

О.Б. Наймарк

Институт механики сплошных сред УрО РАН

**О НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКЕ КВАЗИ-ХРУПКОГО
РАЗРУШЕНИЯ (ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ
И ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ)****Abstract**

Nonlinear dynamics of crack propagation is the subject of the growing interest during last decade due to the experimental observation of dynamic stochasticity effects and the discovery of the crack behavior that is in the strong contradiction with the traditional view in the fracture mechanics. Experiments showed the existence of the limited velocity $V_c \approx 0.4V_R$ (V_R is the Rayleigh wave speed) for the steady-state crack propagation and the threshold character of the transition to the branching regime with the stochastic dynamics. The established experimental data revealed some unresolved puzzles from point of view of the traditional crack mechanics. The main question is concerning the nature of physical mechanisms controlling the crack dynamics including the branching, stochastic dynamics and the crack arrest. Explanation of the limiting steady-state crack velocity and the transition to the branching regime was proposed by authors due to the experimental and theoretical study of the collective behavior in the microcracks ensemble at the crack tip area.

Нелинейная динамика разрушения вызывает нарастающий интерес в течение последнего десятилетия вследствие появления новых экспериментальных данных, обнаруживших несоответствие поведения трещин с предсказаниями классической теории. Эксперименты показали существование предельных скоростей устойчивого прямолинейного распространения трещин $V_c \approx 0,4V_R$ (V_R - скорость волны Релея) и пороговый характер перехода к режиму ветвления с последующей стохастической динамикой [1-3]. Представляется проблематичным объяснение указанных эффектов в рамках традиционной механики трещин [4], и актуальным остается вопрос о природе физических механизмов, контролирующих распространение трещин, включая ветвление, стохастическую динамику, остановку трещин, а также условия самоподдерживающегося разрушения, так называемых волн разрушения. Теоретическое объяснение существования предельных скоростей прямолинейного распространения и перехода к режиму ветвления предложено в [5] на основе описания коллективных эффектов в ансамбле дефектов (микротрещин) в окрестности вершины трещины.

Феномен "волн разрушения" в квази-хрупких материалах является предметом интенсивного изучения на протяжении последних двух десятилетий. Этот термин был введен в [6] как предельный случай эволюции поврежденности, когда ансамбль микродвигов (в зоне сжатия) формирует фронт, распространяющийся с некоторой

групповой скоростью. Этот фронт отделяет дисперсно-разрушенный объем от структурированного материала.

Статистические свойства ансамбля дефектов

Микроскопические и макроскопические параметры поврежденности

Структурные параметры, ассоциированные с типичными мезоскопическими дефектами (микротрещинами, микросдвигами), были введены в [7] с использованием дислокационных представлений. Эти дефекты описываются симметричными тензорами вида $s_{ik} = sv_i v_k$ в случае микротрещин и $s_{ik} = 1/2s(v_i l_k + l_i v_k)$ для микросдвигов. Здесь v - единичный вектор нормали к основанию микротрещины или площадки сдвига; l - единичный вектор в направлении сдвига; s - объем микротрещины или интенсивность сдвига для тензора микроскопического сдвига. Усреднение "микроскопического" тензора s_{ik} дает макроскопический тензор плотности микротрещин (микросдвигов) $p_{ik} = n \langle s_{ik} \rangle$, совпадающий с деформацией, обусловленной дефектами, n - концентрация дефектов.

Статистическая модель упругой среды с дефектами

Статистические свойства ансамбля дефектов были исследованы на основе решения уравнения Фоккера - Планка [8,9] в фазовом пространстве возможных состояний, v , l и s микроскопических переменных s_{ik} . Это решение позволило определить вид потенциала (свободную энергию F), обусловленного дефектами (рис.1).

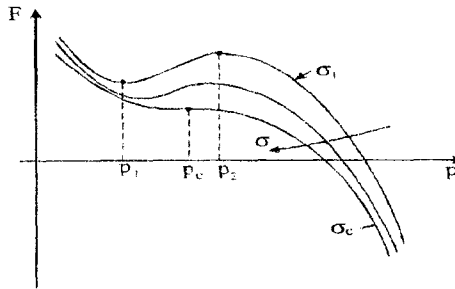


Рис.1. Зависимости свободной энергии F от параметра плотности дефектов p с увеличением напряжения σ

Метаустойчивость для интервала напряжений $\sigma < \sigma_c$ является следствием ориентационного взаимодействия между дефектами. Вид свободной энергии, предсказанный статистической моделью, приближается к виду Гриффитса для $\sigma \rightarrow \sigma_c$ (см. рис. 1), что соответствует инициированию и росту дефектов, ориентированных по полю напряжений.

О феноменологии квази-хрупкого разрушения

Свободная энергия

Феноменологическое представление части свободной энергии, обусловленной дефектами (для случая одноосного растяжения $p = p_{zz}$, $\sigma = \sigma_{zz}$, $\varepsilon = \varepsilon_{zz}$), может быть получено на основе разложения (по аналогии с подходом Гинзбурга - Ландау в теории фазовых переходов) до шестого порядка по тензору плотности дефектов [8].

$$F = \frac{1}{2}Ap^2 - \frac{1}{4}Bp^4 - \frac{1}{6}Cp^6 - D\sigma p + \chi(\nabla_i p)^2. \quad (1)$$

Градиентный член в (1) описывает "нелокальные" взаимодействия в ансамбле дефектов, A, B, C, D - коэффициенты разложения, χ - параметр нелокальности.

Кинетика поврежденности при квази-хрупком разрушении

Кинетика накопления повреждений при квази-хрупком разрушении определяется условием эволюции системы, имеющей единственный канал диссипации энергии – накопление и рост повреждений: $\delta F / \delta t = \delta F / \delta p \cdot dp / dt \leq 0$, где $\delta(\dots) / \delta p$ - символ вариационной производной. Линейная связь между термодинамическим потоком и силой приводит к уравнению движения для параметра плотности дефектов

$$\frac{dp}{dt} = -\Gamma \left(Ap - Bp^3 - Cp^5 - D\sigma - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\chi \frac{\partial p}{\partial x_i} \right) \right), \quad (2)$$

где Γ - положительный кинетический коэффициент. Уравнение движения (2) и соотношение для полной деформации $\varepsilon = \hat{C} \sigma + p$ (\hat{C} - компонента тензора упругой податливости) представляют собой систему определяющих уравнений для квазихрупких материалов с дефектами рассматриваемого типа.

Коллективные свойства ансамбля дефектов

Автомодельное решение

Уравнение (4) описывает характерные стадии эволюции поврежденности. В диапазоне напряжений $\sigma < \sigma_c$ и параметра плотности дефектов $p < p_c$ кинетика поврежденности "подчиняется термодинамической ветви", определяющей локальные минимумы свободной энергии (см. рис. 1).

При стремлении напряжения к критическому значению σ_c ($p \rightarrow p_c$) уравнение движения (2) качественно изменяет свой тип (от эллиптического к параболическому) и кинетика поврежденности подчиняется эволюции пространственно-временных структур специального вида, появление которых обусловлено взаимодействием между дефектами. Эти структуры описывают локализацию разрушения, предшествующую зарождению очагов макроскопических трещин. В предположении для термодинамической силы и коэффициента нелокальности степенных зависимостей

$\partial F/\partial p = S_0(p_c) p^q$, $\chi = \chi_0(p_c) p^\beta$ при переходе через критическую точку p_c , кинетическое уравнение для p может быть записано в виде

$$\frac{\partial p}{\partial t} = S_0(p_c) p^q + \frac{\partial}{\partial x} \left(\chi_0(p_c) p^\beta \frac{\partial p}{\partial x} \right). \quad (3)$$

Зарождение локализованных пространственно-временных структур описывается автомодельными решениями уравнения (3), которые имеют вид

$$p(x, t) = g(t) f(\xi), \quad \xi = x/L_c(t), \quad g(t) = G(1 - \frac{t}{\tau_c})^{-m}. \quad (4)$$

Здесь $G > 0, m > 0$ - постоянные параметры; $L_c(t)$ и τ_c - параметры скейлинга, которые могут быть найдены при решении соответствующей нелинейной задачи на собственные значения [10]. Автомодельное решение (4) описывает взрывообразную кинетику роста дефектов в виде так называемых диссипативных структур обострения на спектре пространственных масштабов $L_H = k L_c(t)$, $k = 1, 2, \dots, K$ при $t \rightarrow \tau_c$. Исчезновение метастабильности при $\sigma \rightarrow \sigma_c$ (см. рис. 1) приводит к качественным изменениям в поведении системы, включая изменение ее симметричных свойств. В области $\sigma > \sigma_c$ поле напряжений не контролирует поведение системы, и сценарий разрушения определяется развитием и взаимодействием локализованных структур обострения в окрестности вершины трещины, так называемой зоне процесса (the process zone).

Закон движения фронта локализованных структур определяется собственными значениями нелинейной автомодельной задачи ξ_c и видом профиля $f(\xi)$:

$$L_c = \xi_c \chi_0^{1/2} S_0 \frac{\beta - q + 1}{2(\beta - 1) t}. \quad (5)$$

Уравнение (5) определяет характерные режимы локализации разрушения на спектре фиксированных масштабов при $\beta = q - 1$ и при распространении очагов разрушения $\beta > q - 1$.

О природе неустойчивости вершины трещины

Зарождение макроскопических очагов разрушения происходит на масштабе L_c за время τ_c развития автомодельного профиля $p(x, t)$. Критическая скорость V_c перехода от устойчивого (steady-state) к неустойчивому (branching) режиму распространения трещины определяется очевидным условием $V_c \approx L_c/\tau_c$. Устойчивый режим распространения реализуется в случае, когда темп нарастания напряжений в "зоне процесса" обеспечивает время разрушения $t_f > t_c = L_c/V_c$, необходимое для формирования хотя бы одного очага разрушения в направлении основной трещины. Время разрушения t_f следует из уравнения (2) и представляет собой сумму времени "индукции" t_i (времени формирования профиля $p(x, t)$ на масштабе L_H , близкого к автомодельному), и времени обострения t_c : $t_f = t_i + t_c$. Для скоростей $V < V_c$ время индукции $t_i \gg t_c$ и дочерние трещины возникают только в направлении максимальных растягивающих напряжений, т.е. в направлении основной трещины. Для скоростей

$V \approx V_c$ должен наблюдаться переходный режим ($t_i \approx t_c$), сопровождающийся зарождением множественных очагов в направлении ориентации основной трещины. Рост скорости трещины ($V > V_c$) ведет к резкому уменьшению времени индукции $t_i \rightarrow 0$, $t_f \rightarrow t_c$ и сопровождается расширением зоны процесса в продольном и поперечном направлениях, зарождением в ней множественных очагов разрушения, и, как следствие, выраженным ветвлением основной трещины при слиянии с этими очагами.

Экспериментальное изучение нелинейной динамики трещины

Схема эксперимента

Экспериментальное исследование динамики трещины проводится на предварительно нагруженном (фиксированное удлинение) плоском прямоугольном образце из ПММА с использованием высокоскоростной записывающей камеры Remix REM 100-8 (время задержки между кадрами 10 мкс), сопряженной с поляризационно-оптической установкой (рис. 2) [11].

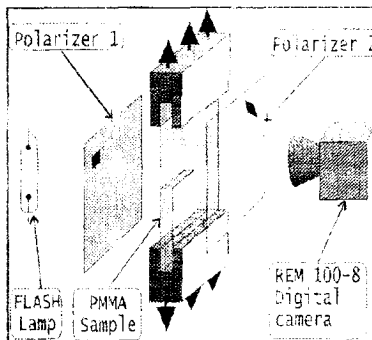


Рис. 2. Схема эксперимента

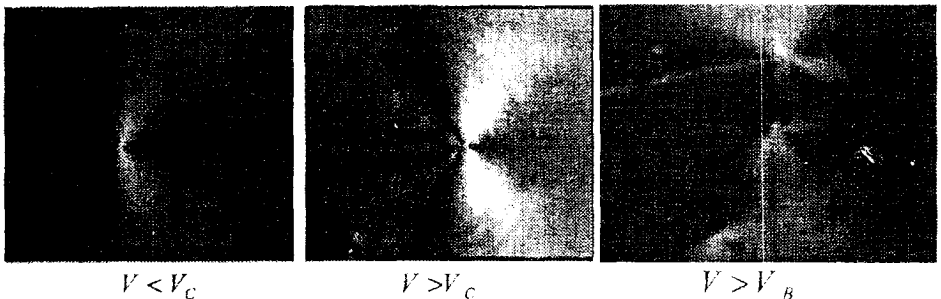


Рис.3. Характерные режимы динамики трещины

Эксперимент обнаружил, что переход через критическую скорость V_c сопровождается появлением волновой картины напряжений, генерируемых в зоне процесса (рис.3). Независимые оценки скорости трещины по прямой регистрации

координаты её вершины и доплеровскому искажению волновых картин показали соответствие данным результатам Fineberg [1] ($V_C \approx 0,4V_R$).

Характеристические скорости распространения трещин

Зависимость скорости распространения трещины от величины начального растягивающего напряжения приведена на рис. 4. Три характерных участка и соответствующие им скорости могут быть выделены на этих зависимостях: скорость перехода от устойчивого к немонотонному прямолинейному распространению $V_S \approx 220$ м/с; критическая скорость перехода к началу режима ветвления $V_C \approx 330$ м/с; скорость перехода к режиму ветвления при автономном развитии ветвей. Оценка размера зеркальных зон (зон локализации разрушения) $L_C \approx 0,3$ мм при характерной скорости $V_C \approx 330$ м/с перехода к ветвлению позволяет определить время обострения t_c : $t_c = L_C/V_C \approx 1 \cdot 10^{-6}$ с. Близкая оценка t_c получена в [7] при ударно-волновом разрушении ПММА в области "динамической ветви".

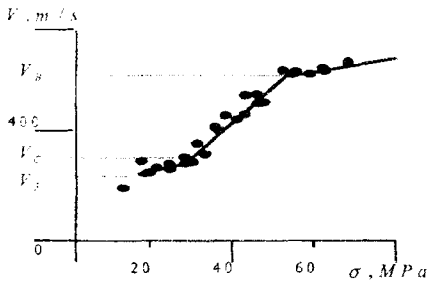


Рис.4. Зависимость характерных скоростей трещины от напряжения

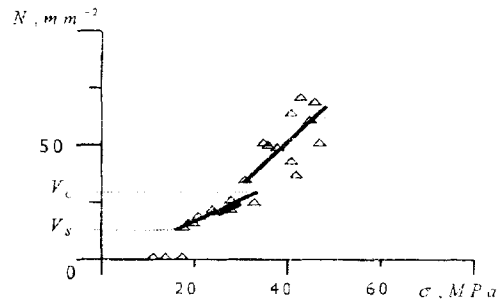


Рис. 5. Зависимость плотности зеркальных зон для характерных скоростей трещины

В экспериментах также были установлены корреляции между характерными скоростными режимами распространения трещин (рис. 4) и плотностью (средним размером) зеркальных зон на поверхности разрушения (рис. 5). Время разрушения при $V > V_C$ практически постоянно ($t_f \approx t_c \approx 1$ мкс), поэтому единственной возможностью увеличения скорости трещины является увеличение размеров зоны процесса. Таким образом, скорость трещины V определяется отношением размера зоны процесса $L_{PZ} \sim L_H$ и времени обострения t_c : $V = L_{PZ}/t_c$. Поскольку масштаб ветвления трещины определяется размером зоны процесса, из последнего соотношения следует линейная зависимость характерной длины ветвей от скорости трещины. Этот результат объясняет резкую зависимость (квадратичный закон) энергии диссипации от скорости трещины, установленный в [12].

Скейлинг в процессе разрушения

Свойства скейлинга в процессах разрушения изучались в рамках вышеописанной экспериментальной схемы при записи динамики поля напряжений с использованием лазера и поляризационной системы. Динамика поля напряжений определялась в точке, расположенной на расстоянии 4 мм от траектории прямолинейного распространения трещины, что позволило нам построить сечение Пуанкаре в переменных $\dot{\sigma} \sim \sigma$ для случая медленных и быстрых трещин (рис. 6).

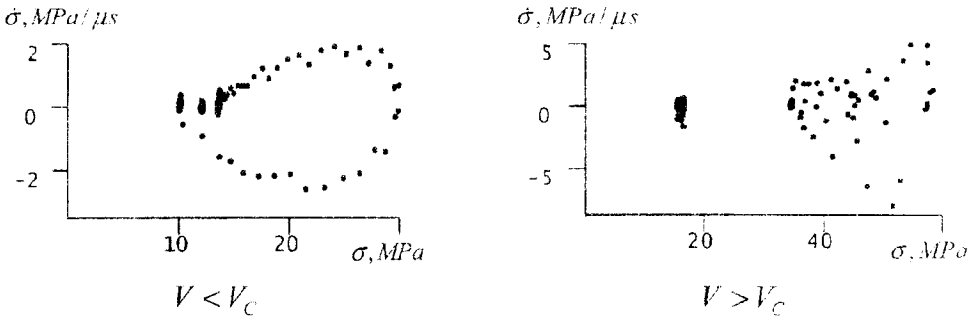


Рис. 6. Сечение Пуанкаре в переменных $\dot{\sigma} \sim \sigma$

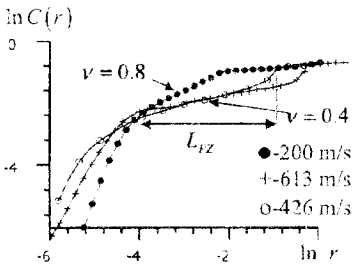


Рис. 7. Корреляционный интеграл

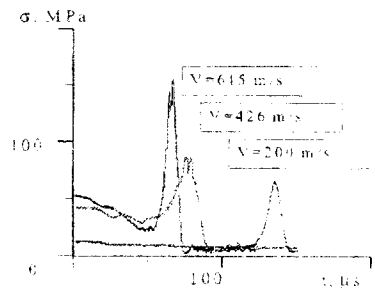


Рис. 8. Динамика поля напряжений

Фазовые портреты на рис.5, 6 отражают периодическую динамику поля напряжений для $V < V_c$, что находится в соответствии с локальной эллиптичностью уравнения (2) для $\sigma < \sigma_c$, и стохастическую динамику для $V > V_c$, соответствующую второму типу аттрактора. Запись динамики напряжений в указанной точке при $V > V_c$ обнаружила появление конечно-амплитудных флуктуаций поля напряжений, которые отражают появление качественно новых процессов в зоне процесса для быстрых трещин (рис.8). Изменение скейлинговых и, как следствие, симметричных свойств системы показано на рис. 7, где представлены значения корреляционного интеграла $C(r)$, вычисленного по временным экспериментальным последовательностям напряжений. Было установлено наличие масштабов с постоянными значениями корреляционных индексов для $V < V_c$ ($V = 200 \text{ м/с}$, $\nu = 0,8$) и $V > V_c$ ($V = 426, 613 \text{ м/с}$, $\nu = 0,4$). Эти значения корреляционных индексов свидетельствуют о существовании двух режимов с детерминистической и стохастической динамикой.

Изменение протяженности областей на зависимостях корреляционного интеграла $C(r)$ с постоянными значениями корреляционных индексов качественно соответствуют изменению размера зоны процесса L_{pz} . Размер этих зон растет с ростом скорости в диапазоне $V_B > V > V_C$ с сохранением свойств скейлинга для динамической системы. Численное исследование кинетики накопления дефектов в зоне процесса позволило нам прийти к заключению, что изменение скейлинга связано с подчинением динамики системы новому спектру независимых переменных, соответствующих спектру пространственно-локализованных структур с взрывной кинетикой когерентного роста дефектов [11].

Резонансное возбуждение разрушения. Волны разрушения

Волны разрушения возникают в ударно-нагруженных материалах (стеклах, керамиках) как специфическая запаздывающая мода разрушения, в которой материал полностью теряет прочность после прохождения волны напряжений [13, 14]. Традиционно феномен "волн разрушения" рассматривается в контексте известных и до настоящего времени открытых проблем в описании механического поведения ударно-нагруженных материалов: динамическая прочность, пределы упругости Гюгонно, релаксация упругого предвестника. Важным признаком волн разрушения является независимость их скорости от скорости распространения единичных трещин. Уровень запасенной упругой энергии в материале является основным фактором, обеспечивающим самоподдерживающийся режим распространения разрушения. Кваснхрупкие материалы обнаруживают очень высокую динамическую прочность на сжатие, высокий предел упругости Гюгонно и, как следствие, способность запаса высокого уровня упругой энергии при прохождении ударной волны.

Моделирование волн разрушения

Моделирование зарождения и распространения волн разрушения проведено в [15] на основе определяющих уравнений (2), дополненных уравнениями сохранения импульса.

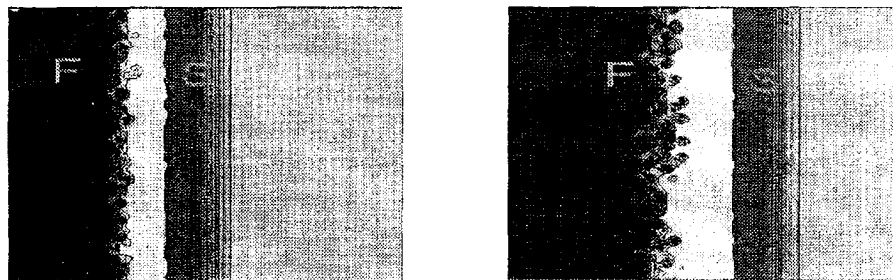


Рис. 9. Распространение волн напряжения (S) и волн разрушения (F)

Моделирование подтвердило независимое (от волны напряжений) распространение волны разрушения (рис. 9), сопровождающееся исчезновением сдвиговой компоненты тензора напряжений. Уровень поперечных напряжений в этом случае приближается к значениям продольных напряжений (рис. 10), что подтверждается прямыми измерениями состояния материала за фронтом волны разрушения.

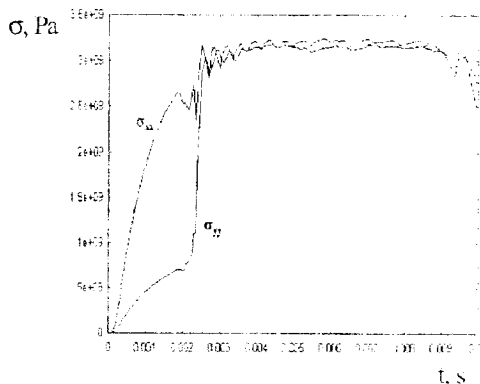


Рис. 10. Динамика продольных σ_{xx} и поперечных σ_{yy} напряжений

Библиографический список

1. Fineberg J., Gross S., Marder M. and Swinney H. Instability in dynamic fracture // *Phys. Rev. Lett.* 1991. N 67. - P. 141
2. Sharon E., Gross S.P., Fineberg J. Local crack branching as a mechanism for instability in dynamic fracture // *Phys. Rev. Lett.*, 1995. N 74. - P. 5097.
3. Boudet, J.F., Ciliberto S., Steinberg, V. Dynamics of crack propagation in brittle materials // *J. de Physique*, 1996. N 6. - P. 1993.
4. Freund L.B. *Dynamic Fracture Mechanics*, Cambridge University Press. Cambridge, England, 1990.
5. Naimark O.B., Davydova M.M., Plekhov O.A. Failure scaling as multiscale instability in defect ensemble // *Proceedings of NATO Workshop "Probamat - 21 Century"*, G. Frantziskonis (Ed.). Kluwer. 1998. - P.127-142.
6. Галин Л.А., Черепанов Г.П. О самоподдерживающемся разрушении напряженного хрупкого тела // *Доклады АН СССР*. 1966. Т. 167. - С. 543.
7. Naimark, O.B. Structural transitions in ensembles of defects as mechanisms of failure and plastic instability under impact loading // *Proceedings of IX Int. Conference of Fracture*. Sydney. 1997. N 6. - P. 2795-2806.
8. Наймарк О.Б. Неустойчивости в конденсированных средах, индуцированные дефектами // *Письма в ЖЭТФ*. 1998, Т. 67, Вып. 9, С.751.
9. Naimark, O.B. Kinetic transitions in ensembles of microcracks and some nonlinear aspects of fracture // *Proceedings of the IUTAM Symposium on Nonlinear Analysis of Fracture*. Willis, J.R. (Ed). Kluwer Academic Publishers. Dordrecht, 1997. P. 285-298.
10. Kurdyumov S.P. *Dissipative Structures and Chaos in Non-Linear Space*, Utopia. Singapore, 1998. N 1. - P. 431-459.
11. Naimark O.B. Collective behavior of crack and defects // *Proceedings of EUROMAT 2000. Advances in Mechanical Behavior, Plasticity and Damage*, Eds. D Mianay, P. Costa, D. Francois, A. Pineau. Elsevier, 2000. Vol. 1. - P.15-28

12. Sharon, E., Gross, S.P., Fineberg, F. Energy dissipation in dynamic fracture // *Phys. Rev. Lett.* 1996. N 76. - P. 2117.
13. Rasorenov S.V., Kanel G.J., Fortov V.E., Abasenov M.M. The fracture of glass under high-pressure impulse loading // *High Press. Res.* 1991. N 6. - P. 225.
14. Bourne N., Millett J., Rosenberg Z., Murray N. On the shock induced failure of brittle solids // *J. Mech. Phys. Solids.* 1998. N 46. - P. 1887.
15. Plekhov, O.A., Eremeev, D.N., Naimark O.B. Failure wave as resonance excitation of collective burst modes of defects in shocked brittle materials // *J. Physique IV Colloq C.* 2000. N 10. - P. 811.

Получено 20.03.2001