchikovskiy**

Iskra-Avigaz JSC, Perm

## **REVIEW OF TECHNIQUES OF NOZZLE ADMITTANCE PREDICTION**

Combustion instability is considerable problem arising on creation of novel rocket equipment, so it is needed to evaluate degree of stability intrachamber processes when designing. To include this effect it is required to solve the unsteady gas flow equations. As gas flow in combustion chamber and in

nozzle is considerably difference, processes in them are considered separately. Interaction between wave processes of combustion chamber and nozzle is described by nozzle admittance, which is defined as dimensionless transfer function equal to the ratio of velocity fluctuations to pressure fluctuations at nozzle entrance. If the real part of nozzle admittance is negative a reflected acoustic energy feeds instability of intrachamber processes. The nozzle admittance except using as a boundary condition when calculating the intrachamber processes instability is used for determination of eigenfrequencies of gas fluctuations. Also on the basis of nozzle admittance it is possible to estimate influence of design factors (length and profile of subsonic part of nozzle) on stability of intrachamber processes.

In the paper the history of progress of techniques of nozzle admittance prediction is described. For the most popular techniques the formulas are given.

**Keywords:** acoustic instability, nozzle admittance, transfer function, decay coefficient, Riccati equation, scaling of nozzle admittance, short nozzle theory, entropy wave, finite element method, acoustic velocity potential.

Еще при создании первых жидкостных ракетных двигателей разработчики сталкивались с явлением неустойчивого горения, что характеризовалось наличием периодических волн давления в камере сгорания и сопле. Неустойчивость горения вызывала повышенные механические нагрузки и нежелательные вибрации, действующие на различные системы ракетного двигателя, а также высокие тепловые нагрузки, действующие на стенки камеры сгорания. Сочетание данных нагрузок нередко приводило к разрушению ракетного двигателя, поэтому в последующие годы с активным развитием ракетной техники проблема неустойчивости внутрикамерных процессов вставала все острее, и к ее решению обращалось все больше ученых. В процессе решения данной проблемы сформировалась задача определения акустической проводимости сопла.

Одним из первых вопрос о влиянии проводимости сопла на устойчивость работы ракетного двигателя рассмотрел Н. Tsien [1]. Он ввел передаточную функцию как отношение возмущения массового расхода газа к возмущению давления потока на входе в сопло:

$$G = \left( \frac{\rho'}{\rho_0} + \frac{v'}{v_0} \right) / \left( \frac{p'}{p_0} \right),$$

где  $\rho_0$ ,  $v_0$ ,  $p_0$  – плотность, скорость и давление стационарного потока;  $\rho'$ ,  $v'$  и  $p'$  – плотность, скорость и давление возмущенного потока.

Для упрощения выкладок было подобрано сопло такой формы, что стационарная скорость потока менялась линейно. Tsien получил решения, которые хорошо согласовались с экспериментом лишь в области очень больших ( $\beta \gg 1$ ) и очень малых частот ( $\beta \ll 1$ ):

$$G = 1 + \frac{1}{\gamma} \sqrt{1 + \frac{\gamma+1}{2} \cdot \frac{1-z_1}{z_1}}, \quad \beta \gg 1;$$

$$G = 1 + i\beta \left[ \frac{\gamma+1}{4\gamma} \cdot \frac{\lg\left(\frac{1}{z_1}\right)}{1-z_1} - \frac{\gamma-1}{4\gamma} \right], \quad \beta \ll 1,$$

где  $\gamma$  – отношение удельных теплоемкостей;  $\beta$  – приведенная частота, равная отношению угловой частоты  $\omega$  к градиенту скорости вдоль оси сопла;  $z_1 = \left( \frac{\gamma+1}{2} M_1^2 \left( \frac{\xi}{\xi_1} \right)^2 \right) / \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2 \right)$ ;  $M_1$  – число Маха на входе в сопло;  $\xi, \xi_1$  – безразмерные координаты по длине сопла. Определить передаточную функцию сопла для остальных частот можно было только экспериментально.

L. Crocco расширил работу H. Tsien, включив полный диапазон частот и введя понятие проводимости сопла, влияющего на колебания внутри камеры сгорания. Путем численного интегрирования уравнений, описывающих волновые явления в сопле, Crocco определил проводимость сопел различной конфигурации для частот, представляющих практический интерес для изучения устойчивого горения в ракетных двигателях [2, 3].

В течение почти десяти последующих лет проводились исследования, в результате которых уточнялись коэффициенты в уравнении, связывающем акустическую скорость в осевом и поперечном направлении и акустическое давление [4–6]. В итоге L. Crocco и W.A. Sigrignano представили работу [7], которая стала базовой для дальнейших исследований в области акустики сопла. Использование ими допущения о медленном изменении геометрии дозвуковой части сопла позволило применить метод разделения переменных, и уравнения волновых процессов в сопле получались в простой для решения форме. Было показано, что изменение параметров потока по радиусу описывается дифференциальным уравнением Бесселя, изменение в тангенциальном направлении – классическим уравнением гармонических колебаний, а изменение по осевой координате – более сложным набором обычно-

венных дифференциальных уравнений. Предложенная методика позволяла определять линейную акустическую проводимость сопла в осесимметричной и двумерной постановках. Для осесимметричного случая также было рассмотрено решение с нелинейными коэффициентами второго порядка.

Кроме того, авторы попытались разработать метод масштабирования, который позволял бы переносить решения для одного сопла на сопла того же семейства с несколько измененными конструктивными параметрами, например увеличенной или уменьшенной длиной дозвуковой части. Впоследствии данный вопрос был рассмотрен для малопотоковых сопел и многосопловых блоков [8].

Недостатком методики L. Сроссо являлось то, что она была применима только к колебаниям с постоянной по времени амплитудой, а также к соплам с медленно меняющимся профилем. W.A. Bell и B.T. Zinn [9] расширили теорию L. Сроссо, описав численный метод решения изменения акустического потенциала по осевой координате, объединенного с решениями для радиальной и тангенциальной координат для определения полных акустических характеристик сопла. Также ими был разработан программный продукт, который впоследствии был расширен для учета влияния нелинейных компонентов возмущенных параметров потока в сопле [10]. Для учета изменяющихся по времени амплитуд колебаний в расчет был введен коэффициент затухания. Было установлено, что он заметно влияет как на действительную, так и на мнимую части акустической проводимости. На основании работы [7] авторы использовали следующее выражение для определения акустической проводимости сопла:

$$Y_c = \gamma \bar{\rho} \bar{c} \frac{-\xi}{\bar{q}^2 \xi + i(\omega - i\lambda)},$$

где  $\bar{q} = v_0/c_*$  – безразмерная скорость потока;  $\bar{c} = c_0/c^*$  – безразмерная скорость звука;  $\bar{\rho} = \rho_0/\rho^*$  – безразмерная плотность потока;  $\omega$  – безразмерная угловая частота;  $\lambda$  – коэффициент затухания. Индексы 0 и \* относятся к установившемуся и заторможенному потоку соответственно. Комплексная величина  $\xi$  определялась из решения дифференциального уравнения Риккати:

$$\frac{d\xi}{d\varphi} - \frac{B}{A}\xi + \xi^2 = -\frac{C}{A},$$

где

$$A = \bar{q}^2 (\bar{c}^2 - \bar{q}^2);$$

$$B = \bar{q}^2 \left[ \frac{1}{\bar{c}^2} \frac{d\bar{q}^2}{d\varphi} + 2i(\omega - i\lambda) \right];$$

$$C = \left[ (\omega - i\lambda)^2 - \frac{S_{mn}^2 \cdot \bar{c}^2}{r_c^2} - i(\omega - i\lambda) \frac{\gamma - 1}{2} \frac{\bar{q}^2}{\bar{c}^2} \frac{d\bar{q}^2}{d\varphi} \right];$$

где  $\varphi$  – безразмерный потенциал скорости установившегося потока;  $S_{mn}$  –  $n$ -й корень уравнения Бесселя  $dJ_m(x)/dx = 0$ ;  $\gamma$  – отношение удельных теплоемкостей;  $r_c = r/r_{\text{вх}}$  – отношение радиуса сопла в текущей точке интегрирования к радиусу на входе в сопло.

Также в [9] подробно исследовалось влияние параметров радиусного сопла (радиусы на входе в сопло  $r_1$  и в области критического сечения  $r_2$ , угол полураствора сопла  $\theta$ ) и скорости потока на входе в сопло на акустическую проводимость. Установлено, что увеличение скорости Маха на входе в сопло сдвигает отклик в область высоких частот, а уменьшение длины сопла за счет увеличения угла полураствора или радиусов кривизны снижает чувствительность проводимости к частоте колебаний.

W.A. Bell, B.R. Daniel и B.T. Zinn [11] рассмотрели согласование теоретической проводимости сопла, полученной по теории L. Сгоссо, с результатами экспериментальных данных, полученных методом модифицированной импедансной трубы. Также хорошее согласование между теоретическими и экспериментальными данными было отмечено в работе [12]. Однако акустическая проводимость коротких сопел, рассчитанных по методике [9], не согласовывалась с результатами расчетов по так называемой теории короткого сопла.

Коротким считается сопло, длина которого существенно меньше длины камеры сгорания. Поскольку отношение времени прохождения волны через короткое сопло ко времени прохождения волны в камере двигателя является незначительным, падающие и отраженные волны давления на входе в сопло должны практически совпадать по фазе. Ра-

бота [13] являлась одной из первых, где были приведены выкладки для короткого сопла, согласно которым акустическая проводимость определялась как

$$Y_c = \left( \frac{\gamma - 1}{2} \right) M_0,$$

где  $M_0$  – скорость Маха установившегося потока.

Наличие только действительных значений у  $Y_c$  говорит об отсутствии сдвига фаз между акустической скоростью и давлением на входе в сопло. Хотя данная формула и стала классической для определения проводимости короткого сопла, однако она давала бóльшие значения проводимости, чем экспериментально определенные по методу стоячих волн (метод модифицированной импедансной трубы), и меньшие значения, чем полученные экспериментально резонансным методом и методом акустического затухания. Также вопросы акустической проводимости коротких сопел рассматривались в работах [14–18].

F.E. Marble и S.M. Candel [19], расширив решения Н. Tsien и L. Стоссо, показали, что сопло может являться источником возникновения акустических возмущений, вызванных течением газового потока с неравномерно распределенной температурой (энтропийные волны). Исследовав короткие сопла, они установили, что амплитуды прямой и отраженной волн давления зависят главным образом от числа Маха. Также были проведены расчеты сопла с конечной длиной сверхзвуковой части для широкого диапазона частот. Скорость по соплу менялась линейно. Установлено, что результаты расчетов хорошо согласуются с теорией короткого сопла лишь для низких частот, а малое отклонение абсолютного значения температуры на входе в сопло существенно увеличивает амплитуду волн давления.

Таким образом, сложность математической модели определения акустической проводимости сопла позволяла рассматривать только ряд ограниченных случаев: одномерный стационарный поток и одномерное распространение волн [3]; одномерный стационарный поток и трехмерное распространение волн [7]; короткое сопло [16].

С развитием электронно-вычислительной техники для решения данной задачи стал использоваться метод конечных элементов [20–23]. Дело в том, что допущения о медленном изменении профиля сопла,

примененные L. Crosso, на практике часто нарушаются (например, у коротких сопел профиль дозвуковой части меняется очень быстро). Резкое изменение профиля сопла отражается в изменении стационарных параметров потока по радиусу, и задачу уже нужно решать в многомерной постановке. Эксперименты, которые провели В.А. Janardan, В.Р. Daniel, В.Т. Zinn [17] на некоторых малоутопленных соплах и многосопловых блоках, показывают, что в общем случае изменение геометрии профиля короткого сопла влияет на его акустическую проводимость и неучет этого фактора в расчете является ошибкой, а теория короткого сопла, как уже отмечалось, далеко не всегда дает результаты, хорошо согласующиеся с экспериментом. Также экспериментально было установлено, что утолщенность сопла однозначно ведет к возникновению неустойчивости внутрикамерных процессов. Позже В.А. Janardan и В.Т. Zinn привели выкладки для определения коэффициента затухания утолщенного сопла [24]. Их расчеты подтвердили, что демпфирующие свойства такого сопла намного хуже, чем обычного. Главная причина снижения демпфирующих свойств – наличие обратных токов в зоне утолщенности сопла.

R.K. Sigman и В.Т. Zinn одними из первых определили акустическую проводимость сопла методом конечных элементов с применением метода Галеркина [22]. Для чего решалось уравнение относительно акустического потенциала  $\varphi$ :

$$F(\varphi) = A_1\varphi_{rr} + A_2\varphi_{xx} + A_3\varphi_{rx} + A_4\varphi_r + A_5\varphi_x + A_6\varphi = 0,$$

$$A_1 = \bar{c}^2 - \bar{\varphi}_r^2, \quad A_2 = \bar{c}^2 - \bar{\varphi}_x^2, \quad A_3 = -2\bar{\varphi}_r\bar{\varphi}_x,$$

$$A_4 = -(\gamma + 1)\bar{\varphi}_{rr}\bar{\varphi}_r - 2\bar{\varphi}_{rx}\bar{\varphi}_x + \bar{c}^2/r - (\gamma - 1)\bar{\varphi}_r^2/r - (\gamma - 1)\bar{\varphi}_r\bar{\varphi}_{xx} - i(2\omega\bar{\varphi}_r),$$

$$A_5 = -(\gamma + 1)\bar{\varphi}_{xx}\bar{\varphi}_x - 2\bar{\varphi}_{rx}\bar{\varphi}_r - (\gamma - 1)\bar{\varphi}_{rr}\bar{\varphi}_x - (\gamma - 1)(\bar{\varphi}_x\bar{\varphi}_r/r) - i(2\omega\bar{\varphi}_x),$$

$$A_6 = \omega^2 - (m^2\bar{c}^2/r^2) - i\{\omega(\gamma - 1)[\bar{\varphi}_{rr} + (\bar{\varphi}_r/r) + \bar{\varphi}_{xx}]\},$$

$$\bar{c} = 1 - [(\gamma - 1)/2](\bar{\varphi}_r^2 + \bar{\varphi}_x^2),$$

где все параметры с верхней чертой относятся к установившемуся потоку, нижние индексы указывают производные по соответствующим координатам. Определив значения потенциалов скорости установившегося и возмущенного потоков, находили акустическое давление

$$p = -\bar{\rho}(i\omega\varphi + \bar{\varphi}_x\varphi_x + \bar{\varphi}_r\varphi_r).$$

После чего вычисляли акустическую проводимость на входе в сопло

$$Y_c = \frac{\bar{\rho} \bar{c} \varphi_x}{p}.$$

Еще одним вариантом нахождения акустической проводимости сопла является решение нестационарных уравнений Эйлера без их линеаризации (так называемый метод реального времени, или метод прямого моделирования), для чего предлагаются разные вычислительные схемы [25–28]. Данная методика является наиболее точной, однако весьма дорогостоящей с точки зрения затрат вычислительного времени.

Если рассматривать одномерную постановку задачи акустической проводимости сопла, то линеаризованные нестационарные уравнения сохранения дают хорошую вычислительную точность и существенное сокращение вычислительных затрат. В этом случае вся задача сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений относительно приведенных акустических параметров, например скорости  $\bar{v}$  и плотности  $\bar{\rho}$  [29] или скорости и давления  $\bar{p}$  [30]:

$$\begin{aligned} v_0 \frac{d\bar{v}}{dx} + v_0 \frac{d\bar{\rho}}{dx} + i\omega\bar{\rho} &= 0; \\ v_0 \frac{d\bar{v}}{dx} + \frac{c_0}{M_0} \frac{d\bar{\rho}}{dx} + \left( 2 \frac{dv_0}{dx} + i\omega \right) \bar{v} + (1 - \gamma) \frac{dv_0}{dx} \bar{\rho} &= 0, \end{aligned}$$

найдя которые можно определить акустическую проводимость сопла по формуле

$$Y_c = M_0 \frac{\bar{v}}{\bar{\rho}}.$$

В области исследования акустических свойств сопла известны работы отечественных ученых. А.А. Осипов и А.Н. Крайко [29] привели численное решение нелинейной задачи об отражении одномерных возмущений от стенки дозвуковой части сопла. Сравнение этого решения с линейной теорией показало, что при низких частотах обе теории дают практически одинаковые результаты. А.Н. Руденко, И.С. Шлыкова и В.Л. Эпштейн рассмотрели акустические характеристики дозву-



ковой части конического сопла при продольных и продольно-поперечных колебаниях [31]. Результаты численных расчетов показали, что сопло при поперечных колебаниях, в отличие от продольных, не является источником потерь и может оказывать дестабилизирующее влияние.

В [32] дозвуковая часть сопла разбивалась на  $N$  узлов, реальный профиль сопла между узлами заменялся прямой линией. Для каждой «зоны» составлялось уравнение акустического потенциала с условием, что в смежных узлах равны значения потенциала и равны значения его первой производной. В результате получалась система алгебраических уравнений, решение которой позволяло найти коэффициент отражения акустической волны. Явным недостатком данного метода является то, что для точного описания профиля требуется большое количество разбиений, а это существенно увеличивает вычислительное время, однако, как указывает автор статьи [32], результаты расчета хорошо согласуются с экспериментальными данными.

В работе [33] показано, что поступающие в сопло вихревые и энтропийные моды в зависимости от их амплитуды и фазы по отношению к падающей акустической волне могут оказывать дестабилизирующее воздействие на сопло, уменьшая вынос акустической энергии из камеры сгорания. При отсутствии энтропийных и вихревых возмущений коэффициент отражения акустической волны от дозвуковой части сопла уменьшается по мере увеличения частоты как для продольных, так и для поперечных колебаний.

На основании проведенного анализа можно сделать следующие выводы:

1. Представлен обзор основных методов теоретического определения акустической проводимости сопла. Установлено, что наибольшее распространение получили следующие подходы: одномерная модель стационарного течения газа и распространения возмущений; одномерная модель стационарного течения газа и осесимметричная модель распространения возмущений; теория короткого сопла; решение уравнения для акустического потенциала методом конечных элементов в формулировке Галеркина.

2. На значения акустической проводимости сопла существенно влияют геометрия соплового блока (длина, радиусы кривизны) и скорость потока на входе в сопло. Увеличение скорости потока и уменьшение длины сопла сдвигает максимум акустической проводимости в область высоких частот.

3. Для случая короткого сопла перечисленные методики дают существенно отличающиеся друг от друга результаты. Теория короткого сопла часто не согласуется с экспериментальными данными.

4. В случае расчета колебаний давления, амплитуды которых меняются во времени, необходимо использовать коэффициент демпфирования.

5. Сопло может являться источником возникновения акустических возмущений, вызванных течением газового потока с неравномерно распределенной температурой (энтропийные волны).

6. Для определения акустической проводимости сопла при продольных колебаниях наилучшей моделью по скорости вычислительного алгоритма является модель одномерного стационарного течения газа с одномерным распространением возмущений. Данная модель проста по своим математическим выкладкам, также проста в программной реализации и хорошо согласуется с экспериментальными данными.

7. При наличии поперечных волн и плавно меняющегося профиля дозвуковой части сопла одномерная модель стационарного течения газа с осесимметричным распространением возмущений дает малое время расчета и хорошо согласуется с экспериментальными данными.

8. Для определения влияния формы малоутопленных сопел и многосопловых блоков на устойчивость процессов в камере сгорания характеристики стационарного и нестационарного потоков удобно рассчитывать методом конечных элементов.

9. Наиболее точным методом решения задачи акустической проводимости сопла является метод прямого моделирования. Однако даже при современных мощностях вычислительных систем этот метод обходится весьма дорого с точки зрения затрат вычислительного времени.

### **Библиографический список**

1. Tsien H.S. The transfer functions of rocket nozzles [Электронный ресурс] // Journal of the American Rocket Society. – 1952. – May–June. – URL: [http://authors.library.caltech.edu/16928/1/19\\_Tsien\\_HS\\_1952.pdf](http://authors.library.caltech.edu/16928/1/19_Tsien_HS_1952.pdf).

2. Crocco L. Supercritical Gaseous Discharge with High Frequency Oscillations // Aerotecnica Roma. – 1953. – Vol. 33. – P. 46.

3. Crocco L., Cheng S.I. Theory of Combustion Instability in Liquid Propellant Rocket Motors. AGARDograph 8. – London: Butterworth Publication Limited, 1956.

4. Crocco L., Monti R., Grey J. Verification of nozzle admittance theory by direct measurement of the admittance parameter // *American Rocket Society Journal*. – 1961. – Vol. 31.

5. Crocco L., Harrje D.T., Strahle W.C., Sirignano W.A. Nonlinear aspects of combustion instability in liquid propellant rocket motors // *Second Yearly Progress Report*. Princeton University, Aeronautical Engineering Rept. 553-b. – 1962. – June 1.

6. Crocco L. Theoretical studies on liquid propellant rocket instability // *Tenth Symposium (International) on Combustion / Combustion Institute*. – 1965. – June.

7. Crocco L., Sirignano W.A. Behavior of supercritical nozzles under three dimensional oscillatory conditions. AGARDograph 117. – London: Butterworth Publications Limited, 1967.

8. Janardan B.A., Daniel B.R., Zinn B.T. Scaling of rocket nozzle admittances // *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*. – 1975. – Vol. 13, no. 7. – Pp. 918–923.

9. Bell W.A., Zinn B.T. The prediction of three-dimensional liquid-propellant rocket nozzle admittances [Электронный ресурс]. 1973. NASA CR-121129. – URL: [http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19730009080\\_1973009080.pdf](http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19730009080_1973009080.pdf).

10. Padmanabhan M.S., Powell E.A., Zinn B.T. Effect of nozzle nonlinearities upon nonlinear stability of liquid propellant rocket motors [Электронный ресурс]. 1975. NASA CR-134880. – URL: [http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19760006111\\_1976006111.pdf](http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19760006111_1976006111.pdf).

11. Bell W.A., Daniel B.R., Zinn B.T. Experimental and theoretical determination of the admittances of a family of nozzles subjected to axial instabilities // *Journal of Sound and Vibration*. – 1973. – Vol. 30, no. 2. – Pp. 179–190.

12. Zinn B.T., Bell W.A., Daniel B.R., Smith A.J. Experimental determination of three-dimensional liquid rocket nozzles // *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*. – 1973. – Vol. 11, no. 3. – Pp. 267–272.

13. L. Crocco. Supercritical gaseous discharge with high frequency oscillations // *Aerotecnica Roma*. – 1953. – No. 33.

14. Crocco L., Sirignano W.A. Effect of transverse velocity component on the nonlinear behavior of short nozzles // *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*. – 1966. – Vol. 4, no. 8. – Pp. 1428–1430.

15. Zinn B.T. Longitudinal mode acoustic losses in short nozzles // *Journal of Sound and Vibration*. – 1972. – Vol. 22, no. 1. – Pp. 93–105.

16. Zinn B.T. Nozzle damping in solid rocket instabilities // *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*. – 1972. – Vol. 11, no. 11. – Pp. 1492–1497.

17. Janardan B.A., Daniel B.R., Zinn B.T. Damping of axial instabilities by small-scale nozzles under cold-flow conditions // *Journal of Spacecraft and Rockets*. – 1974. – Dec. – Vol. 11.

18. Dehority G.L. Resume of nozzle damping theory. Technical memorandum 2867 / Naval Weapons Center, 1976.

19. Marble F.E., Candel S.M. Acoustic disturbance from gas non-uniformities convected through a nozzle // *Journal of Sound and Vibration*. – 1977. – Vol. 55, no. 2. – Pp. 225–243.

20. Sigman R.K., Majjigi R.K., Zinn B.T. Use of finite element techniques in the determination of the acoustic properties of turbofan inlets // *American Institute of Aeronautics and Astronautics Paper*. – 1977. – No. 1977–18.

21. Sigman R.K., Majjigi R.K., Zinn B.T. Determination of turbofan inlet acoustics using finite elements // *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*. – 1978. – No. 16. – Pp. 1139–1195.

22. Sigman R.K., Zinn B.T. Theoretical determination of nozzle admittances using a finite element approach // *American Institute of Aeronautics and Astronautics Paper*. – 1980. – No. 1980–85.

23. Sigman R.K., Zinn B.T. A finite element approach for predicting nozzle admittances // *Journal of Sound and Vibration*. – 1983. – Vol. 88, no. 1. – Pp. 117–131.

24. Janardan B.A., Zinn B.T. Effect of nozzle submergence upon stability of solid rockets // *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*. – 1976. – Vol. 14, no. 1. – Pp. 109–111.

25. Baumeister K.J. Numerical techniques in linear duct acoustics. NASA Technical Memorandum [Электронный ресурс]. 1981. – URL: [http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19820005017\\_1982005017.pdf](http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19820005017_1982005017.pdf).

26. Белоцерковский О.М., Давыдов Ю.М. Метод крупных частиц в газовой динамике. – М.: Наука, 1982. – 392 с.

27. Ni R. A multiple-grid scheme for solving the Euler equations // *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*. – 1982. – Vol. 20, no. 11. – Pp. 1565–1571.

28. Schonfeld T., Rudgyard M. Steady and unsteady flows simulations using the hybrid flow solver AVBP // *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*. – 1999. – Vol. 37, no. 11. – Pp. 1378–1385.

29. Осипов А.А., Крайко А.Н. Исследование отражения возмущений от дозвуковой части сопла Лавалья // *Изв. АН СССР. Механика жидкости и газов*. – М., 1973. – Т. 1. – С. 84–93.

30. Пальчиковский В.В., Отинов Д.А. Влияние формы сопла на его акустическую проводимость // *Вестник ПГТУ. Аэрокосмическая техника*. – Пермь, 2011. – № 31. – С. 69–78.

31. Руденко А.Н., Шлыкова И.С., Эпштейн В.Л. Акустическая проводимость сверхзвуковых сопел с конической входной частью при продольных и продольно-поперечных колебаниях // *Акустический журнал*. – М., 1974. – Т. 20, № 4. – С. 608–615.

32. Кокушкин В.Н. Об отражении акустических волн докритической части сопел Лавалья // *Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт*. – 1974.

33. Сик Ч.Г., Лебединский Е.В. Влияние вихревой и энтропийной волн на коэффициент отражения акустической волны от дозвуковой части сопла Лавалья [Электронный ресурс] // *Исследовано в России: электр. науч. журнал*. – 2006. – URL: <http://zhurnal.ape.relarn.ru/articles/2006/234.pdf>.

### References

1. Tsien H.S. The transfer functions of rocket nozzles. *Journal of the American Rocket Society*, May-June, 1952, available at: [http://authors.library.caltech.edu/16928/1/19\\_Tsien\\_HS\\_1952.pdf](http://authors.library.caltech.edu/16928/1/19_Tsien_HS_1952.pdf).

2. Crocco L. Supercritical Gaseous Discharge with High Frequency Oscillations. *Aerotecnica Roma*. Vol. 33, 1953, p. 46.

3. Crocco L., Cheng S.I. Theory of Combustion Instability in Liquid Propellant Rocket Motors. AGARDograph 8. Butterworth Publication Limited, London, 1956.

4. Crocco L., Monti R., Grey J. Verification of nozzle admittance theory by direct measurement of the admittance parameter. *American Rocket Society Journal*, 1961, vol. 31.

5. Crocco L., Harrje D.T., Strahle W.C., Sirignano W.A. Nonlinear aspects of combustion instability in liquid propellant rocket motors. *Second Yearly Progress Report. Princeton University, Aeronautical Engineering Rept. 553-b*, June 1, 1962.

6. Crocco L. Theoretical studies on liquid propellant rocket instability. *Tenth Symposium (International) on Combustion*, Combustion Institute, June 1965.

7. Crocco L., Sirignano W.A. Behavior of supercritical nozzles under three dimensional oscillatory conditions. AGARDograph 117. Butterworth Publications Limited, London, 1967.

8. Janardan B.A., Daniel B.R., Zinn B.T. Scaling of rocket nozzle admittances. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*. 1975, vol. 13, no. 7, pp. 918–923.

9. Bell W.A., Zinn B.T. The prediction of three-dimensional liquid-propellant rocket nozzle admittances. 1973. NASA CR-121129, available at: [http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19730009080\\_1973009080.pdf](http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19730009080_1973009080.pdf).

10. Padmanabhan M.S., Powell E.A., Zinn B.T. Effect of nozzle nonlinearities upon nonlinear stability of liquid propellant rocket motors. 1975. NASA CR-134880, available at: [http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19760006111\\_1976006111.pdf](http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19760006111_1976006111.pdf).

11. Bell W.A., Daniel B.R., Zinn B.T. Experimental and theoretical determination of the admittances of a family of nozzles subjected to axial instabilities. *Journal of Sound and Vibration*, 1973, vol. 30, no. 2, pp. 179–190.

12. Zinn B.T., Bell W.A., Daniel B.R., Smith A.J. Experimental determination of three-dimensional liquid rocket nozzles. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 1973, vol. 11, no. 3, pp. 267–272.

13. Crocco L. Supercritical gaseous discharge with high frequency oscillations. *Aerotecnica Roma*, 1953, 33.

14. Crocco L., Sirignano W.A. Effect of transverse velocity component on the nonlinear behavior of short nozzles. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 1966, vol. 4, no. 8, pp. 1428–1430.

15. Zinn B.T. Longitudinal mode acoustic losses in short nozzles. *Journal of Sound and Vibration*, 1972, vol. 22, no. 1, pp. 93–105.

16. Zinn B.T. Nozzle damping in solid rocket instabilities. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 1972, vol. 11, no. 11, pp. 1492–1497.

17. Janardan B.A., Daniel B.R., Zinn B.T. Damping of axial instabilities by small-scale nozzles under cold-flow conditions. *Journal of Spacecraft and Rockets*, vol. 11, 1974, Dec.

18. Dehority G.L. Resume of nozzle damping theory. Technical memorandum 2867. Naval Weapons Center, 1976.

19. Marble F.E., Candel S.M. Acoustic disturbance from gas non-uniformities convected through a nozzle. *Journal of Sound and Vibration*, 1977, vol. 55, no. 2, pp. 225–243.

20. Sigman R.K., Majjigi R.K., Zinn B.T. Use of finite element techniques in the determination of the acoustic properties of turbofan inlets. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Paper*, 1977, no. 1977–18.

21. Sigman R.K., Majjigi R.K., Zinn B.T. Determination of turbofan inlet acoustics using finite elements. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 1978, no. 16, pp. 1139–1195.

22. Sigman R.K., Zinn B.T. Theoretical determination of nozzle admittances using a finite element approach. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Paper*, 1980, no. 1980–85.

23. Sigman R.K., Zinn B.T. A finite element approach for predicting nozzle admittances. *Journal of Sound and Vibration*, 1983, vol. 88, no. 1, pp. 117–131.

24. B.A. Janardan, B.T. Zinn. Effect of nozzle submergence upon stability of solid rockets. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 1976, vol. 14, no. 1, pp. 109–111.

25. Baumeister K.J. Numerical techniques in linear duct acoustics. NASA Technical Memorandum. 1981, available at: [http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19820005017\\_1982005017.pdf](http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19820005017_1982005017.pdf).

26. Belotserkovskiy O.M., Davydov Yu.M. *Metod krupnykh chastits v gazovoy dinamike* [Particle-in-cell method in gas-dynamics]. Moscow: Nauka, 1982, 392 p.

27. Ni R. A multiple-grid scheme for solving the Euler equations. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 1982, vol. 20, no. 11, pp. 1565–1571.

28. Schonfeld T., Rudgyard M. Steady and unsteady flows simulations using the hybrid flow solver AVBP. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 1999, vol. 37, no. 11, pp. 1378–1385.

29. A.A. Osipov, A.N. Krayko. *Issledovanie otrazheniya vozmushcheniy ot dozvukovoy chasti sopla Lavalya* [Investigation of the reflection of perturbations from the subsonic part of a Laval nozzle]. *Izvestiya Akademii nauk SSSR. Mekhanika zhidkosti i gazov*, 1973, vol. 1, pp. 84–93.

30. Palchikovskiy V.V., Otinov D.A. *Vliyanie formy sopla na ego akusticheskuyu provodimost* [Influence of nozzle profile on nozzle admittance]. *Vestnik Permskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Aerokosmicheskaya tekhnika*, 2011, no. 31, pp. 69–78.

31. Rudenko A.N., Shlykova I.S., Epshteyn V.L. *Akusticheskaya provodimost sverkhzvukovykh сопел s konicheskoy vkhodnoy chastyu pri prodolnykh i prodolno-poperechnykh kolebaniyakh* [Admittance of supercritical nozzles with conical subsonic section under longitudinal and longitudinal-transverse perturbations]. *Akusticheskiy zhurnal*, 1974, vol. 20, no. 4, pp. 608–613.

32. Kokushkin N.V. *Ob otrazhenii akusticheskikh voln dokriticheskoy chasti сопел Lavalya* [Acoustic wave reflection in the subcritical section of a Laval nozzle]. *Izvestiya Akademii nauk SSSR. Energetika i transport*, 1974.

33. Sik Ch.G., Lebedinskiy E.V. *Vliyanie vikhreвой i entropiynoy voln na koeffitsient otrazheniya akusticheskoy volny ot dozvukovoy chasti сопла Lavalya* [Influence of vortical and entropy waves on reflection of acoustic wave from a subsonic part of a Laval nozzle], available at: <http://zhurnal.ape.relarn.ru/articles/2006/234.pdf>.

### Об авторах

**Пальчиковский Вадим Вадимович** (Пермь, Россия) – старший преподаватель кафедры «Ракетно-космическая техника и энергетические установки» ФГБОУ ВПО ПНИПУ (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: [vvpal@perm.ru](mailto:vvpal@perm.ru)).

**Пальчиковский Кирилл Вадимович** (Пермь, Россия) – ведущий специалист технического отдела ЗАО «Искра-Авигаз» (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 98, лит. В, e-mail: [Palchikovskiy@avigaz.perm.ru](mailto:Palchikovskiy@avigaz.perm.ru)).

### About the authors

**Palchikovskiy Vadim Vadimovich** (Perm, Russian Federation) – Senior Lecturer, Department of Rocket and Space Technology, Generating Units, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: [vvpal@perm.ru](mailto:vvpal@perm.ru)).

**Palchikovskiy Kirill Vadimovich** (Perm, Russian Federation) – Leading Specialist of Technical Department of Iskra-Avigaz JSC (93, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: [Palchikovskiy@avigaz.perm.ru](mailto:Palchikovskiy@avigaz.perm.ru)).

Получено 3.09.2012