

М.М. Горохов

Ижевский государственный технический университет

**ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ВДУВА
С ПОВЕРХНОСТИ НА СОПРОТИВЛЕНИЕ И ТЕПЛООБМЕН
СФЕРЫ ПРИ СВЕРХКРИТИЧЕСКИХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА****Abstract**

The problem of three-dimensional nonisotropic flow a sphere by an incompressible viscous gas was considered. The calculations with different Reynolds numbers from 10 to 10^6 were conducted. The relation between the spherical heat transfer intensity and the Reynolds number as well as the distribution of the heat transfer coefficient at the spherical surface are given. The influence of inflow on the spherical resistance and heat transfer under supercritical Reynolds numbers was considered.

Исследование влияние вдува на сопротивление сферы для докритического диапазона чисел Рейнольдса $Re = 10 \div 2 \cdot 10^5$ было подробно проведено в [1]. Данное исследование направлено на решение задачи пространственного обтекания и конвективного теплообмена сферы при наличии вдува с поверхности, для сверхкритических значений числа $Re \geq 2,5 \cdot 10^5$, при числе Маха $M < 0,3$. Исследуемые значения числа Рейнольдса характерны тем, что при достижении их значения пограничный слой на поверхности сферы становится турбулентным [2].

При численном анализе обтекания различных тел необходимо применять расчетные сетки, приспособленные к условиям течения. Использование таких расчетных сеток в значительной степени упрощает алгоритм расчета, постановку и численную реализацию граничных условий, существенно облегчает решение проблемы, связанной с возникновением схемной вязкости, позволяет сгущать сеточные линии вблизи твердой поверхности.

Построение ортогональной криволинейной конечно-разностной сетки проведено с использованием комплексного метода граничных элементов [3]. В данном методе на основе интегральной формулы Коши устанавливается однозначное соответствие между значениями декартовых (x, y) и криволинейных (ξ, η) координат на границе области. Расположение внутренних узлов определяется из решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа для функций $x(\xi, \eta), y(\xi, \eta)$. Координата ξ ориентирована вдоль твердой поверхности по направлению вектора скорости, а координата η составляет нормаль к ξ . Поскольку рассматривается пространственное течение, то необходимо ввести угловую координату φ . В этом случае область интегрирования представляет собой цилиндр, разделенный вдоль оси симметрии секущими плоскостями (рис. 1, а). На каждой плоскости строится однотипная конечно-разностная сетка (рис. 1, б). Сеточные линии сгущаются к поверхности тела. Первый шаг конечно-разностной сетки $\Delta\eta$ по нормали к поверхности выбирался таким образом, чтобы значение сеточного числа Рейнольдса $Re_\eta = \rho U_\infty \Delta\eta / \mu$ соответствовало ~ 1 .

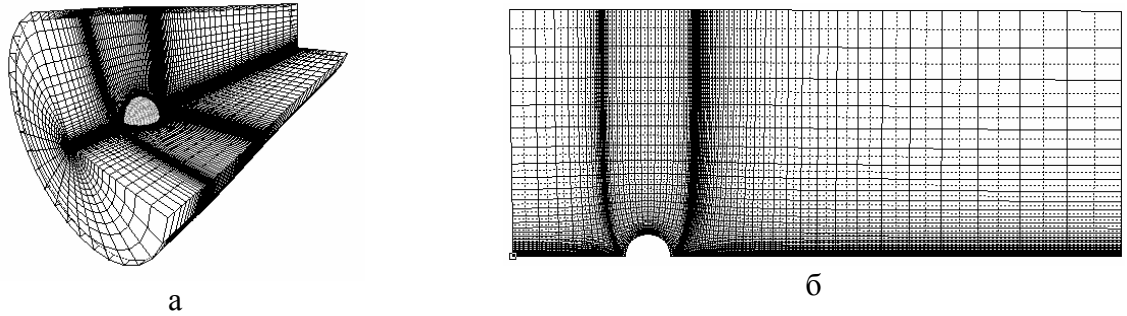


Рис. 1. Конечно-разностная сетка

Постановка задачи

Уравнения, описывающие пространственное обтекание осесимметричного тела несжимаемым вязким потоком, записанные в системе координат (ξ, η, φ) , имеют вид

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial \xi} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \eta} + \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \varphi} = \mathbf{p} + \mathbf{b},$$

где

$$\mathbf{u} = y J \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho T \end{pmatrix}, \mathbf{e} = y J \begin{pmatrix} \rho U \\ \rho U u - \mu u_{\xi} \\ \rho U v - \mu v_{\xi} \\ \rho U w - \mu w_{\xi} \\ \rho U T - \mu Pr^{-1} T_{\xi} \end{pmatrix}, \mathbf{f} = y J \begin{pmatrix} \rho V \\ \rho V u - \mu u_{\eta} \\ \rho V v - \mu v_{\eta} \\ \rho V w - \mu w_{\eta} \\ \rho V T - \mu Pr^{-1} T_{\eta} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{g} = J \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho w u - \mu y^{-1} u_{\varphi} \\ \rho w v - \mu y^{-1} v_{\varphi} \\ \rho w w - \mu y^{-1} w_{\varphi} \\ \rho w T - \mu Pr^{-1} y^{-1} T_{\varphi} \end{pmatrix}, \mathbf{p} = - \begin{pmatrix} 0 \\ p_{\xi} x_{\xi} - p_{\eta} y_{\xi} \\ y(p_{\xi} y_{\xi} + p_{\eta} x_{\xi}) \\ J p_{\varphi} \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{b} = J \left(0, 0, -\frac{\mu v}{y} - 2\frac{\mu w_{\varphi}}{y} + w^2, -\frac{\mu w}{y} + 2\frac{\mu v_{\varphi}}{y} - J v w, 0 \right)^T,$$

$$U = J^{-1}(u x_{\xi} + v y_{\xi}), V = J^{-1}(-u y_{\xi} + v x_{\xi}), J = x_{\xi}^2 + y_{\xi}^2.$$

Здесь t – время; ρ – плотность газа; p – давление; u, v – проекции вектора скорости на оси x, y ; U, V – контравариантные составляющие скорости; w – угловая скорость; J – якобиан преобразования исходной системы координат (x, y) в ортогональную криволинейную систему (ξ, η) ; μ – коэффициент динамической вязкости; T – абсолютная температура; Γ – знак транспонирования матрицы. Для связи коэффициента динамической вязкости и температуры использовалась зависимость Саттерленда [2].

Область численного интегрирования ограничена контуром тела, входной, выходной и внешними границами, которые расположены в набегающем потоке. Граничные условия имеют вид: на поверхности тела $U = 0, V = k_s U_{\infty} (\sqrt{J})^{-1}, w = 0, T = T_s$, где k_s – безразмерный коэффициент вдува, U_{∞} – скорость набегающего

потока, а T_s – температура поверхности тела; на входной и внешних границах $U = U_\infty (\sqrt{J})^{-1}$, $V = 0$, $w = 0$, $T = T_\infty$, T_∞ – температура набегающего потока; на выходной границе задается давление невозмущенного потока и "мягкие" граничные условия для остальных переменных.

Моделирование турбулентных режимов течения проводилось на основании использования однопараметрической модели турбулентности [4].

Однопараметрическая модель в системе координат (ξ, η, φ) имеет вид

$$\frac{\partial y J \rho v_t}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(y J \left(\rho U v_t - k_d \frac{\partial v_t}{\partial \xi} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(y J \left(\rho V k - k_d \frac{\partial v_t}{\partial \eta} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(J \left(\rho w v_t - k_d y^{-1} \frac{\partial v_t}{\partial \varphi} \right) \right) = b_{v_t},$$

где

$$k_d = \rho(v_m + \chi v_t), \quad b_{v_t} = y J \alpha \rho v_t \sqrt{2(S_{12}^2 + S_{13}^2 + S_{23}^2)} - y J \frac{\gamma \rho v_t (\beta v_t - v_m)}{n^2},$$

n – расстояние до твердой поверхности; деформации S_{11}, S_{12}, S_{23} определялись из выражений

$$S_{12} = \frac{1}{2} \left(\frac{(V \sqrt{J})_\xi}{\sqrt{J}} + \frac{(U \sqrt{J})_\eta}{\sqrt{J}} - \frac{U(\sqrt{J})_\eta}{J} - \frac{V(\sqrt{J})_\xi}{J} \right),$$

$$S_{13} = \frac{1}{2} \left(\frac{w_\xi}{\sqrt{J}} + \frac{U_\varphi}{y} - \frac{w y_\xi}{y \sqrt{J}} \right), \quad S_{23} = \frac{1}{2} \left(\frac{w_\eta}{\sqrt{J}} + \frac{U_\varphi}{y} - \frac{w y_\eta}{y \sqrt{J}} \right).$$

Значения коэффициентов α, β, γ выбирались в соответствии с [4].

Для определения значений турбулентной вязкости во внутренней области пограничного слоя до точки его отрыва применялась алгебраическая модель турбулентности [2]. За точкой отрыва на твердой поверхности использовалось граничное условие $(v_t)_\eta = 0$. На входной и внешних границах задавалось малое начальное значение турбулентной вязкости – $v_t = 10^{-3} v_m$, на выходной границе – $(v_t)_\xi = 0$.

Результаты численного решения

Рассчитывалось течение около сферы при использовании конечно-разностной сетки со следующими параметрами: в направлении ξ задавалось 160 узлов сетки, из них 41 узел размещался на поверхности тела, в направлении η задавалось 60 узлов сетки. Размер области в направлении ξ перед телом изменялся от $3R$ до $15R$, за телом – от $15R$ до $30R$. Размер области в направлении η изменялся от $5R$ до $15R$, где R – радиус миделева сечения тела. Все изменения зависят от числа Рейнольдса $Re = \rho U_\infty 2R / \mu$. С увеличением значения числа Рейнольдса размер области перед телом и над телом уменьшался, размер области за телом увеличивался. Для координаты φ задавалось 60 разбиений.

На рис. 2 представлены изменение расчетных значений коэффициента полного сопротивления сферы C_x в зависимости от числа Рейнольдса и стандартная кривая сопротивления аппроксимированная зависимостями [5, 6]:

$$C_x = \frac{24}{Re} (1 + 0,25\sqrt{Re} + 0,0117 Re), \quad (1 \leq Re \leq 2 \cdot 10^5), \quad (2.1)$$

$$C_x = 0,44, \quad (1000 < Re \leq 2 \cdot 10^5). \quad (2.2)$$

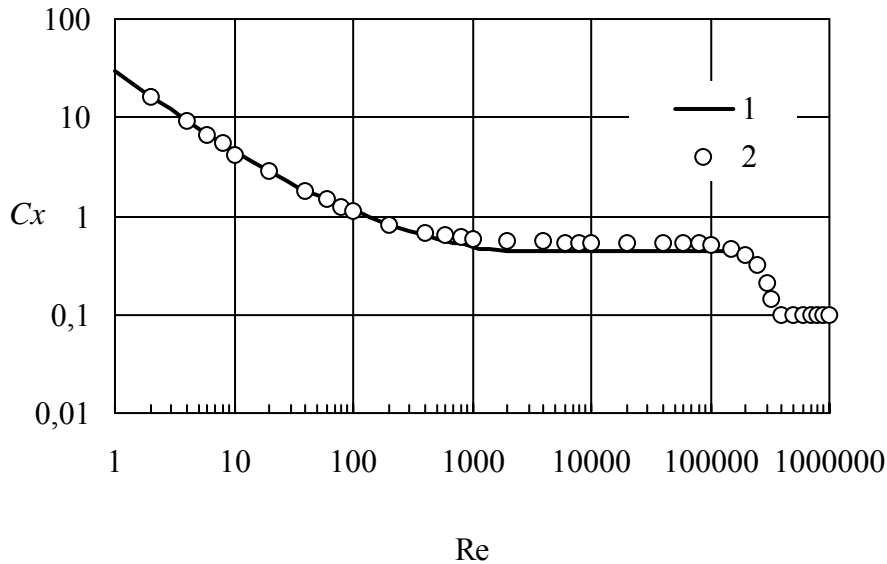


Рис. 2. Зависимость коэффициента сопротивления сферы от числа Re: 1 – кривая сопротивления (2.1, 2.2); 2 – расчет с однопараметрической моделью турбулентности

На рисунке видно, что в диапазоне изменения значения числа Рейнольдса от 10 до $2 \cdot 10^5$ расчетные и экспериментальные значения удовлетворительно согласуются с аппроксимационными зависимостями (2.1, 2.2). Как показали проведенные расчеты, при значениях числа $Re \geq 2,5 \cdot 10^5$ происходит резкое уменьшение значения коэффициента полного сопротивления (см. рис. 2). Данный результат хорошо согласуется с экспериментальными данными [2] и объясняется тем, что пограничный слой на сфере становится турбулентным. Сравнение расчетных и экспериментальных значений C_x для сверхкритических чисел Рейнольдса представлено в таблице.

Сравнение расчетных и экспериментальных значений C_x для сверхкритических значений числа Рейнольдса

Re	C_x расчетное	C_x эксперимент [2]
251300	0,320	0,313
298500	0,210	0,151
424500	0,101	0,097

На рис. 3 показано изменение поля течения около сферы при до и сверхкритическом значениях числа Рейнольдса. До тех пор пока пограничный слой на поверхности сферы остается ламинарным, положение точки отрыва пограничного слоя соответствует углу $\sim 110^\circ$ (см. рис. 3, а). При достижении критического значения числа $Re \geq 2,5 \cdot 10^5$ происходит смещение вниз по течению циркуляционной зоны и уменьшение ее размера (см. рис. 3 б), что подтверждают экспериментальные данные [2]. На рис. 4 представлено распределение давления $C_p = 2(p - p_\infty) / \rho U_\infty^2$ при

докритических, сверхкритических числах Рейнольдса и для случая течения идеальной жидкости. Видно, что при сверхкритическом числе Рейнольдса распределение давления приближается к распределению давления при безвихревом течении идеальной жидкости, что согласуется с экспериментальными данными [2].

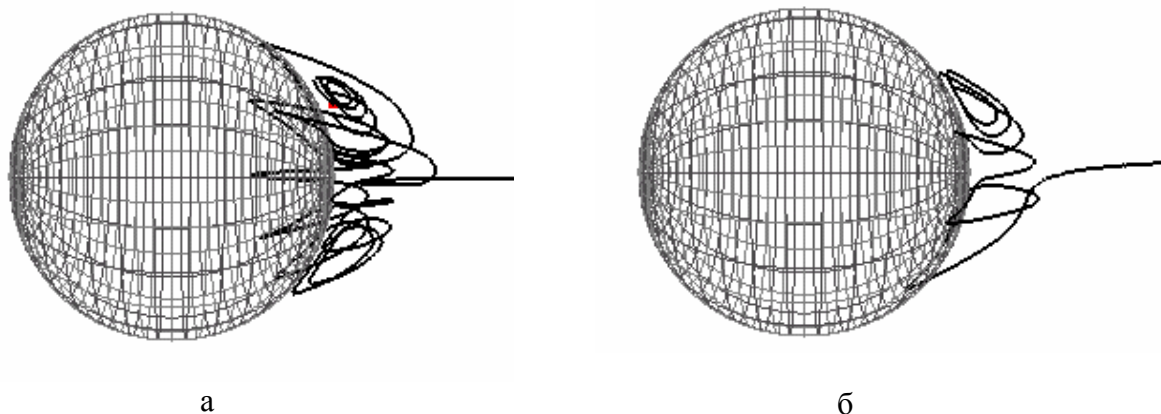


Рис. 3. Влияние числа Рейнольдса на картину течения около сферы: а – $Re = 1,71 \cdot 10^5$,
б – $Re = 4,24 \cdot 10^5$

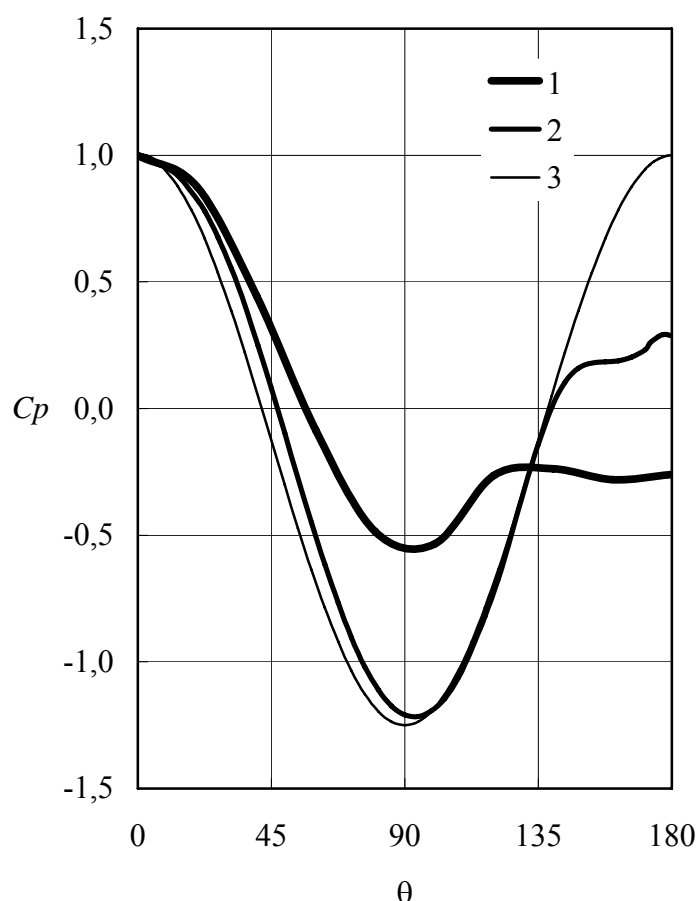


Рис.4. Распределение давления на поверхности сферы при докритическом и сверхкритическом числах Рейнольдса: 1 – $Re = 1,71 \cdot 10^5$;
2 – $Re = 4,24 \cdot 10^5$; 3 – теоретическое

Было рассмотрено влияние вдува на значения C_x для сверхкритических чисел Рейнольдса (рис. 5). Расчеты показали, что вдув существенно влияет на поведение кривой C_x (Re). Это явление связано с тем, что при воздействии вдува происходит утолщение пограничного слоя и, как следствие, уменьшение значений касательных напряжений вблизи твердой поверхности. Кроме того, под воздействием вдува, по сути, исчезает вязкий подслей, что приводит к структурным изменениям пограничного слоя. Таким образом, возможно сделать вывод о том, что под влиянием вдува течение при сверхкритических значениях числа Рейнольдса приближается к ламинарному.

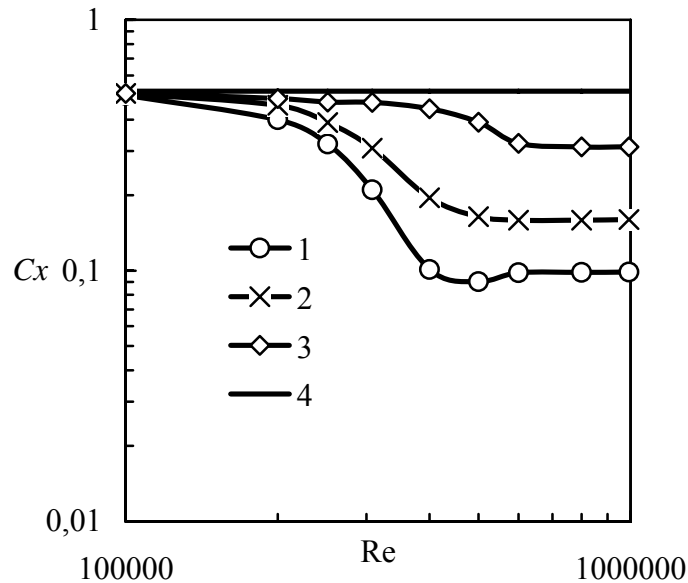


Рис. 5. Влияние вдува на C_x при сверхкритических числах Re :
 1 – $k_s=0$; 2 – $k_s=10^{-3}$; 3 – $k_s=10^{-2}$; 4 – $k_s=5 \cdot 10^{-2}$

Другим направлением исследований было изучение теплоотдачи сферических частиц. Интенсивность теплоотдачи к поверхности сферы можно выразить через локальное Nu и среднее интегральное на поверхности \overline{Nu} числа Нуссельта. Рассматривалось течение с соотношением $T_\infty/T_s = 3$.

Результаты распределения Nu вдоль образующей сферы показаны на рис. 6. Из графиков следует, что интенсивность теплоотдачи на сфере неодинакова и существенно зависит от значения числа Рейнольдса. Наибольшие величины Nu расположены вблизи лобовой ($\theta=0^\circ$) и кормовой ($\theta=180^\circ$) поверхностей сферы. Характер поведения кривых $Nu(\theta)$ (см. рис. 6) зависит от толщины пограничного слоя на лобовой части и от интенсивности вихреобразования на кормовой поверхности сферы. Уменьшение теплоотдачи по мере удаления от передней критической точки объясняется увеличением толщины пограничного слоя, являющегося тепловым сопротивлением. При угле $\theta = 110^\circ$ для ламинарного режима и $\theta = 120^\circ$ для турбулентного его толщина становится максимальной, а теплоотдача достигает своего минимума. Этот же угол соответствует положению точки отрыва пограничного слоя от поверхности (см. рис. 3, а, б). Далее с увеличением θ значения коэффициента теплоотдачи возрастают, так как пограничный слой в кормовой части, по существу, отсутствует, и, поверхность омывается крупномасштабными вихрями, интенсивность которых возрастает по мере приближения к $\theta=180^\circ$ и увеличения значения числа Рейнольдса.

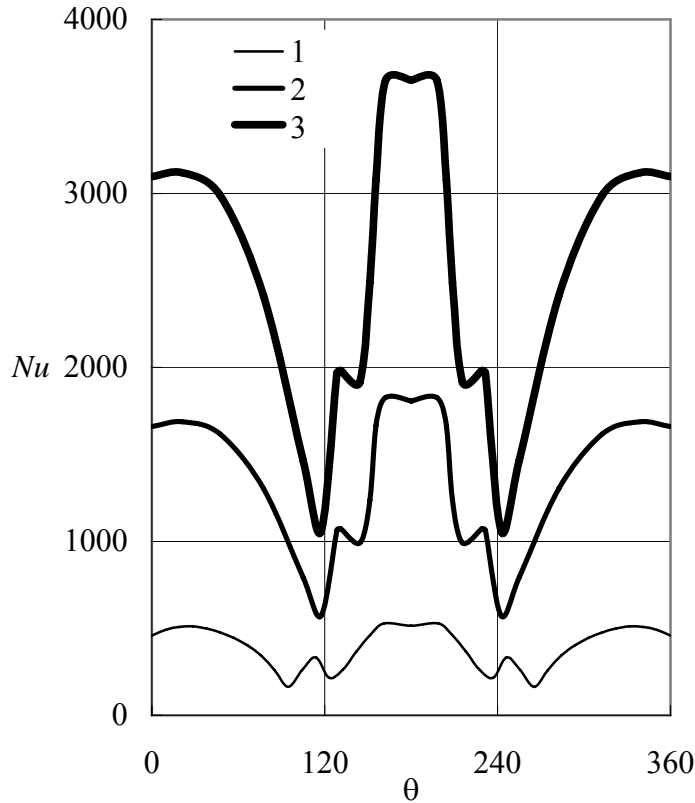


Рис. 6. Распределение коэффициента теплообмена на поверхности сферы:
 1 – $Re = 1,71 \cdot 10^5$; 2 – $Re = 4,24 \cdot 10^5$; 3 – $Re = 10^6$

Для подтверждения достоверности полученных результатов проведено сравнение рассчитанных значений среднеинтегрального на поверхности сферы коэффициента теплообмена с экспериментальными данными [3],

$$\overline{Nu} = 0,37 \cdot Re^{0,6} \cdot Pr^{1/3}, \quad (10 \leq Re \leq 1,5 \cdot 10^5). \quad (2.3)$$

На рис. 7 представлены результаты численных расчетов зависимости \overline{Nu} от значений числа Рейнольдса. Здесь же нанесены данные, определенные по формуле (2.3). Максимальное расхождение расчетных и экспериментальных значений в диапазоне $Re = 10 \div 1,5 \cdot 10^5$ не превышает $\sim 15\%$. Были проведены исследования поведения теплоотдачи при сверхкритических значениях числа Рейнольдса. Расчеты показывают, что турбулентность приводит к существенному повышению значений \overline{Nu} (см. рис. 7). Как видно из рисунка, весь диапазон изменения значений числа Рейнольдса, в зависимости от величин \overline{Nu} , можно разделить на три области: ламинарную $10 \leq Re < 6 \cdot 10^4$, переходную $6 \cdot 10^4 \leq Re < 2,5 \cdot 10^5$ и турбулентную $Re \geq 2,5 \cdot 10^5$.

Дополнительно было проведено исследование влияние вдува на теплоотдачу сферы (рис. 8). Вдув приводит к уменьшению значений \overline{Nu} во всем исследованном диапазоне чисел Рейнольдса, что связано с увеличением толщины и изменением структуры гидродинамического, и, как следствие, теплового пограничного слоев. Ламинарно-турбулентный переход наблюдается только при малых значениях вдува $k_s \sim 10^{-3}$.

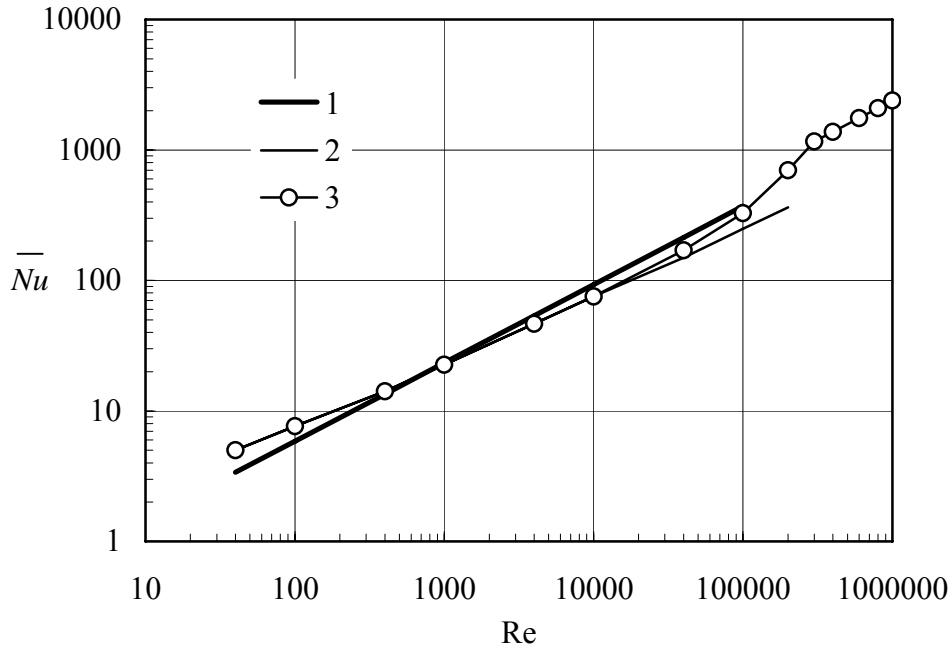


Рис. 7. Влияние значения Re на теплоотдачу сферы: 1 – эксперимент; 2 – расчет без модели турбулентности; 3 – расчет с моделью турбулентности

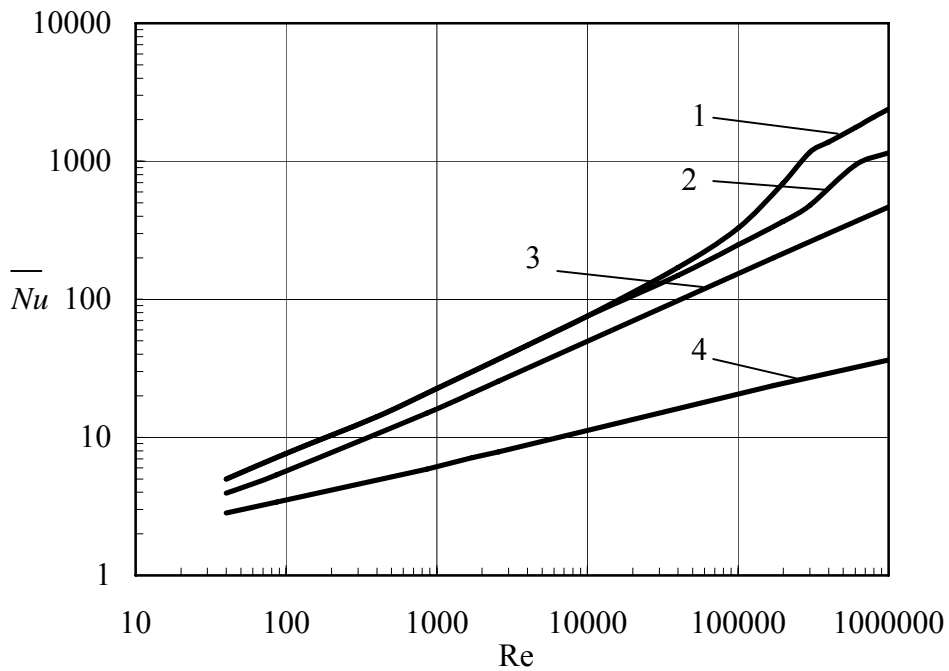


Рис. 8. Влияние вдува на теплоотдачу сферы:
 1 – $k_s=0$; 2 – $k_s=10^{-3}$; 3 – $k_s=10^{-2}$; 4 – $k_s=5 \cdot 10^{-2}$

В заключение отметим, что рассмотренная математическая модель адекватно описывает переходные процессы в пограничном слое на сфере. В результате проведенных исследований были численно определены значения теплоотдачи сферы для диапазона $Re = 2,5 \cdot 10^5 \div 10^6$ и установлено, что вдув с поверхности приводит к изменению структуры гидродинамического и теплового пограничных слоев.

Полученные результаты могут быть использованы при решении задачи гидродинамики и теплообмена горящих сферических частиц в турбулентном потоке.

Библиографический список

1. Горохов М.М., Русяк И.Г., Тененев В.А. Численное исследование обтекания осесимметричных тел при наличии вдува с поверхности //Известия РАН МЖГ. – 1996. - №4. - С. 162–166.
2. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. - М.: Наука, 1987. - 840 с.
3. Громадка П Т., Лей Ч. Комплексный метод граничных элементов в инженерных задачах. - М.: Мир, 1990. - 303 с.
4. Абрамович Г.Н., Крашенников С.Ю., Секундов А.Н. Турбулентные течения при воздействии объемных сил и неавтомоделности. - М.: Машиностроение, 1975. - 97 с.
5. Двухфазные моно- и полидисперсные течения газа с частицами /Под ред. Л.Е.Стернина. - М.: Машиностроение, 1980. - 375 с.
6. Шрайбер А.А., Лилютин В.Н., Яценко В.П. Гидромеханика двухкомпонентных потоков с твердым полидисперсным веществом. - Киев: Наукова Думка, 1980. - 285 с.

Получено 17.06.2004.