УДК 539.3.

ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ СООТНОШЕНИЯ НОВОЙ ЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ ТЕРМОУПРУГИХ ОБОЛОЧЕК КЛАССА TS

М.У.Никабадзе (Москва)

Abstract

The constitutive relations of the new linear theory of the thermo-elastic anisotropic homogenious shells of the TS' class and inverse constitutive relations of the new linear theory of the thermo-elastic isotropic homogenious shells of the TS' class are obtained in this work.

1. Определяющие соотношения новой линейной теории термоупругих анизотропных оболочек

Как известно [1], эти соотношения имеют вид

$$\begin{aligned}
&\overset{\overset{o}{(-)}}{M}{}^{\bar I\bar k} = \overset{o}{A}{}^{I\bar k M\bar n}\overset{\overset{o}{(-)}}{\mu}{}_{\bar M\bar n} + \overset{o}{B}{}^{I\bar k M\bar n}\overset{\overset{o}{(+)}}{\mu}{}_{\bar M\bar n} + \overset{o}{D}{}^{I\bar k\bar m 3}\overset{o}{\mu}{}_{\bar m} - \overset{o}{H}{}^{I\bar k}\overset{\overset{o}{(-)}}{\Theta} - \overset{o}{J}{}^{I\bar k}\overset{\overset{o}{(+)}}{\Theta},\\
&\overset{\overset{o}{(+)}}{M}{}^{\bar I\bar k} = \overset{o}{B}{}^{I\bar k M\bar n}\overset{\overset{o}{(-)}}{\mu}{}_{\bar M\bar n} + \overset{o}{E}{}^{I\bar k M\bar n}\overset{\overset{o}{(+)}}{\mu}{}_{\bar M\bar n} + \overset{o}{F}{}^{I\bar k\bar m 3}\overset{o}{\mu}{}_{\bar m} - \overset{o}{J}{}^{I\bar k}\overset{\overset{o}{(-)}}{\Theta} - \overset{o}{K}{}^{I\bar k}\overset{\overset{o}{(+)}}{\Theta},\\
&\overset{o}{T}{}^{\bar 3\bar k} = \overset{o}{D}{}^{3\bar k M\bar n}\overset{\overset{o}{(-)}}{\mu}{}_{\bar M\bar n} + \overset{o}{F}{}^{3\bar k M\bar n}\overset{\overset{o}{(+)}}{\mu}{}_{\bar M\bar n} + \overset{o}{G}{}^{3\bar k\bar m 3}\overset{o}{\mu}{}_{\bar m} - \overset{o}{L}{}^{3\bar k}\overset{\overset{o}{(-)}}{\Theta} - \overset{o}{N}{}^{3\bar k}\overset{\overset{o}{(+)}}{\Theta},
\end{aligned}\tag{1}$$

где

$$\begin{aligned}
&\overset{o}{A}{}^{I\bar k M\bar n} = \overset{o}{C}{}^{\bar P\bar k\bar Q\bar n}\int_0^1 \overset{\overset{o}{(-)}}{\eta}\,\overset{o}{g}{}^{I}_{\bar P}\,\overset{o}{g}{}^{M}_{\bar Q}(1-x^3)^2dx^3, \quad \overset{o}{H}{}^{I\bar k} = \overset{o}{\beta}{}^{\bar P\bar k}\int_0^1 \overset{\overset{o}{(-)}}{\eta}\,\overset{o}{g}{}^{I}_{\bar P}(1-x^3)^2dx^3,\\
&\overset{o}{B}{}^{I\bar k M\bar n} = \overset{o}{C}{}^{\bar P\bar k\bar Q\bar n}\int_0^1 \overset{\overset{o}{(-)}}{\eta}\,\overset{o}{g}{}^{I}_{\bar P}\,\overset{o}{g}{}^{M}_{\bar Q}\,x^3(1-x^3)dx^3, \quad \overset{o}{J}{}^{I\bar k} = \overset{o}{\beta}{}^{\bar P\bar k}\int_0^1 \overset{\overset{o}{(-)}}{\eta}\,\overset{o}{g}{}^{I}_{\bar P}\,x^3(1-x^3)dx^3,\\
&\overset{o}{D}{}^{I\bar k\bar m 3} = \overset{o}{D}{}^{3\bar m I\bar k} = \overset{o}{C}{}^{\bar P\bar k\bar m\bar q}\int_0^1 \overset{\overset{o}{(-)}}{\eta}\,\overset{o}{g}{}^{I}_{\bar P}\,\overset{o}{g}{}^{3}_{\bar q}(1-x^3)\,dx^3, \quad \overset{o}{K}{}^{I\bar k} = \overset{o}{\beta}{}^{\bar P\bar k}\int_0^1 \overset{\overset{o}{(-)}}{\eta}\,\overset{o}{g}{}^{I}_{\bar P}\left(x^3\right)^2dx^3,\\
&\overset{o}{E}{}^{I\bar k M\bar n} = \overset{o}{C}{}^{\bar P\bar k\bar Q\bar n}\int_0^1 \overset{\overset{o}{(-)}}{\eta}\,\overset{o}{g}{}^{I}_{\bar P}\,\overset{o}{g}{}^{M}_{\bar Q}\left(x^3\right)^2dx^3, \quad \overset{o}{L}{}^{3\bar k} = \overset{o}{\beta}{}^{\bar p\bar k}\int_0^1 \overset{\overset{o}{(-)}}{\eta}\,\overset{o}{g}{}^{3}_{\bar p}\left(1-x^3\right)dx^3,\\
&\overset{o}{F}{}^{I\bar k\bar m 3} = \overset{o}{F}{}^{3\bar m I\bar k} = \overset{o}{C}{}^{\bar P\bar k\bar m\bar q}\int_0^1 \overset{\overset{o}{(-)}}{\eta}\,\overset{o}{g}{}^{I}_{\bar P}\,\overset{o}{g}{}^{3}_{\bar q}\,x^3dx^3, \quad \overset{o}{N}{}^{3\bar k} = \overset{o}{\beta}{}^{\bar p\bar k}\int_0^1 \overset{\overset{o}{(-)}}{\eta}\,\overset{o}{g}{}^{3}_{\bar p}\,x^3dx^3,\\
&\overset{o}{G}{}^{3\bar k\bar m 3} = \overset{o}{C}{}^{\bar p\bar k\bar m\bar q}\int_0^1 \overset{\overset{o}{(-)}}{\eta}\,\overset{o}{g}{}^{I}_{\bar p}\,\overset{o}{g}{}^{3}_{\bar q}\,x^3dx^3, \quad \overset{o}{\beta}{}^{\bar m\bar n} = \overset{o}{g}{}^{\bar m}_{k}\,\overset{o}{\beta}{}^{k\bar n}, \quad \overset{o}{\Theta} = (1-x^3)\overset{\overset{o}{(-)}}{\Theta} + x^3\overset{\overset{o}{(+)}}{\Theta},\\
&\overset{o}{C}{}^{\bar m\bar n\bar p\bar q} = \overset{o}{g}{}^{\bar m}_{i}\,\overset{o}{g}{}^{\bar n}_{j}\,\overset{o}{g}{}^{\bar p}_{k}\,\overset{o}{g}{}^{\bar q}_{k}\,\hat{C}^{ijkl},
\end{aligned}\tag{2}$$

а

$$\overset{\overset{o}{(-)}}{\eta} = \overset{\overset{o}{(-)}}{\vartheta}\,\overset{o}{h}, \quad \overset{\overset{o}{(-)}}{g} = \overset{o}{g}\Big|_{x^3=0}, \quad \overset{o}{g} = \det(\overset{o}{g}_{ij}), \quad \overset{\overset{o}{(-)}}{\vartheta} = \sqrt{\overset{o}{g}\,\overset{\overset{o}{(-)}}{g}{}^{-1}}, \quad \overset{o}{g}_{33} = \overset{o}{h}{}^2,$$

$$\overset{o}{g}{}^{\bar l}_{k} = (1-x^3)\,\overset{o}{g}{}^{\bar l}_{\overset{-}{k}} + x^3\,\overset{o}{g}{}^{\bar l}_{\overset{+}{k}}, \quad \overset{o}{g}_{k\bar l} = (1-x^3)\,\overset{o}{g}_{\overset{-}{k}\bar l} + x^3\,\overset{o}{g}_{\overset{+}{k}\bar l},$$

$$\overset{o}{g}{}^{k}_{\bar l} = \frac{1}{2}\overset{(\overset{o}{-})}{\vartheta}{}^{-1} \in^{kmn} \in_{lpq} \overset{o}{g}{}^{\bar p}_{m} \overset{o}{g}{}^{\bar q}_{n}, \quad \overset{o}{g}{}^{k\bar l} = \frac{1}{2}\overset{(\overset{o}{-})}{\vartheta}{}^{-1} \in^{kmn} \in_{spq} \overset{o}{g}{}^{\bar p}_{m} \overset{o}{g}{}^{\bar q}_{n} \overset{o}{g}{}^{s\bar l},$$

$$\overset{0}{\mu}_{\bar M \bar N} = (1-x^3)\overset{(\overset{o}{-})}{\mu}_{\bar M \bar N} + x^3 \overset{(\overset{o}{+})}{\mu}_{\bar M \bar N} = \overset{(\overset{o}{-})}{\nabla}{}^{0}_{\bar M} \overset{0}{u}_{\bar N} - \overset{0}{w}\left(\overset{0}{g}_{\bar M \bar N} - \overset{0}{g}_{\overset{+}{M} \bar N}\right)\overset{o}{h}{}^{-1}, \tag{3}$$

$$\overset{0}{\psi}_{\bar M} = (1-x^3)\overset{(\overset{o}{-})}{\mu}_{\bar M} + x^3 \overset{(\overset{o}{+})}{\mu}_{\bar M} = \partial_{\bar M} \overset{0}{w} + \overset{0}{u}{}^{\bar N}\left(\overset{0}{g}_{\bar M \bar N} - \overset{0}{g}_{\overset{+}{M} \bar N}\right)\overset{o}{h}{}^{-1},$$

$$\overset{(\overset{o}{\pm})}{\mu}_{\bar M \bar N} = \overset{(\overset{o}{-})}{\nabla}{}^{0}_{\bar M} \overset{(\overset{o}{\pm})}{u}_{\bar N} - \overset{(\overset{o}{\pm})}{w}\left(\overset{0}{g}_{\bar M \bar N} - \overset{0}{g}_{\overset{+}{M} \bar N}\right)\overset{o}{h}{}^{-1}, \quad \overset{(\overset{o}{\pm})}{\psi}_{\bar M} = \partial \overset{(\overset{o}{\pm})}{w} + \overset{(\overset{o}{\pm})}{u}{}^{\bar N}\left(\overset{0}{g}_{\bar M \bar N} - \overset{0}{g}_{\overset{+}{M} \bar N}\right)\overset{o}{h}{}^{-1},$$

$$\overset{0}{\mu}_{\bar M 3} = \overset{o}{h}\overset{0}{\psi}_{\bar M}, \quad \overset{(\overset{o}{\pm})}{\mu}_{\bar M 3} = \overset{o}{h}\overset{(\overset{o}{\pm})}{\psi}_{\bar M}, \quad \overset{0}{\mu}_{\bar n} = \overset{(\overset{o}{+})}{u}_{\bar n} - \overset{(\overset{o}{-})}{u}_{\bar n}, \quad \overset{0}{u}_{\bar n} = (1-x^3)\overset{(\overset{o}{-})}{u}_{\bar n} + x^3 \overset{(\overset{o}{+})}{u}_{\bar n},$$

$$\overset{0}{w} = (1-x^3)\overset{(\overset{o}{-})}{w} + x^3 \overset{(\overset{o}{+})}{w}, \quad \overset{0}{w} = \mathrm{u}\cdot\overset{(\overset{o}{-})}{\mathrm{n}}, \quad \overset{(\overset{o}{\pm})}{w} = \overset{(\overset{o}{\pm})}{\mathrm{u}}\cdot\overset{(\overset{o}{-})}{\mathrm{n}}, \quad \overset{(\overset{o}{-})}{\mathrm{n}} = \overset{o}{h}{}^{-1}\overset{o}{\mathrm{h}}, \quad \overset{o}{h} = \left|\overset{o}{\mathrm{h}}\right|.$$

Здесь $\overset{(\overset{o}{-})}{\mathrm{n}}$ – нормаль к внутренней базовой поверхности $\overset{(\overset{o}{-})}{\sigma}$, а $\overset{(\overset{o}{-})}{\nabla}{}^{0}_{K}$ – $\overset{(\overset{o}{-})}{\sigma}_{o}$-оператор ковариантной производной [2].[1]

2. ОС новой линейной теории термоупругих анизотропных однородных оболочек класса TS

В рассматриваемом случае на основании (1) легко получить искомые ОС. В самом деле, в случае оболочек класса TS [6] имеем следующие упрощающие условия:

$$\overset{o}{g}_{I\bar J} \approx \overset{o}{g}_{\bar I \bar J}, \quad \overset{o}{g}{}^{\bar J}_{I} \approx \overset{o}{g}{}^{\bar J}_{\bar I}, \quad \overset{(\overset{o}{-})}{\vartheta} = \sqrt{\overset{o}{g}\,\overset{(\overset{o}{-})}{g}{}^{-1}} = \frac{1}{2}\in^{IJ}\in_{MN}\overset{o}{g}{}^{\bar M}_{I}\overset{o}{g}{}^{\bar N}_{J} \approx 1, \quad \overset{o}{g}{}^{I\bar J} \approx \overset{o}{g}{}^{\bar I\bar J},$$

$$\overset{o}{g}{}^{3\bar J} \approx -\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{M}\overset{o}{g}{}^{\bar M\bar J} = -x^3\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{\overset{+}{M}}\overset{o}{g}{}^{\bar M\bar J}, \quad \overset{o}{g}{}^{3}_{\bar J} = \overset{(\overset{o}{-})}{\vartheta}\,\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{M}\in^{MN}\in_{PJ}\overset{o}{g}{}^{\bar P}_{N} \approx -x^3\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{\overset{+}{J}},$$

$$\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{\overset{+}{I}} = \overset{o}{h}{}^{-1}\partial_I \ln\overset{o}{h}, \quad \overset{(\overset{o}{-})}{\eta} = \sqrt{\overset{o}{g}\,\overset{(\overset{o}{-})}{g}{}^{-1}\,\overset{o}{g}_{33}} \approx \overset{o}{h},$$

на основании которых из (2) получаем

$$\overset{o}{A}{}^{I\bar kM\bar n} = 2\overset{o}{B}{}^{I\bar kM\bar n} = \overset{o}{E}{}^{I\bar kM\bar n} \approx \frac{1}{3}\overset{o}{h}\overset{o}{C}{}^{I\bar kM\bar n}, \quad \overset{o}{H}{}^{I\bar k} = 2\overset{o}{J}{}^{I\bar k} = \overset{o}{K}{}^{I\bar k} \approx \frac{1}{3}\overset{o}{h}\overset{o}{\beta}{}^{I\bar k},$$

$$\overset{o}{D}{}^{I\bar k\bar m3} = \overset{o}{D}{}^{3\bar m I\bar k} \approx \frac{1}{6}\overset{o}{h}\overset{o}{C}{}^{\bar I\bar k\bar m\bar n}\left(4\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{\bar n} - \overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{\overset{+}{n}}\right), \quad \overset{o}{L}{}^{3\bar k} \approx \frac{1}{6}\overset{o}{h}\overset{o}{\beta}{}^{\bar p\bar k}\left(4\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{\bar p} - \overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{\overset{+}{p}}\right), \tag{4}$$

$$\overset{o}{F}{}^{I\bar k\bar m3} = \overset{o}{F}{}^{3\bar m I\bar k} \approx \frac{1}{6}\overset{o}{h}\overset{o}{C}{}^{\bar I\bar k\bar m\bar n}\left(5\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{\bar n} - 2\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{\overset{+}{n}}\right), \quad \overset{o}{N}{}^{3\bar k} \approx \frac{1}{6}\overset{o}{h}\overset{o}{\beta}{}^{\bar p\bar k}\left(5\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{\bar n} - 2\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{\overset{+}{n}}\right),$$

$$\overset{o}{G}{}^{3\bar k\bar m3} \approx \frac{1}{6}\overset{o}{h}\left(2\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{\overset{+}{P}}\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{\overset{+}{Q}}\overset{o}{C}{}^{\bar P\bar k\bar m\bar Q} - 3\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{\overset{+}{P}}\overset{o}{C}{}^{\bar P\bar k\bar m\bar 3} - 3\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{\overset{+}{Q}}\overset{o}{C}{}^{\bar 3\bar k\bar m\bar Q} + 6\overset{o}{C}{}^{\bar 3\bar k\bar m\bar 3}\right)$$

$$\overset{o}{\beta}{}^{\bar p\bar k} = \overset{o}{C}{}^{\bar p\bar k\bar m\bar n}\overset{o}{\alpha}_{\bar m\bar n}, \quad \overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{\overset{+}{p}} = \partial_P \ln\overset{o}{h}.$$

Теперь легко усмотреть, что из (1) с учётом (4) искомые ОС будут иметь вид

[1] При изложении материала применяются обычные правила тензорного исчисления [3,4,5]. В основном сохраняются обозначения и соглашения, принятые в ранее опубликованных работах. В частности, прописные и строчные латинские индексы принимают значения 1,2 и 1,2,3 соответственно.

$$
\begin{aligned}
\overset{(\overset{o}{-})}{M}{}^{\bar I\bar k} &= \frac{1}{6}\overset{o}{h}\left\{\overset{o}{C}{}^{\bar I\bar k\bar M\bar n}\left[2\overset{(\overset{o}{-})}{\mu}_{\bar M\bar n}+\overset{(\overset{o}{+})}{\mu}_{\bar M\bar n}+\left(4\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{\bar n}-\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{\overset{+}{n}}\right)\overset{o}{\mu}_{\bar M}\right]+\right.\\
&\left.+\overset{o}{C}{}^{\bar I\bar k\bar 3\bar n}\left(4\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{\bar n}-\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{\overset{+}{n}}\right)\overset{o}{\mu}_{\bar 3}-\overset{o}{\beta}{}^{\bar I\bar k}\left(2\overset{(\overset{o}{-})}{\Theta}+\overset{(\overset{o}{+})}{\Theta}\right)\right\},\\
\overset{(\overset{o}{+})}{M}{}^{\bar I\bar k} &= \frac{1}{6}\overset{o}{h}\left\{\overset{o}{C}{}^{\bar I\bar k\bar M\bar n}\left[\overset{(\overset{o}{-})}{\mu}_{\bar M\bar n}+2\overset{(\overset{o}{+})}{\mu}_{\bar M\bar n}+\left(5\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{\bar n}-2\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{\overset{+}{n}}\right)\overset{o}{\mu}_{\bar M}\right]+\right. \qquad (5)\\
&\left.+\overset{o}{C}{}^{\bar I\bar k\bar 3\bar n}\left(5\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{\bar n}-2\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{\overset{+}{n}}\right)\overset{o}{\mu}_{\bar 3}-\overset{o}{\beta}{}^{\bar I\bar k}\left(\overset{(\overset{o}{-})}{\Theta}+2\overset{(\overset{o}{+})}{\Theta}\right)\right\},\\
\overset{o}{T}{}^{\bar 3\bar k} &= \frac{1}{6}\overset{o}{h}\left\{\overset{o}{C}{}^{\bar p\bar k\bar M\bar n}\left[\left(4\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{\bar p}-\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{\overset{+}{p}}\right)\overset{(\overset{o}{-})}{\mu}_{\bar M\bar n}+\left(5\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{\bar p}-2\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{\overset{+}{p}}\right)\overset{(\overset{o}{+})}{\mu}_{\bar M\bar n}\right]+\right.\\
&\left.+\overset{o}{S}{}^{\bar 3\bar k\bar m\bar 3}\overset{o}{\mu}_{\bar m}-\overset{o}{\beta}{}^{\bar p\bar k}\left[\left(4\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{\bar p}-\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{\overset{+}{p}}\right)\overset{(\overset{o}{-})}{\Theta}+\left(5\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{\bar p}-2\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{\overset{+}{p}}\right)\overset{(\overset{o}{+})}{\Theta}\right]\right\},
\end{aligned}
$$

где введено обозначение

$$
\overset{o}{S}{}^{\bar 3\bar k\bar m\bar 3}=2\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{\overset{+}{P}}\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{\overset{+}{Q}}\overset{o}{C}{}^{\bar P\bar k\bar m\bar Q}-3\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{\overset{+}{P}}\overset{o}{C}{}^{\bar P\bar k\bar m\bar 3}-3\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{\overset{+}{Q}}\overset{o}{C}{}^{\bar 3\bar k\bar m\bar Q}+6\overset{o}{C}{}^{\bar 3\bar k\bar m\bar 3}.
$$

В случае оболочек класса TS постоянной толщины легко усмотреть, что $\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{\overset{+}{p}}=\partial_p \ln\overset{o}{h}=0$, и из (5) получаем

$$
\begin{aligned}
\overset{(\overset{o}{-})}{M}{}^{\bar I\bar k} &= \frac{1}{6}\overset{o}{h}\left[\overset{o}{C}{}^{\bar I\bar k\bar M\bar n}\left(2\overset{(\overset{o}{-})}{\mu}_{\bar M\bar n}+\overset{(\overset{o}{+})}{\mu}_{\bar M\bar n}\right)+3\overset{o}{C}{}^{\bar I\bar k\bar m\bar 3}\overset{o}{\mu}_{\bar m}-\overset{o}{\beta}{}^{\bar I\bar k}\left(2\overset{(\overset{o}{-})}{\Theta}+\overset{(\overset{o}{+})}{\Theta}\right)\right],\\
\overset{(\overset{o}{+})}{M}{}^{\bar I\bar k} &= \frac{1}{6}\overset{o}{h}\left[\overset{o}{C}{}^{\bar I\bar k\bar M\bar n}\left(\overset{(\overset{o}{-})}{\mu}_{\bar M\bar n}+2\overset{(\overset{o}{+})}{\mu}_{\bar M\bar n}\right)+3\overset{o}{C}{}^{\bar I\bar k\bar m\bar 3}\overset{o}{\mu}_{\bar m}-\overset{o}{\beta}{}^{\bar I\bar k}\left(\overset{(\overset{o}{-})}{\Theta}+2\overset{(\overset{o}{+})}{\Theta}\right)\right], \qquad (6)\\
\overset{o}{T}{}^{\bar 3\bar k} &= \frac{1}{6}\overset{o}{h}\left[\overset{o}{C}{}^{\bar 3\bar k\bar M\bar n}\left(\overset{(\overset{o}{-})}{\mu}_{\bar M\bar n}+\overset{(\overset{o}{+})}{\mu}_{\bar M\bar n}\right)+2\overset{o}{C}{}^{\bar 3\bar k\bar m\bar 3}\overset{o}{\mu}_{\bar m}-\overset{o}{\beta}{}^{\bar 3\bar k}\left(\overset{(\overset{o}{-})}{\Theta}+\overset{(\overset{o}{+})}{\Theta}\right)\right].
\end{aligned}
$$

Далее не представляет большого труда на основании (5) и (6) получить соответствующие им ОС новой линейной теории термоупругих оболочек класса TS для частных случаев анизотропии. Однако, не останавливаясь на их подробном рассмотрении, мы выпишем только лишь обратные ОС в случае изотропного материала, т.е. компоненты линейного тензора деформаций представим через компоненты тензоров внутренних усилий.

3.Обратные ОС новой линейной теории термоупругих изотропных оболочек класса TS

Не представляет большого труда получить эти соотношения. В самом деле, например, записывая (5) для новой линейной теории термоупругих изотропных оболочек класса TS, а потом, разрешая их относительно кинематических характеристик и учитывая, что в рассматриваемом случае компоненты линейного тензора деформаций представляются в виде [7]

$$\hat{e}_{PQ}=\frac{1}{2}\left(\overset{o}{g}{}^{\bar K}_{\bar P}\overset{o}{g}{}^{\bar L}_{\bar Q}+\overset{o}{g}{}^{\bar K}_{\bar Q}\overset{o}{g}{}^{\bar L}_{\bar P}\right)\overset{o}{\mu}_{\overline{KL}}+\frac{1}{2}\left(\overset{o}{g}{}^{\bar K}_{\bar P}\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{\bar Q}+\overset{o}{g}{}^{\bar K}_{\bar Q}\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{\bar P}\right)\overset{o}{h}\overset{o}{\psi}_{\bar K},$$

$$\hat{e}_{P3}=\frac{1}{2}\left[\overset{o}{\mu}_{\bar P}+\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{P}\overset{o}{h}\left(\overset{\overset{o}{(+)}}{w}-\overset{\overset{o}{(-)}}{w}\right)+\overset{o}{h}\overset{o}{\psi}_{\bar P}\right],\quad \hat{e}_{33}=\overset{o}{h}\left(\overset{\overset{o}{(+)}}{w}-\overset{\overset{o}{(-)}}{w}\right),$$

осуществляемыми легко выкладками получаем

$$\begin{aligned}
\hat{e}_{\bar I\bar J}={}&2\overset{o}{h}{}^{-1}\overset{o}{J}_{\bar I\bar J\bar K\bar L}\left[3\overset{o}{M}{}^{\bar K\bar L}-\left(\overset{\overset{o}{(-)}}{M}{}^{\bar K\bar L}+\overset{\overset{o}{(+)}}{M}{}^{\bar K\bar L}\right)\right]+\\
&+\frac{2(1+\nu)}{E}\overset{o}{h}\left(\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{I}\overset{o}{g}{}^{K}_{\bar J}+\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{J}\overset{o}{g}{}^{K}_{\bar I}\right)\overset{o}{g}_{\bar K\bar L}\left[3\overset{o}{M}{}^{\bar L 3}-\left(\overset{\overset{o}{(-)}}{M}{}^{\bar L 3}+\overset{\overset{o}{(+)}}{M}{}^{\bar L 3}\right)\right]+\\
&+\frac{\overset{o}{h}}{E}\left(\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{I}\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{J}-\nu\overset{o}{h}{}^{-2}\overset{o}{g}_{\bar I\bar J}\right)\left[\left(\overset{o}{T}{}^{\bar 3\bar 3}+\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{\underset{+}{K}}\overset{\overset{o}{(+)}}{M}{}^{\bar K\bar 3}\right)\overset{o}{h}{}^{2}-\nu\overset{o}{g}_{\bar K\bar L}\left(\overset{\overset{o}{(-)}}{M}{}^{\bar K\bar L}+\overset{\overset{o}{(+)}}{M}{}^{\bar K\bar L}\right)\right]+\\
&+\frac{1}{2}\alpha\left\{\overset{o}{g}_{\bar I\bar J}\left[2(1+\nu)\overset{o}{\Theta}-\nu\left(\overset{\overset{o}{(-)}}{\Theta}+\overset{\overset{o}{(+)}}{\Theta}\right)\right]+\overset{o}{h}{}^{2}\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{I}\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{J}\left(\overset{\overset{o}{(-)}}{\Theta}+\overset{\overset{o}{(+)}}{\Theta}\right)\right\},
\end{aligned}\tag{7}$$

$$\begin{aligned}
\hat{e}_{\bar I 3}={}&\frac{2(1+\nu)}{E}\overset{o}{h}\overset{o}{g}_{\bar I\bar J}\left[3\overset{o}{M}{}^{\bar J\bar 3}-\left(\overset{\overset{o}{(-)}}{M}{}^{\bar J\bar 3}+\overset{\overset{o}{(+)}}{M}{}^{\bar J\bar 3}\right)\right]+\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{I}\left\{\frac{\overset{o}{h}}{E}\left[\left(\overset{o}{T}{}^{\bar 3\bar 3}+\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{\underset{+}{K}}\overset{\overset{o}{(+)}}{M}{}^{\bar K\bar 3}\right)\overset{o}{h}{}^{2}-\right.\right.\\
&\left.\left.-\nu\overset{o}{g}_{\bar K\bar L}\left(\overset{\overset{o}{(-)}}{M}{}^{\bar K\bar L}+\overset{\overset{o}{(+)}}{M}{}^{\bar K\bar L}\right)+\frac{1}{2}\alpha\overset{o}{h}{}^{2}\left(\overset{\overset{o}{(-)}}{\Theta}+\overset{\overset{o}{(-)}}{\Theta}\right)\right]\right\},
\end{aligned}$$

$$\hat{e}_{33}=\frac{\overset{o}{h}}{E}\left[\left(\overset{o}{T}{}^{\bar 3\bar 3}+\overset{o}{g}{}^{\bar 3}_{\underset{+}{K}}\overset{\overset{o}{(+)}}{M}{}^{\bar K\bar 3}\right)\overset{o}{h}{}^{2}-\nu\overset{o}{g}_{\bar K\bar L}\left(\overset{\overset{o}{(-)}}{M}{}^{\bar K\bar L}+\overset{\overset{o}{(+)}}{M}{}^{\bar K\bar L}\right)\right]+\frac{1}{2}\alpha\overset{o}{h}{}^{2}\left(\overset{\overset{o}{(-)}}{\Theta}+\overset{\overset{o}{(-)}}{\Theta}\right),$$

где

$$\overset{o}{M}{}^{\bar K\bar l}=(1-x^3)\overset{\overset{o}{(-)}}{M}{}^{\bar K\bar l}+x^3\overset{\overset{o}{(+)}}{M}{}^{\bar K\bar l},\quad \overset{o}{\Theta}=(1-x^3)\overset{\overset{o}{(-)}}{\Theta}+x^3\overset{\overset{o}{(+)}}{\Theta}.$$

Легко усмотреть, что в случае оболочек класса TS постоянной толщины, соотношения (7) преобразуются к виду

$$\begin{aligned}
\hat{e}_{\bar I\bar J}={}&2\overset{o}{h}{}^{-1}\overset{o}{J}_{\bar I\bar J\bar K\bar L}\left[3\overset{o}{M}{}^{\bar K\bar L}-\left(\overset{\overset{o}{(-)}}{M}{}^{\bar K\bar L}+\overset{\overset{o}{(+)}}{M}{}^{\bar K\bar L}\right)\right]+\frac{\nu}{E}\overset{o}{h}{}^{-1}\overset{o}{g}_{\bar I\bar J}\left[\overset{o}{h}{}^{2}\overset{o}{T}{}^{\bar 3\bar 3}-\right.\\
&\left.-\nu\overset{o}{g}_{\bar K\bar L}\left(\overset{\overset{o}{(-)}}{M}{}^{\bar K\bar L}+\overset{\overset{o}{(+)}}{M}{}^{\bar K\bar L}\right)+\frac{1}{2}\alpha\overset{o}{g}_{\bar I\bar J}\left[2(1+\nu)\overset{\overset{o}{(-)}}{\Theta}-\nu\left(\overset{\overset{o}{(-)}}{\Theta}+\overset{\overset{o}{(+)}}{\Theta}\right)\right]\right],
\end{aligned}$$

$$\hat{e}_{\bar I 3}=\frac{2(1+\nu)}{E}\overset{o}{h}\overset{o}{g}_{\bar I\bar J}\left[3\overset{o}{M}{}^{\bar J\bar 3}-\left(\overset{\overset{o}{(-)}}{M}{}^{\bar J\bar 3}+\overset{\overset{o}{(+)}}{M}{}^{\bar J\bar 3}\right)\right],$$

$$\hat{e}_{33}=\frac{\overset{o}{h}}{E}\left[\overset{o}{h}{}^{2}\overset{o}{T}{}^{\bar 3\bar 3}-\nu\overset{o}{g}_{\bar K\bar L}\left(\overset{\overset{o}{(-)}}{M}{}^{\bar K\bar L}+\overset{\overset{o}{(+)}}{M}{}^{\bar K\bar L}\right)\right]+\frac{1}{2}\alpha\overset{o}{h}{}^{2}\left(\overset{\overset{o}{(-)}}{\Theta}+\overset{\overset{o}{(-)}}{\Theta}\right).$$

Библиографический список

1. Никабадзе М. У. Определяющие соотношения новой линейной теории термоупругих оболочек.// Актуальные проблемы механики оболочек: Тр. междун. конф., посвященной памяти засл. деятеля науки ТАССР проф. А.В. Саченкова. - Казань: УНИПРЕСС, 1998. - С. 158-162
2. Никабадзе М.У. Параметризация оболочек на основе двух базовых поверхностей. Деп. в ВИНИТИ АН СССР от 12.07.88. № 5588-В88. - 30 с.
3. Векуа И.Н. Основы тензорного анализа и теории ковариантов. М.: Наука, 1978. 296с.
4. Лурье А.И. Нелинейная теория упругости. - М.: Наука, 1980. 521 с.
5. Победря Б.Е. Лекции по тензорному анализу. - М.: Изд-во МГУ, 1986. - 264 с.
6. Векуа И.Н. Некоторые общие методы построения различных вариантов теории оболочек. - М.: Наука, 1982. - 288 с.
7. Никабадзе М.У. Различные представления тензора деформаций Коши-Грина и линейного тензора деформаций и их компонент в новой теории оболочек. // Мат. моделир. сист. и процессов: Сб. науч. тр./ Перм. гос. техн. ун-т. Пермь, 1998. - №6. - С. 59 - 65.

Получено 28.04.99.