

РАВНОВЕСНЫЕ СОСТОЯНИЯ ПОВРЕЖДЕННОЙ НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЫ В УСЛОВИЯХ НЕМОНОТОННОГО НАГРУЖЕНИЯ

А.В. Зайцев, В.Э. Вильдеман (Пермь)

Abstract

During the tests on the servo-controlled machines the method of preventive unloading is offered for modelling the damage accumulation processes. The plotting of stress-strain diagrams by the method proposes conducting a few cycles of unloading and an active loading when some signs of uncontrolled failure are appeared. It was arranged that preventive unloading imitates infinitely high rigidity of the loading system.

Наблюдаемые различия в характере развития процессов структурного разрушения материалов и конструкций не всегда могут быть объяснены только физико-механическими характеристиками или наличием несовершенств в виде несплошностей и повреждений. Специально проведенные экспериментальные исследования деформирования и разрушения композиционных материалов, металлов и горных пород свидетельствуют, что сопротивление разрушению существенным образом зависит и от жесткости внешнего стеснения [1,2]. Совокупность твердых, жидких и (или) газообразных тел, деформирующихся в результате передачи нагрузки телу в целом или отдельной части будем называть нагружающей системой (внешним стеснением). Смена одного состояния материала в рассматриваемой области другим приводит к изменению внешней нагрузки в зависимости от свойств и конструктивного устройства нагружающей системы, характеристики которой при решении краевых задач механики неупругого деформирования и накопления повреждений учитываются граничными условиями третьего рода [3]. При достаточной жесткости внешнего стеснения развитие структурного разрушения приводит к разупрочнению материала (появлению ниспадающей ветви на диаграмме деформирования).

Двухуровневая структурно-феноменологическая модель квазистатического деформирования и разрушения композиционного материала, тетраэдральные изотропные упруго-хрупкие элементы структуры которого однородны, была описана авторами в работе [4]. Построенная модель позволяет исследовать развитие разрушения, как многостадийного многоуровневого процесса, и описать известный ранее из опытов эффект роста предельных непосредственно предшествующих полному разрушению деформаций при увеличении жесткости нагружающей системы [5]. При этом макроскопическое разрушения неоднородного тела как результат потери устойчивости ослабленного повреждениями материала при заданном сочетании нагрузки, прочностных и деформационных свойств, определяется отсутствием в математическом смысле решения соответствующей краевой задачи.

Неупругое деформирование и структурное разрушение замкнутой в области Ω с границей Σ композитной среды, склерономные изотропные компоненты которой не изменяют тип упругой симметрии в процессе накопления повреждений, описывается при квазистатическом нагружении системой дифференциальных уравнений:

$$\nabla \cdot \mathbf{d}\sigma(\mathbf{r}) = 0, \quad \mathbf{d}\varepsilon(\mathbf{r}) = 1/2[\nabla \otimes \mathbf{d}\mathbf{u}(\mathbf{r}) + \mathbf{d}\mathbf{u}(\mathbf{r}) \otimes \nabla], \quad (1)$$

$$\mathbf{d}\sigma(\mathbf{r}) = \tilde{\mathbf{C}}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{d}\varepsilon = \left[3K(\mathbf{r})(1 - \kappa)\mathbf{V} + 2G(\mathbf{r})(1 - g)\mathbf{D} \right] \cdot \mathbf{d}\varepsilon(\mathbf{r}), \quad (2)$$

где $\mathbf{d}\mathbf{u}(\mathbf{r})$, $\mathbf{d}\varepsilon(\mathbf{r})$, $\mathbf{d}\sigma(\mathbf{r})$ - приращения вектора перемещений, тензоров деформаций и напряжений; \mathbf{V} , \mathbf{D} - шаровая часть и девиатор единичного тензора четвертого ранга; $K(\mathbf{r})$ и $G(\mathbf{r})$ - объемный и сдвиговой упругие модули.

Пусть $\mathbf{R}(\mathbf{u}, \mathbf{r})$ - симметричный положительно определенный тензор жесткости нагружающей системы - связывает между собой векторы приращения внешних сил $\mathbf{dS}^0(\mathbf{r})$ и перемещений $\mathbf{d}\mathbf{u}^0(\mathbf{r})$, заданные по программам нагружения или деформирования на части $\Sigma_S \subset \Sigma$ поверхности тела : $\mathbf{dS}^0(\mathbf{r}) = \mathbf{R}(\mathbf{u}, \mathbf{r}) \cdot \mathbf{d}\mathbf{u}^0(\mathbf{r})$. Тогда граничные условия третьего рода

$$\left[\mathbf{d}\sigma^* \cdot \mathbf{n}(\mathbf{r}) + \mathbf{R}(\mathbf{u}, \mathbf{r}) \cdot \mathbf{d}\mathbf{u}(\mathbf{r}) \right] \Big|_{\Sigma_S} = \mathbf{dS}^0(\mathbf{r}) \quad (3)$$

обеспечивают макрооднородное напряженное состояние. Здесь $\mathbf{d}\mathbf{u}(\mathbf{r})$, $\mathbf{d}\sigma^*$ - приращения вектора перемещений точек на границе с нормалью $\mathbf{n}(\mathbf{r})$ и тензора макронапряжений.

Формоизменение рассматривается в качестве основной причины разрушения и, как следствие, скачкообразного изменения деформационных характеристик элементов структуры. Независимые материальные функции $\kappa(\varepsilon)$ и $g(\varepsilon)$, входящие в тензорно-линейные определяющие соотношения (2), при выполнении предельных условий в форме неравенств принимают значения 0 или 1, учитывая потерю или сохранение способности сопротивляться сдвигу и гидростатическому сжатию [4].

Как показано в работе [6] применение подхода Друккера к деформируемой и нагружающей системам в совокупности приводит к достаточным условиям устойчивости

$$\int_{\Omega} \delta\varepsilon(\mathbf{r}) \cdot \tilde{\mathbf{C}}(\mathbf{r}) \cdot \delta\varepsilon(\mathbf{r}) d\Omega + \int_{\Sigma} \delta\mathbf{u}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{R}(\mathbf{u}, \mathbf{r}) \cdot \delta\mathbf{u}(\mathbf{r}) d\Sigma > 0 \quad (4)$$

для малых виртуальных приращений деформаций $\delta\varepsilon(\mathbf{r})$, перемещений $\delta\mathbf{u}(\mathbf{r})$ и неизменных граничных условий ($\mathbf{d}\mathbf{u}^0(\mathbf{r}) = 0$).

При описании процесса структурного разрушения неоднородного тела можно выделить внешний (нагружающая система) и внутренний источники подводимой механической энергии. Последний связан с освобождением потенциальной энергии упругого деформирования при разгрузке элементов структуры в объеме тела, окружающем области самоподдерживаемого, или по определению автора [7] - свободного разрушения. Неравенство (4) свидетельствует о том, что самопроизвольное (без увеличения внешней нагрузки) продолжение разрушения невозможно, если для совершения работы разрушения не хватает подводимой и освобождающейся энергии. Невыполнение условия (4) соответствует лавинообразному росту дефектов или динамическому разрушению.

Удовлетворение граничных условий (3) при численном решении краевой задачи (1) - (2) методом конечных элементов осуществляется дополнением матрицы жесткости дискретизованного тела глобальной матрицей жесткости нагружающей системы. Особенности построения результата этого преобразования - обобщенной матрицы узлового ансамбля, - описаны авторами в работе [5]. Заменяя неравенство (4)

[14], керамик [15], особо хрупких и газонасыщенных пород [11,16,17]. Например, в опытах на неравнокомпонентное сжатие песчаника [18] наблюдались диаграммы с обратной кривизной ниспадающего участка в случае газового насыщения образца. Парадоксальное с позиций механики явление разрушения тела в результате разгрузки на участке ниспадающей ветви с отрицательной кривизной, может быть объяснено одновременным равновесным разупрочнением одних элементов структуры (твердые частицы) и упругой разгрузкой других, более податливых (газовая фаза) [19]. В то же время, диаграммы с ниспадающей ветвью при прогрессирующих деформациях имеют место при водонасыщении, что является следствием незначительно малого запаса потенциальной энергии упругого деформирования практически несжимаемой жидкой фазы.

На рис. 1 схематично приведена полная диаграмма деформирования $OABEF$, встречающаяся в опытах на “жесткой” испытательной машине. Если жесткость нагружающей системы не достаточна для построения ниспадающей ветви, то разрушение образца происходит на участке AB . Наличие протяженных неравновесных срывов BE на кривой деформирования характерно для материалов, склонных при заданном макрооднородном напряженно-деформированном состоянии к самоподдерживаемому разрушению на стадии деформационного разупрочнения [2,8,16]. Отмеченная особенность позволяет предположить возможность существования дополнительных равновесных состояний неоднородной среды, которые не могут быть реализованы в рамках рассмотренной программы монотонного макродеформирования.

Для моделирования процессов накопления повреждений при испытании материалов на системах с сервоуправлением предлагается метод превентивных разгрузок. Построение полной диаграммы деформирования $OABDEF$ этим методом предполагает поддержание равновесия между силами сопротивления материала и внешними силами, которое достигается проведением ряда циклов разгрузка - активное нагружение при появлении признаков неуправляемого разрушения.

Рассмотрим некоторые особенности реализации метода превентивных разгрузок при численном моделировании. По заданным программам нагружения или деформирования неоднородной среды из равновесного состояния в точке B переходим в новое состояние B' . Предположим, что произошла полная или частичная потеря несущей способности одного или нескольких элементов структуры. Развитие структурного разрушения, вызванное процессами перераспределения напряжений, может привести к появлению последовательности неравновесных состояний среды в направлениях $B'B_1'$ либо $B'B_2'$, и последующему макроскопическому разрушению образца при моделировании эксперимента на предельно “жесткой” или “мягкой” испытательных системах соответственно и $B'B_3'$ - в случае конечной жесткости [20].

Разрушение части элементов структуры возможно предотвратить экстренной разгрузкой образца до равновесного состояния, соответствующего точке C . Условием необходимости превентивной упругой разгрузки будем считать превышение выбранного допустимого уровня ΔP_{lim} доли поврежденных элементов структуры в результате перераспределения напряжений после очередного акта разрушения. Циклы превентивной разгрузки и последующего активного нагружения сопровождаются структурным разрушением материала. Поэтому неоднородная среда не сможет достигнуть того напряженно-деформированного состояния (точка B), которое имело место в начале экстренной разгрузки. С увеличением числа циклов нагружения, а это

возможно при снижении критической доли повреждений ΔP_{lim} в условии превентивной разгрузки, возрастает точность построения ниспадающей ветви.

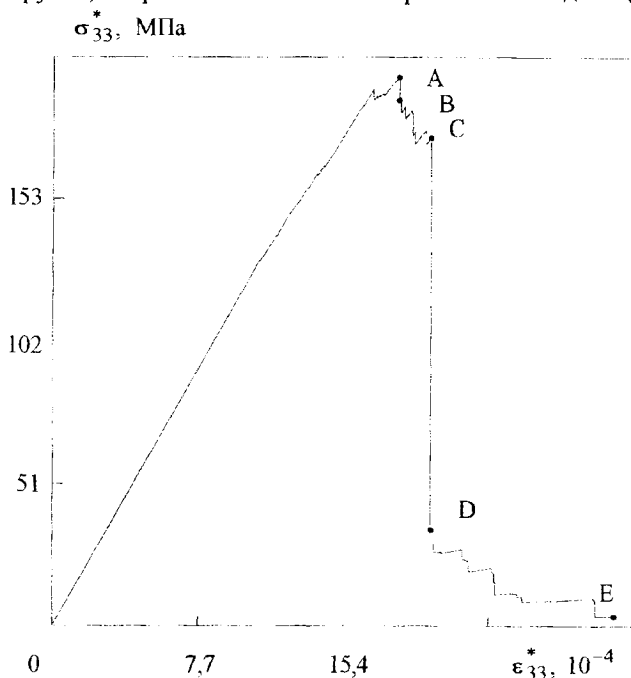
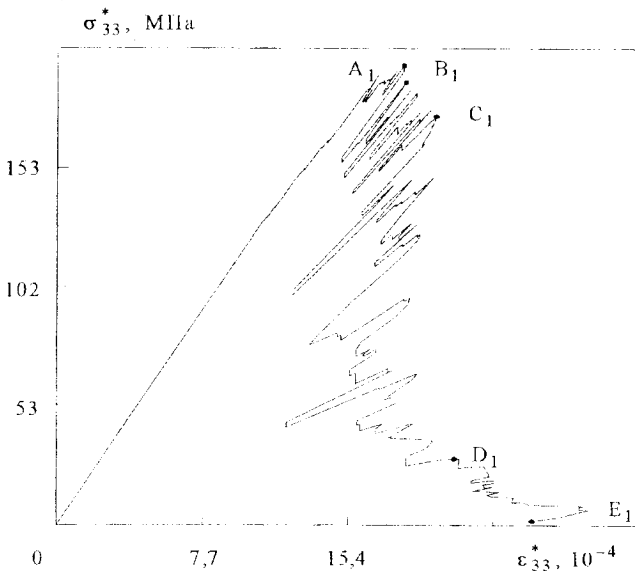


Рис. 2. Диаграмма одноосного деформирования ($\epsilon_{33}^* > 0, \epsilon_{11}^* = \epsilon_{22}^* = 0$) зернистого композита, построенная в монотонном режиме предельно “жесткого” нагружения

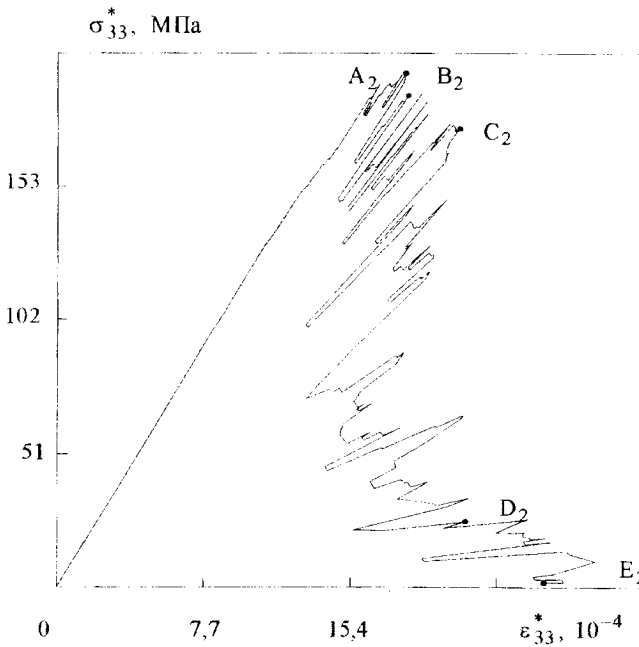
На рис. 2 представлена расчетная диаграмма одноосного деформирования в монотонном режиме для одной из реализаций структуры зернистого композита, содержащей 6000 элементов с различными прочностными и одинаковыми упругими свойствами, а на рис. 3, а и б - геометрическое место предельных равновесных состояний, регистрируемых при проведении испытаний методом превентивных разгрузок. Параметры распределения Вейбулла случайных прочностных постоянных и значения детерминированных упругих модулей приведены в работе [4]. В режиме многократного активного нагружения и разгрузки на каждом этапе были определены точки, соответствующие началу лавинообразного разрушения. Огибающая этих точек подобна участку *BDE* схематичной диаграммы деформирования, приведенной на рис.1. Максимумы кривых соответствуют одному напряженно-деформированному состоянию с поврежденностью 8,1 %.

При исследовании процессов накопления повреждений в монотонном режиме были обнаружены стадии лавинообразного разрушения некоторой локальной группы структурных элементов, например, участок *AB* диаграммы деформирования (см. рис. 2). На этапе *BC* происходило равномерное накопление по всему объему материала областей локализованного разрушения. Участок *CD* соответствовал смене механизма структурного повреждения, то есть началу формирования макродефекта. Развитие разрушения происходило без увеличения внешней нагрузки в результате перераспределения напряжений при взаимодействии кластеров локализованного разрушения с макродефектом. При этом доля не сопротивляющихся формоизменению

элементов структуры изменялась от 15,9 % в точке *C* до 33,6 % в точке *D*. Эквивалентные по уровню поврежденности состояния зернистого композита, регистрируемые методом



а



б

Рис. 3. Диаграммы одноосного деформирования ($\epsilon_{33}^* > 0, \epsilon_{11}^* = \epsilon_{22}^* = 0$) зернистого композита, построенные методом превентивных разгрузок: (а) - предельно “жесткое” нагружение; (б) нагружение с жесткостью $R = 10^4 \text{ Н/м}^3$

превентивных разгрузок, представлены на рис. 3 одноименными буквенными символами. При построении диаграммы деформирования в этом случае критическая доля повреждений в условии превентивной разгрузки ΔP_{lim} принималась равной $1,67 \cdot 10^{-3}$, что соответствовало разрушению от сдвига хотя бы одного элемента структуры. Макроскопическое разрушение зернистого композита происходило при снижении практически до нуля напряжений σ_{33}^* (точка E). Степень поврежденности среды в момент потери несущей способности составляла 39,3 %.

На участке упрочнения зависимость $\sigma_{33}^* - \epsilon_{33}^*$ (рис. 3, а), построенная методом превентивных разгрузок, практически не отличается от кривой, полученной в монотонном режиме предельно “жесткого” нагружения. На стадии деформационного разупрочнения каждый цикл нагружения представляет автономное испытание неоднородного тела с увеличивающейся объемной долей структурных разрушений и новым пределом прочности. Поэтому ниспадающую ветвь диаграммы деформирования, вследствие непрерывности процессов накопления повреждений, можно определить как геометрическое место пределов прочности материала с различной степенью накопленных повреждений.

Возможность построения ниспадающей ветви на испытательных системах с довольно малой для рассматриваемого случая жесткостью нагружающей системы $R = 10^4 \text{ Н/м}^3$ методом превентивных разгрузок при одноосном деформировании зернистого композита проиллюстрирована на рис. 3, б. При моделировании испытания принималась гипотеза о равномерности распределения коэффициентов жесткости по поверхности неоднородного тела и возможности представления вида

$$R = R_1 \mathbf{n}_1 \otimes \mathbf{n}_1 + R_2 \mathbf{n}_2 \otimes \mathbf{n}_2 + R_3 \mathbf{n}_3 \otimes \mathbf{n}_3.$$

Внешнее стеснение предполагалось предельно “жестким” в направлениях \mathbf{n}_1 и \mathbf{n}_2 и имеющим конечную жесткость в направлении \mathbf{n}_3 . Отметим, что точка C_2 , поврежденность в которой составляет 17,7 %, является последней равновесной точкой, фиксируемой в режиме монотонного нагружения при указанной жесткости $R \equiv R_3$ [5]. Реализация закритической стадии деформирования в рассматриваемом вычислительном эксперименте позволяет сделать вывод о том, что “жесткий” режим нагружения может быть имитирован последовательностью “мягких” малых нагружений и разгрузок. Это подтверждается результатами экспериментальных исследований, проведенных на сталях и горных породах [1,21].

Таким образом, математическое моделирование закритического деформирования структурно неоднородных сред с использованием метода превентивных разгрузок позволяет построить полные диаграммы даже при “мягком” нагружении и обнаружить свойственные поврежденным материалам с обратной крутизной ниспадающего участка диаграммы равновесные состояния, нерегистрируемые как при “мягком”, так и при “жестком” нагружениях в обычном монотонном режиме.

Библиографический список

1. Экспериментальные функции сопротивления легированной стали при растяжении и кручении / Волков С.Д., Гуськов Ю.П., Кривоспицкая В.И. и др. // Пробл. прочности. - 1979. - № 1. - С. 3 - 6.

2. Бок Х., Уоллес К. Испытания образцов ненарушенных скальных пород // Введение в механику скальных пород. - М: Мир, 1983. - С. 114 - 132.
3. Вильдеман В.Э., Соколкин Ю.В., Ташкинов А.А. Краевая задача механики деформирования и разрушения поврежденных тел с зонами разупрочнения // ПМТФ. - 1995. - № 6. - С. 122-132.
4. Вильдеман В.Э., Зайцев А.В. Деформационное разупрочнение и разрушение композиционных материалов зернистой структуры // Механика композиц. материалов и конструкций. - 1996. - Т. 2. - № 2. - С. 117 -124.
5. Вильдеман В.Э., Зайцев А.В. О численном решении краевых задач механики деформирования и разрушения структурно-неоднородных сред с граничными условиями третьего рода // Вычислит. технологии. - 1996. - Т. 1. - № 2. - С. 67 - 77.
6. Вильдеман В.Э. О постулате устойчивости в механике закритического деформирования материалов // Математическое моделирование процессов обработки материалов: Тез. докл. международ. конф. - Пермь, 1994. - С. 13-14.
7. Шемякин Е.И. О свободном разрушении твердых тел // ДАН СССР. - 1988. - Т. 300. - № 5. - С. 1090-1094.
8. Kreiskorte H., Funk W. Die Simulation einer "harten" Werkstoffprüfmaschine // Metallprüfung. - 1970. - Bd. 12. - № 1. - S. 1 - 6.
9. Hudson J.A., Broun E.T., Fairhurst Ch. Optimising the control of rock failure in servo-controlled laboratory tests // Rock Mech. - 1971. - Vol. 3. - № 4. - P. 217 - 224.
10. Hudson J.A., Crouch S.L., Fairhurst Ch. Soft, stiff and servo-controlled testing machines: A review with reference to rock failure // Eng. Geol. - 1972. - Vol. 6. - P. 155 - 189.
11. Rummel F., Fairhurst Ch. Determination of the post failure behaviour of brittle rock using a servo-controlled testing machine // Rock. Mech. - 1970. - Vol. 2. - P. 189 - 204.
12. Beniawski Z.T., Denkhaus H.G., Vogler U.W. Failure of fractured rock // Int. J. Rock. Mech. Min. Sci. - 1969. - Vol. 6. - № 3. - P. 323 - 341.
13. Wawersik W.R., Fairhurst Ch. A study of brittle rock fracture in laboratory compression experiments // Int. J. Rock. Mech. Min. Sci. - 1970. - Vol. 7. - P. 561 - 575.
14. Capriteri A. CUSP catastrophe interpretation of fracture instability // J. Mech. Phys. Solids. - 1989. - Vol. 37. - № 5. - P. 567 - 582.
15. Pastor J.Y., Planas J., Elises M. New technique for mechanical characterisation of ceramics at room and at elevated temperature / Structure integrity: Experiments - Models - Applications. - London: EMAS, 1994. - Vol. I. - P. 183-192.
16. Виноградов В.В. Геомеханика управления состоянием массива вблизи горных выработок. - Киев: Наук. думка, 1989. - 192 с.
17. Прочность и деформируемость горных пород / Ю.М. Карташов, Б.М. Матвеев, Г.В. Михеев и др. - М.: Недра, 1979. - 268 с.
18. Алексеев А.Д., Ревва В.Н., Рязанцев Н.А. Разрушение горных пород в объемном поле сжимающих напряжений. - Киев: Наук. думка, 1989. - 168 с.
19. Вильдеман В.Э., Соколкин Ю.В., Ташкинов А.А. Краевые задачи континуальной механики разрушения: Препринт. - Пермь: УрО РАН, 1992. - 77 с.
20. Работнов Ю.Н., Суворова Ю.В. Наследственные эффекты при деформировании металлов // Успехи механики деформируемых сред. - М: Наука, 1975. - С. 470 - 477.
21. Denkhaus H.G. The load-deformation behaviour of rock in uniaxial compressions // Rock. Mech. Suppl. - 1973. - Vol. 2. - P. 33-51.