

УДК 539.21.621.762

ПРИЛОЖЕНИЕ МЕТОДА ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ К ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОМУ ИССЛЕДОВАНИЮ РАЗВИТИЯ УСТАЛОСТНЫХ ТРЕЩИН

Ю.В. Соколкин, А.А. Чекалкин, Е.М. Якушина (Пермь)

Abstract

Method of mathematical modelling in testing of evolution of crack is used in this article. Presence of notch loading in patterns allows to research symmetrical uncover of cracks with fatigue and defines characters of fatigue life of materials. In foundation of this calculation the primary correlation of fracture mechanics and condition observance of energy balance in mechanical system is used. For decision of this problem numerical procedure of boundary element methods is used. In consequence of this method ligaments of intensity range from number of cycle loading, margin and threshold values of fatigue crack for powder titan were obtained.

Распространенным видом разрушения деталей машин и элементов конструкций в условиях продолжительной эксплуатации является рост усталостных трещин при многоцикловом нагружении. Прикладное значение определения характеристик усталостной трещиностойкости перспективных материалов обусловлено техническими требованиями к проектированию высоконадежных изделий и назначением безопасного ресурса. Особенностью проведения механических испытаний на трещиностойкость является использование образцов с концентраторами напряжений, необходимых для образования и развития трещин различных типов [1,2]. При этом обработка результатов испытаний связана с исследованием неоднородных полей напряжений и деформаций в рабочей части образцов, форма которой существенно изменяется по мере прорастания трещины [5,6]. Методики проведения экспериментального исследования циклической трещиностойкости конструкционных материалов часто не позволяют проводить непосредственное измерение требуемых параметров или не обеспечивают необходимой точности при их измерении, что характерно для величин раскрытия в носике или устье трещины и даже для значений приращения длины усталостной трещины [4]. В данной работе рассматривается методика испытаний, использующая возможности методов математического моделирования при проведении механических экспериментов на циклическую трещиностойкость перспективных материалов и определения соответствующих характеристик для трещин нормального раскрытия.

Усталостное разрушение порошковых материалов при распространении магистральных трещин характерно тем, что рост трещины происходит при сравнительно низких уровнях амплитудных напряжений. Отсутствие развитых остаточных деформаций после разрушения позволяет рассматривать процессы деформирования материала в рамках линейной теории упругости. Структурный анализ также свидетельствует о хрупком разрушении при циклическом нагружении. При этом процесс развития трещины можно условно разбить на этапы, первый из которых связан с зарождением усталостной трещины, второй этап включает в себя процесс ее

устойчивого роста и завершает данный процесс этап динамического распространения трещины с образованием излома. Наличие в образцах концентраторов напряжений и нагружение по определенной схеме при проведении испытаний позволяет исследовать рост основных видов трещин при усталости и определить значения характеристик трещиностойкости материалов, в первую очередь характеристик, связанных с условиями начала и завершения процесса устойчивого роста трещины.

Сформулируем линейную краевую задачу механики деформирования и разрушения образца с концентратором, который будем рассматривать как двухмерную область, ограниченную замкнутым контуром, конфигурация которого изменяется по мере роста трещины при циклическом нагружении. Форма образца и условия проведения эксперимента позволяют ограничиться анализом плоского деформированного состояния. Кроме того, будем считать, что рост трещины при усталости происходит квазистатически, то есть продвижение осуществляется путем смены следующих друг за другом состояний равновесия, частота нагружения не оказывает влияния на данный процесс и влияние сил инерции несущественно. Для каждого текущего состояния необходимо рассмотреть задачу статической упругости:

$$\sigma_{ij,j} = 0, \quad \varepsilon_{ij} = (U_{i,j} + U_{j,i})/2, \quad \sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl}, \quad (1)$$

где σ_{ij} , ε_{ij} - компоненты тензоров напряжений и деформаций, U_i - компоненты тензора перемещений, C_{ijkl} - компоненты тензора упругости, n_j - компоненты внешней нормали к поверхности при следующих граничных условиях для отрезков контура (обозначения соответствуют принятым на рис. 1):

$$\begin{aligned} U_i|_{c_2} &= 0; \\ \sigma_{ij}n_j|_{\Gamma_{1,2}} &= 0; \\ U_i|_{c_1} &= A, \quad \sigma_{2j}n_j|_{c_1} = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где A - амплитуда перемещения активного захвата усталостной машины.

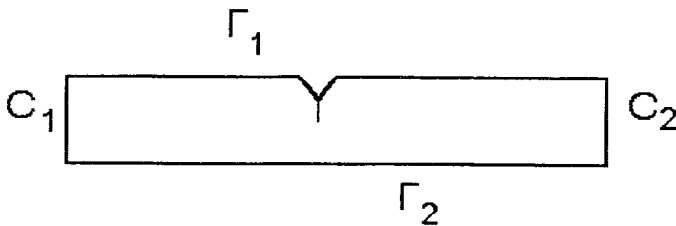


Рис. 1 Форма образца с односторонним надрезом

В качестве дополнительного условия для анализа напряженно-деформированного состояния в окрестности вершины трещины используется энергетический критерий механики разрушения в форме Гриффитса [3]

$$G = 2\gamma, \quad (3)$$

где G - интенсивность освобожденной энергии при распространении трещины на единицу площади; γ - удельная работа разрушения единицы поверхности, которая является характеристикой материала.

В ходе испытаний образцов с концентратором по схеме консольного изгиба при симметричной форме цикла нагружения происходит рост усталостных трещин

нормального отрыва, которые формируются у вершины концентратора и распространяются вглубь материала образца. Поскольку прямое наблюдение за изменением длины трещины или ее раскрытием невозможно из-за условий проведения эксперимента, в процессе испытаний изучалось изменение жесткости образца с трещиной и проводился контроль амплитуды перемещения активного захвата усталостной машины после проведения определенного числа циклов нагружения. Для решения поставленной задачи о равновесной трещине использовалась численная процедура метода граничных элементов. Учитывая, что граничные условия в данном случае являются смешанными, наиболее эффективным является прямой метод граничных элементов [6], который позволяет находить неизвестные смещения и напряжения на поверхности упругого тела через заданные граничные условия, в основе численного алгоритма лежит теорема взаимности линейной теории упругости. Аппроксимируя контур прямолинейными отрезками и считая, что смещения и напряжения в пределах граничного элемента не изменяются, получим систему разрешающих уравнений вида

$$[A]\{q\}=[B]\{Q\}, \quad (4)$$

где $\{q\}$ - глобальный вектор граничных перемещений, часть компонент которого задана; $\{Q\}$ - глобальный вектор граничных усилий, некоторые компоненты которого также известны; $[A]$, $[B]$ - матрицы граничных коэффициентов влияния. Решение системы линейных алгебраических уравнений (4) позволяет определить неизвестные напряжения и смещения на поверхности тела.

Первый этап расчета связан с определением длины трещины после проведения некоторого числа циклов нагружения. В основе этого расчета положено предположение о том, что равновесный рост трещины возможен при условии соблюдения энергетического баланса в механической системе. Деформируемое тело с трещиной обладает определенным запасом упругой энергии деформации, рост трещины сопровождается образованием новой поверхности и, следовательно, затратами полной энергии на разрушение. Условие баланса энергии при изменении длины трещины на величину dI будет иметь вид

$$\Gamma = GdI, \quad (5)$$

где Γ - работа разрушения, необходимая для образования свободной поверхности. Интенсивность освобожденной упругой энергии в случае постоянства внешней силы определяется следующим образом:

$$G = (W-\Phi)/dI, \quad (6)$$

где Φ - энергия упругой деформации, W - работа внешних сил.

Пусть в начальный момент времени разрушение в теле отсутствует и длина усталостной трещины равняется нулю. Тогда, по теореме Клапейрона упругая деформация в теле может быть выражена через напряжения и перемещения на поверхности тела, часть из которых определяются из граничных условий (2), а часть являются зависимыми величинами и определяются из решения системы (4):

$$W_1 = 0,5 \int (U_s \sigma_s + U_n \sigma_n) dS,$$

где U_s , U_n - касательные и нормальные перемещения на поверхности тела, σ_s , σ_n - касательные и нормальные напряжения на поверхности тела. Определим упругую энергию для реальных условий нагружения в эксперименте как

$$W_i = 0,5 \int (U_s' \sigma_s' + U_n' \sigma_n') dS,$$

где U_s', U_n' - касательные и нормальные перемещения на поверхности тела, σ_n', σ_s' - нормальные и касательные напряжения на поверхности тела.

Тогда согласно условию энергетического баланса (5) разница между величинами W_1 и W_i будет соответствовать работе разрушения, затраченной на образование трещины длиной l_i ,

$$W_i - W_1 = G l_i. \quad (7)$$

Поскольку в момент разрушения длина усталостной трещины совпадает с характерным размером образца, она также является известной величиной,

$$W_n - W_1 = G b, \quad (8)$$

где W_n - упругая энергия, рассчитанная для тела без трещины с напряжениями и перемещениями на границе, соответствующими моменту разрушения. Тогда из соотношений (7) и (8) с учетом критерия Гриффитса (3) можно записать

$$W_i = W_1 + G l_i / b \quad (9)$$

и выразить текущее значение длины трещины при циклическом нагружении, что позволяет провести расчет напряженно-деформированного состояния образца с концентратором и трещиной, длина которой соответствует реальному числу циклов нагружения. Далее, используя известные соотношения механики разрушения, можно определить основные характеристики трещиностойкости материала через интенсивность освобождаемой энергии,

$$G = - dW/dl = - \Delta W / \Delta l, \quad (10)$$

где $\Delta W = W_i - W_0$, $\Delta l = l_i - l_0$, и рассчитать коэффициент интенсивности напряжений

$$K_I = (GE / (1 - \mu^2))^{1/2}, \quad (11)$$

где E , μ - эффективные упругие постоянные порошкового материала. Поскольку каждому числу циклов нагружения соответствует трещина определенной длины, для которой рассчитаны значения трещиностойкости, не представляет особой сложности исследование зависимости коэффициента интенсивности напряжений в образце от числа циклов нагружения, определения пороговых и предельных значений характеристик трещиностойкости и построение диаграмм скорости роста усталостных трещин в материале в зависимости от величины коэффициента интенсивности напряжений для элементов конструкций с трещинами.

Изложенная методика была использована для определения характеристик усталостной трещиностойкости порошкового титана марки ВТ-1-0. Проведены механические испытания образцов на базах менее 100 тыс. циклов нагружения. Образцы прямоугольной формы размером 16x 16x 95 мм имели односторонний вырез треугольной формы глубиной 4 мм и углом при вершине 60° . Результаты численной обработки результатов испытаний приведены на рисунках 2, 3 и 4. На рис. 2 представлены зависимости длины трещины от числа циклов нагружения для образцов, разрушенных после 63,3; 69,7 и 79,4 тыс. циклов нагружения. На графиках можно выделить участки стабильного роста и участок динамического роста трещины, предшествующий окончательному разрушению образца.

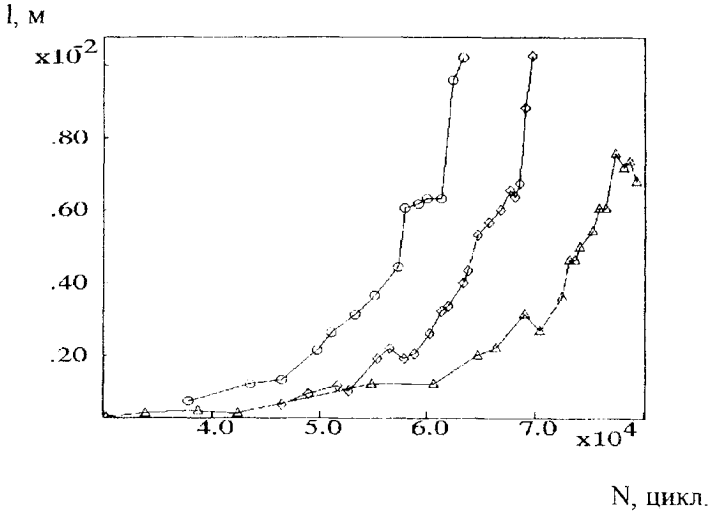


Рис.2. Зависимость длины трещины от числа циклов нагружения. Начальная амплитуда захвата, мм:
 ○ - 0,855; ◇ - 0,820; Δ - 0,815

На рис. 3 представлены зависимости амплитуды коэффициента интенсивности напряжений от числа циклов нагружения. Эти зависимости позволяют для различной амплитуды циклического нагружения выделить пороговый уровень коэффициента интенсивности, при котором происходит страгивание усталостной трещины, и критическое значение размаха коэффициента интенсивности напряжений, соответствующее окончательному разрушению образца. Диаграмма на рис. 4 характеризует трещиностойкость порошкового титана и выражает зависимость скорости роста трещины от значения коэффициента интенсивности. Используя данную диаграмму, циклическую вязкость разрушения можно характеризовать либо величиной порогового значения коэффициента интенсивности, либо пороговым значением скорости роста трещины, которая соответствует изменению ведущего механизма, определяющего процесс распространения трещины.

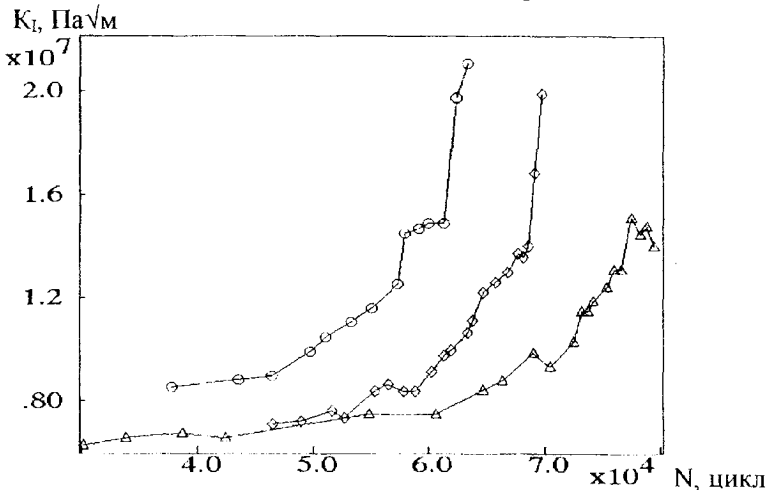


Рис. 3. Зависимость коэффициента интенсивности напряжений от числа циклов нагружения. Обозначения соответствуют рис. 2

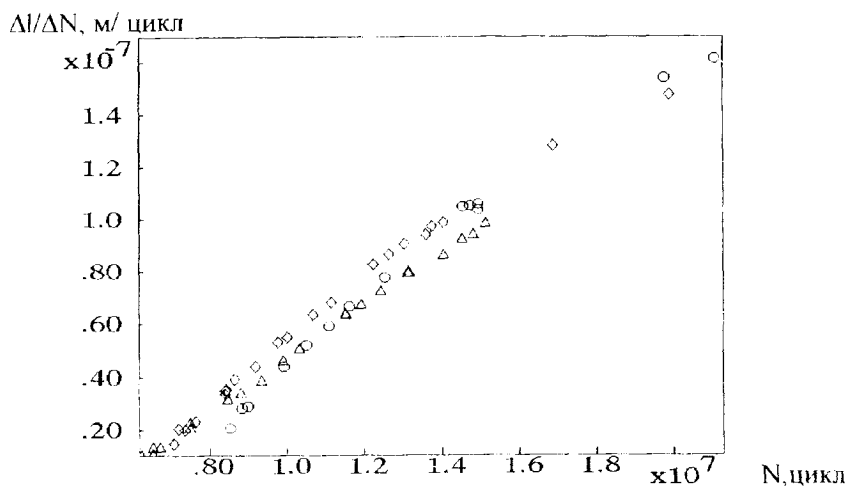


Рис. 4. Зависимость скорости распространения трещины от коэффициента интенсивности напряжений. Обозначения соответствуют рис.2

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (Грант 95-01-00203) и Госкомвуза РФ (Грант в области металлургии 1996-97 г.) Авторы признательны Республиканскому инженерно-техническому центру порошковой металлургии за предоставленный для испытаний материал.

Библиографический список

1. Фридман Я.Б. Механические свойства металлов: В 2 кн.: Кн.2/ Механические испытания. Конструкционная прочность. - М.: Машиностроение, 1974. - 370 с.
2. Экспериментальная механика: В 2-х кн.: Кн. 2./ Под ред. А. Кобаяси. - М.: Мир, 1990. - 552 с.
3. Сирагори М., Миеси Т., Мацусита Х. Вычислительная механика разрушения. - М.: Мир, 1986. - 334 с.
4. Новые методы оценки сопротивления металлов хрупкому разрушению. Под ред. Ю.Н. Работнова. - М.: Мир, 1972. - 438 с.
5. Вычислительные методы в механике разрушения. Под ред. С. Атлури. - М.: Мир, 1990. - 392 с.
6. Крауч С., Старфилд А. Метод граничных элементов в механике твердого тела. - М.: Мир, 1987. - 319 с.
7. Соколкин Ю.В., Чекалкин А.А., Бабушкин А.В. Прогнозирование физических и механических свойств порошковых и армированных высокопрочными волокнами металлических материалов // Известия вузов. Цветная металлургия. - 1995. - № 2 - С.53-57.