

Научная статья



DOI: 10.15593/2224-9354/2025.1.2

УДК 303.725.23:519.86

А.В. Ганичева, А.В. Ганичев

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИАЛОГА

Разработка и внедрение диалоговых систем в социально-экономическую жизнь общества является важной и особенно актуальной проблемой в условиях цифровизации производства продукции и общественных отношений. Для решения данной проблемы разрабатываются различные математические модели диалога. Это прежде всего многоагентные системы, основанные на нейронных сетях, генетических алгоритмах и других методах искусственного интеллекта. Однако результаты работы даже простейших «вопросно-ответных» систем не всегда удовлетворяют пользователей, и для разрешения ситуации приходится привлекать человека-оператора. Одним из направлений повышения эффективности диалоговых систем является применение для их построения совокупности различных математических методов и моделей. Большую эффективность при обработке информации показали методы теории массового обслуживания. Целью данной статьи является моделирование процесса диалога как системы массового обслуживания. Разработана схема диалога индивидуумов (людей или интеллектуальных агентов). Описаны потоки информации между участниками диалога. Эти потоки приняты пуассоновскими. Рассматриваемая система относительно участников диалога описана системой дифференциальных уравнений Колмогорова. Получено решение данной системы, которое можно рассматривать как дифференциальную модель диалога. Рассмотрена формализованная математическая модель диалога в установившемся режиме (при достаточно большом времени наблюдений). Этот случай наиболее характерен для анализа текстовых сообщений. Для пояснения разработанного метода рассмотрен числовой пример. Разработанная в статье модель может найти практическое применение для оценки состояний системы диалога, а также в качестве дополнительного инструмента к разрабатываемым диалоговым системам на основе методов искусственного интеллекта.

Ключевые слова: *информация, индивидуум, состояние, плотность потока, вероятность, система уравнений.*

Введение. В социальной и экономической сферах жизни общества существуют различные формы взаимоотношений между индивидуумами: сотрудничество, подчинение, соперничество, обучение, конфронтация и т.д.

Проведение полноценных экспериментов с целью всестороннего описания, анализа и прогнозирования процессов взаимоотношений между отдельными индивидуумами и их коллективами не во всех случаях и ситуациях представляется возможным. Поэтому для исследования процессов, происходящих при взаимоотношениях людей, разрабатываются математические модели [1].

© Ганичева А.В., Ганичев А.В., 2025

Ганичева Антонина Валериановна – канд. физ.-мат. наук, доцент, профессор кафедры физико-математических дисциплин и информационных технологий ФГБОУ ВО «Тверская государственная сельскохозяйственная академия», Тверь, e-mail: tgan55@yandex.ru.

Ганичев Алексей Валерианович – старший преподаватель кафедры информатики и прикладной математики ФГБОУ ВО «Тверской государственный технический университет», Тверь, e-mail: alexej.ganichev@yandex.ru.

Разработка таких моделей является особенно важной и актуальной в условиях внедрения цифровых технологий в жизнь общества. В настоящее время многие потребители информации «вопросно-ответных» систем оказываются в ситуации, когда интеллектуальные агенты не в состоянии ответить на поставленный им вопрос и приходится переводить диалог на человека-оператора. Одним из методов решения данной проблемы является моделирование ситуации диалога и доработка системы, обеспечивающей диалог с интеллектуальным агентом.

Можно отметить несколько современных направлений научных исследований, проводящихся в области моделирования взаимоотношений между индивидуумами (людьми, коллективами, интеллектуальными агентами).

Первое из этих направлений исследований связано с построением много-агентных систем [2]. Считается, что в настоящее время диалоговые системы являются одной из наиболее перспективных областей искусственного интеллекта [3]. Функции диалога в таких системах выполняет специальная подсистема. Для ее построения применяются различные математические методы: графовые конструкции [4], логические [5], алгебраические [6], продукционные [7] интегрированные [8] модели, системы бизнес-процессов [9].

Второе направление – распознавание речи [10, 11], текстовой [12] и другой информации [13]. Рассматриваются вопросы формирования устойчивых признаков распознавания говорящего [14], принятия решений [15], эргономики диалога [16], понимания учебного материала [17], формирования личности [18], статика и динамика диалога [19].

Третье направление связано с применением дифференциальных моделей. По нашему мнению, в них недостаточное внимание уделяется диалоговым системам. Среди дифференциальных моделей особое место занимают модели теории массового обслуживания. Теория массового обслуживания применяется для решения задач, сходных с диалогом, например, вопросами передачи и преобразования информации [20–25]. Однако только в работах [10, 23] методы теории массового обслуживания применяются для распознавания речи.

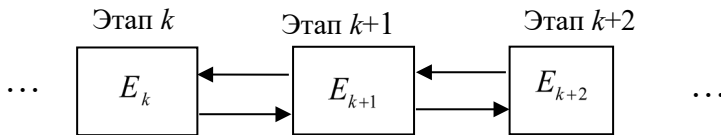
Целью данной работы является моделирование диалога с помощью методов теории массового обслуживания.

Для достижения цели надо решить следующие задачи:

- 1) представление диалоговой системы как системы массового обслуживания;
- 2) составление системы уравнений Колмогорова;
- 3) формализация модели диалога в установившемся режиме;
- 4) рассмотрение примера, поясняющего разработанный метод.

Методы и материалы. Пусть A и B – два участвующих в диалоге индивидуума, которых будем рассматривать в паре как «систему диалога». Пусть начинает диалог индивидуум A . Обозначим через E_1 – состояние системы первого этапа, когда A посылает информацию B , а B , находясь в состоянии системы второго этапа E_2 , посылает A в состоянии E_1 ответную информацию. Затем A

переходит в состояние E_2 и с учетом полученной информации от B в E_1 передает B в состояние E_3 (в которое к этому времени перешел B) новую информацию. После восприятия и осмысления B дает ответ A , переводя его в состояние E_2 , в котором к данному моменту находится A . И весь процесс повторяется. В общем виде с учетом геометрической интерпретации этот процесс можно показать следующим образом:



Пусть n – минимальное количество состояний, связанных с диалогом. Плотность потока единицы информации, идущую из состояния E_k в E_{k+1} ($k = \overline{1, n}$) в момент t , будем считать постоянной величиной, равной λ_1 . Аналогично плотность потока единицы информации, идущей из E_{k+1} в E_k ($k = \overline{1, n}$), также будем считать постоянной величиной, равной λ_2 . Пусть $\alpha_1 = \lambda_1 p_1$ обозначает долю тех единиц информации стороны A , которые дошли до понимания стороны B , благодаря одной единице стороны A при движении от E_k к E_{k+1} . Здесь p_1 – соответствующая вероятность понимания. Аналогично $\alpha_2 = \lambda_2 p_2$ – доля единиц стороны B , понятых стороной A при движении от E_{k+1} к E_k благодаря одной единице стороны B . Вероятности p_1 и p_2 считаем постоянными величинами.

Пусть $m_1(t)$ – математическое ожидание числа незадействованных единиц информационного потока стороны A в момент времени t . Аналогично $m_2(t)$ – математическое ожидание числа незадействованных единиц стороны B в момент времени t .

Примем, что $\Lambda_1 = \alpha_1 m_1(t)$ обозначает плотность потока при переходе из E_k в E_{k+1} , $\Lambda_2 = \alpha_2 m_2(t)$ обозначает плотность потока информации при переходе из состояния E_{k+1} в E_k .

Пусть $P_k^{(1)}(t)$ обозначает вероятность нахождения стороны A в состоянии E_k в момент времени t , $P_k^{(2)}(t)$ – вероятность нахождения стороны B в состоянии E_k в момент t . Тогда $P_k(t) = P_k^{(1)}(t) \cdot P_k^{(2)}(t)$ – вероятность того, что A и B в момент t находятся в состоянии E_k .

Будем считать поток информации, связанный с каждой единицей сторон A и B , пуассоновским, т. е. за малый промежуток времени появляется не более одной единицы информации и на непересекающиеся временные интервалы единицы информации поступают независимо.

Тогда рассматриваемую систему относительно участников A и B можно описать системой дифференциальных уравнений Колмогорова;

$$\begin{cases} (P_1(t))' = -P_1(t)\Lambda_1 + P_2(t)\Lambda_2; \\ (P_{k+1}(t))' = -P_{k+1}(t)\Lambda_1 + P_{k+2}(t)\Lambda_2 + P_k(t)\Lambda_1 - P_{k+1}(t)\Lambda_2; \\ (P_n(t))' = P_{n-1}(t)\Lambda_1 - P_n(t)\Lambda_2. \end{cases} \quad (1)$$

При этом выполняется нормировочное условие

$$\sum_{k=1}^n P_k(t) = 1, \quad (2)$$

здесь $(k = \overline{1, n-1})$.

Умножим первое уравнение системы (1) на n , второе – на $n-1$ и т.д.; последнее уравнение – на 1. Просуммируем полученные уравнения. Тогда левая часть суммы будет $\left[\sum_{k=1}^n kP_k(t) \right]' = m'(t)$. Здесь $m(t) = m_1(t) + m_2(t)$, т.е. среднее значение незадействованных с обеих сторон информационных единиц. Правая часть суммы после преобразований будет

$$\begin{aligned} & \Lambda_2(1 - P_1(t) - nP_{n+1}(t)) - \Lambda_1(1 - P_{n+1}(t) - nP_n(t)) = \\ & = \alpha_2 m_2(t)(1 - P_1(t) - nP_{n+1}(t)) - \alpha_1 m_1(t)(1 - P_{n+1}(t) - nP_n(t)). \end{aligned} \quad (3)$$

Обозначим $\beta_2(t) = 1 - P_1(t) - nP_{n+1}(t)$; $\beta_1(t) = 1 - P_{n+1}(t) - nP_n(t)$.

Отсюда получаем

$$m_1'(t) = \alpha_2 m_2(t)\beta_2(t) - \alpha_1 m_1(t)\beta_1(t) \quad (4)$$

или

$$m_1'(t) + \alpha_1 m_1(t)\beta_1(t) = -m_2'(t) + \alpha_2 m_2(t)\beta_2(t). \quad (5)$$

Пусть $m_2(t) = \text{const}$, $\beta_2(t) = \text{const}$, тогда условие (5) запишется в виде

$$m_1'(t) + \alpha_1 m_1(t)\beta_1(t) = d = \text{const}. \quad (6)$$

Решение имеет вид

$$m_1(t) = e^{\int \alpha_1 \beta_1(t) dt} \cdot \left[d \int e^{\int \alpha_1 \beta_1(t) dt} dt + C \right]. \quad (7)$$

Условие (5) можно рассматривать как дифференциальную модель диалога. Здесь наиболее интересен установившийся режим, который устанавливается при достаточно больших значениях t . В таком режиме вероятности нахождения системы в различных состояниях не зависят от времени, т.е. являются постоянными выражениями. А производные их равны нулю, m_1 и m_2 являются постоянными величинами.

При обычном диалоге такая ситуация маловероятна, если в качестве единиц информации рассматривать слова. Это возможно, когда единицы информации представляют собой, например, статьи законодательства, ключевые математические понятия и т.п. В этом случае система (1) и нормировочные условия (2) запишутся в виде

$$\begin{cases} -P_1(t)\Lambda_1 + P_2(t)\Lambda_2 = 0; \\ -P_{k+1}(t)\Lambda_1 + P_{k+2}(t)\Lambda_2 + P_k(t)\Lambda_1 - P_{k+1}(t)\Lambda_2 = 0; \\ P_{n-1}(t)\Lambda_1 - P_n(t)\Lambda_2 = 0; \end{cases} \quad (8)$$

$$\sum_{k=1}^n P_k(t) = 1.$$

Отсюда находим

$$\Lambda_1(P_1 + P_2 + \dots + P_{n-2}) = \Lambda_2(1 - P_1). \quad (9)$$

Это условие представляет собой модель диалога в установившемся режиме.

Результаты их обсуждения. Решим систему (9), не нарушая общности, при $n = 5$. Из первого уравнения находим

$$P_2 = P_1\Lambda_1 / \Lambda_2. \quad (10)$$

Подставим это выражение во второе уравнение при $k = 1$, получим

$$-(P_1\Lambda_1 / \Lambda_2)\Lambda_1 + P_3\Lambda_2 + P_1\Lambda_1 - (P_1\Lambda_1 / \Lambda_2)\Lambda_2 = 0.$$

Отсюда находим

$$P_3 = \Lambda_1 / \Lambda_2. \quad (11)$$

При $k = 2$ получим

$$-\frac{\Lambda_1^2}{\Lambda_2} + P_4\Lambda_2 + (P_1\Lambda_1 / \Lambda_2)\Lambda_1 - \Lambda_1 = 0.$$

Тогда

$$P_4 = \frac{\Lambda_1^2}{\Lambda_2^2} - \frac{P_1 \Lambda_1^2}{\Lambda_2^2} + \frac{\Lambda_1}{\Lambda_2}. \quad (12)$$

Из последнего уравнения находим

$$P_5 = \frac{\Lambda_1^3}{\Lambda_2^3} - \frac{P_1 \Lambda_1^3}{\Lambda_2^3} + \frac{\Lambda_1^2}{\Lambda_2^2}. \quad (13)$$

Подставим найденные значения в нормировочные условия, получим

$$P_1 + P_1 \frac{\Lambda_1}{\Lambda_2} + \frac{2\Lambda_1}{\Lambda_2} + \frac{2\Lambda_1^2}{\Lambda_2^2} - \frac{P_1 \Lambda_1^2}{\Lambda_2^2} + \frac{\Lambda_1^3}{\Lambda_2^3} - \frac{P_1 \Lambda_1^3}{\Lambda_2^3} = 1.$$

Отсюда находим P_1 :

$$P_1 = \left(1 - \frac{2\Lambda_1}{\Lambda_2} + \frac{2\Lambda_1^2}{\Lambda_2^2} + \frac{\Lambda_1^3}{\Lambda_2^3} \right) / \left(1 + \frac{\Lambda_1}{\Lambda_2} - \frac{\Lambda_1^2}{\Lambda_2^2} - \frac{\Lambda_1^3}{\Lambda_2^3} \right). \quad (14)$$

Из (10)–(14) получаем значения для P_2 , P_3 , P_4 , P_5 .

На основе рассчитанных вероятностей состояний системы можно осуществлять управление процессом диалога.

Использование вероятностного метода оправдано, когда можно провести достаточное количество наблюдений в однотипных условиях и информация носит четкий характер. В противном случае следует применять анализ нечетких систем массового обслуживания. При этом используется теория нечетких множеств и нечеткая логика.

Разработка диалоговых систем – важная и сложная задача. Как показывает анализ современных исследований в этой области и результаты практического применения диалоговых систем, одного математического метода для решения данной проблемы в полном объеме оказывается недостаточно. Поэтому при проведении дальнейших исследований следует ориентироваться на применение совокупности методов при разработке даже одной диалоговой системы.

Заключение. Предложен новый метод описания и анализа диалога индивидуумов (людей или интеллектуальных агентов). Диалоговая система рассматривается как система массового обслуживания [26]. Для ее описания и анализа составлена система дифференциальных уравнений Колмогорова [27]. Рассмотрен случай модели диалога в установившемся режиме, который устанавливается при достаточно больших значениях времени наблюдения. Для пояснения разработанного метода описания диалога приведен поясняющий пример.

Дальнейшим развитием исследований, проводимых в данной работе, является разработка модели диалога по нечеткой информации и модели взаимодействия многих участников.

Список литературы

1. Ганичева, А.В. Модель системной динамики процесса обучения [Электронный ресурс] / А.В. Ганичева, А.В. Ганичев // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. – 2019. – №7 (1). DOI: 10.26102/2310-6018/2019.24.1.006 – URL: https://moit.vivt.ru/wp-content/uploads/2019/01/GanichevaGanichev_1_19_1.pdf.
2. Рыбина, Г.В. Моделирование процессов взаимодействия интеллектуальных агентов в многоагентных системах / Г.В. Рыбина, С.С. Паронджанов // Искусственный интеллект и принятие решений. – 2008. – № 3. – С. 3–15.
3. Клышинский, Э.С. Проблемы обработки естественного языка в диалоговых системах / Э.С. Клышинский, Ю.А. Жеребцова, А.В. Чижик // Системный администратор. – 2019. – № 10. – С. 82–91.
4. Дьяконов, А.Г. Построение и визуализация обобщенного графа диалога по корпусу диалогов / А.Г. Дьяконов, П.А. Штыков // Прикладная дискретная математика. – 2023. – № 59. – С. 111–127.
5. Скрипник, К.Д. Логические модели диалога / К.Д. Скрипник. – Ростов н/Д: РИО Ростовского филиала РТА, 2001. – 100 с.
6. Зуенко, А.А. Алгебраическая модель вопросно-ответного диалога для построения индивидуальной траектории обучения / А.А. Зуенко // Труды Кольского научного центра РАН. – 2014. – № 5. – С. 150–157.
7. Кучуганов, В.Н. Элементы теории ассоциативной семантики / В.Н. Кучуганов // Управление большими системами. – 2012. – № 40. – С. 30–48.
8. Попов, В.Л. Формирование многофакторной интегрированной модели управления развитием организации / В.Л. Попов // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Социально-экономические науки. – 2024. – № 2. – С. 149–159.
9. Маслобоев, А.В. Модели и алгоритмы взаимодействия программных агентов в виртуальной бизнес-среде развития инноваций / А.В. Маслобоев // Вестник МГТУ. – 2009. – Т. 12, № 2. – С. 224–234.
10. Фархадов, М.П. Распознавание речи в системах массового обслуживания населения / М.П. Фархадов // Труды СПИИРАН. – 2011. – № 19. С. 65–86.
11. Жеребцова, Ю.А. Проблемы обработки естественного языка в диалоговых системах / Ю.А. Жеребцова // Системный администратор. – 2019. – № 10 (203). – С. 82–91.
12. Молчанов, А.Н. Математическая модель текста на естественном языке, учитывающая свойство когерентности [Электронный ресурс] / А.Н. Молчанов, А.В. Скурнович // Интернет-журнал «Науковедение». – 2015. – Т. 7, № 1. – URL: <http://naukovedenie.ru/PDF/70TVN115>.
13. Тазетдинов, А.Д. О некоторых характеристиках математической модели процесса понимания информации / А.Д. Тазетдинов // Научно-технические

ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Информатика. Телекоммуникации. Управление. – 2010. – № 5 (108). – С. 62–68.

14. Ткачя, А.В. Методика формирования устойчивых к эмоциям информативных признаков для задачи распознавания речи / А.В. Ткачя // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. – 2015. – Т. 58, № 6. – С. 443–450.

15. Ахмад, Х.М. Математические модели принятия решений в задачах распознавания говорящего / Х.М. Ахмад // Вестник Тамбовского государственного технического университета. – 2008. – Т. 14, № 1. – С. 19–31.

16. Лавров, Е.А. Эргономические исследования системы «студент-компьютер»: разработка математических моделей элементов диалога / Е.А. Лавров, Н.Л. Барченко // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2010. – Т. 1, № 7 (43). – С. 23–29.

17. Михайлова, Н.В. Педагогические инновационные процессы в методологии математического анализа и «феномен понимания» / Н.В. Михайлова // Инновации в образовании. – 2024. – № 6. – С. 25–34.

18. Ганичева, А.В. Системное представление процесса формирования личности / А.В. Ганичева // Перспективы развития информационных технологий: материалы Всерос. науч.-практ. конф. с междунар. участием. – Новосибирск: СИБПРИНТ, 2010. – С. 46–50.

19. Донцов, О.Г. Об аспектах многоуровневого управления разнорольной деятельностью IT-специалиста медицинского учреждения / О.Г. Донцов, С.Л. Гольдштейн, Е.М. Грицюк // Системная интеграция в здравоохранении. – 2022. – № 2 (55). – С. 5–15.

20. Емельянов, А.А. Модели процессов массового обслуживания [Электронный ресурс] / А.А. Емельянов // Прикладная информатика. – 2008. – № 5. – С. 93–131. – URL: <https://rucont.ru/efd/450700> (дата обращения: 01.11.2024).

21. Бобков, С.П. Подходы к моделированию систем массового обслуживания / С.П. Бобков // Известия высших учебных заведений. Экономика, финансы и управление производством. – 2021. – № 03 (49). – С. 130–134. DOI: 10.6060/ivecofin.2021493.559

22. Исследование моделей систем массового обслуживания в информационных сетях / Н.И. Головкин, В.О. Каретник, В.Е. Танин, И.И. Сафонюк // Сибирский журнал индустриальной математики. – 2008. – Т. 11, № 2. – С. 50–64.

23. Открытые системы массового обслуживания с распознаванием речи / В.А. Жожикашвили [и др.]. // Проблемы управления. – 2003. – № 4. – С. 55–62.

24. Лабинский, А.Ю. Компьютерное моделирование систем массового обслуживания / А.Ю. Лабинский // Вестник Санкт-Петербургского университета Государственной противопожарной службы МЧС России. – 2020. – № 4. – С. 139–145.

25. Осипов, Г.С. Компьютерное моделирование систем массового обслуживания с ограничениями [Электронный ресурс] / Г.С. Осипов // Современные наукоемкие технологии. – 2019. – № 12-2. – С. 293–298. – URL: <https://top-technologies.ru/ru/article/view?id=37874> (дата обращения: 01.11.2024).

26. Ганичева, А.В. Системный подход к процессу получения и формирования знаний / А.В. Ганичева // В мире научных открытий. – 2011. – № 12 (24). – С. 83–101.

27. Ганичева, А.В. Системный анализ образовательного процесса / А.В. Ганичева, А.В. Ганичев // Дистанционные образовательные технологии: материалы междунар. науч.-практ. конф. – Симферополь: Ариал, 2021. – С. 230–235.

References

1. Ganicheva A.V., Ganichev A.V. Model' sistemnoi dinamiki protsessa obucheniia [Model of system dynamics of process of training]. *Modelirovanie, optimizatsiia i informatsionnye tekhnologii*, 2019, no. 7 (1), DOI: 10.26102/2310-6018/2019.24.1.006, available at: https://moit.vivt.ru/wp-content/uploads/2019/01/GanichevaGanichev_1_19_1.pdf (accessed 01.11.2024).

2. Rybina G.V., Parondzhanov S.S. Modelirovanie protsessov vzaimodeistviia intellektual'nykh agentov v mnogoagentnykh sistemakh [Modeling of intelligent agent interactions for multiagent systems]. *Iskusstvennyi intellekt i priniatie reshenii*, 2008, no. 3, pp. 3–15.

3. Klyshinskii E.S., Zherebtsova Iu.A., Chizhik A.V. Problemy obrabotki estestvennogo iazyka v dialogovykh sistemakh [Natural language understanding challenges in dialogue systems]. *Sistemnyi administrator*, 2019, no. 10, pp. 82–91.

4. D'iakonov A.G., Shtykov P.A. Postroenie i vizualizatsiia obobshchennogo grafa dialoga po korpusu dialogov [A generalized dialogue graph construction and visualization based on a corpus of dialogues]. *Prikladnaia diskretnaia matematika*, 2023, no. 59, pp. 111–127.

5. Skripnik K.D. Logicheskie modeli dialoga [Logical models of dialogue]. Rostov-on-Don, Rostov branch of the Russian Customs Academy, 2001, 100 p.

6. Zuenko A.A. Algebraicheskaia model' voprosno-otvetnogo dialoga dlia postroeniia individual'noi traektorii obucheniia [Algebraic model of question-and-answer dialogue for building personal teaching trajectory]. *Trudy Kol'skogo nauchnogo tsentra RAN*, 2014, no. 5, pp. 150–157.

7. Kuchuganov V.N. Elementy teorii assotsiativnoi semantiki [Elements of associative semantic theory]. *Upravlenie bol'shimi sistemami*, 2012, no. 40, pp. 30–48.

8. Popov V.L. Formirovanie mnogofaktornoi integrirovannoi modeli upravleniia razvitiem organizatsii [Formation of a multifactor integrated model of organizational development management]. *PNRPU Sociology and Economics Bulletin*, 2024, no. 2, pp. 149–159.

9. Masloboev A.V. Modeli i algoritmy vzaimodeistviia programmnykh agentov v virtual'noi biznes-srede razvitiia innovatsii [Software agents interaction models and algorithms in the virtual business environment of innovation development]. *Vestnik Murmanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2009, vol. 12, no. 2, pp. 224–234.
10. Farkhadov M.P. Raspoznavanie rechi v sistemakh massovogo obsluzhivaniia naseleniia [Speech recognition in the automated queuing service systems for users]. *Trudy SPIIRAN*, 2011, no. 19, pp. 65–86.
11. Zherebtsova Iu.A. Problemy obrabotki estestvennogo iazyka v dialogovykh sistemakh [Natural language understanding challenges in dialogue systems]. *Sistemnyi administrator*, 2019, no. 10 (203), pp. 82–91.
12. Molchanov A.N., Skurnovich A.V. Matematicheskaiia model' teksta na estestvennom iazyke, uchityvaiushchaia svoistvo kogerentnosti [Mathematical model of natural language text for estimating coherence]. *Naukovedenie*, 2015, vol. 7, no. 1, available at: <http://naukovedenie.ru/PDF/70TVN115> (accessed 01.11.2024).
13. Tazetdinov A.D. O nekotorykh kharakteristikakh matematicheskoi modeli protsessa ponimaniia informatsii [On some characteristics of the mathematical model of the process of understanding information]. *Nauchno-tekhnicheskie vedomosti Sankt-Peterburgskogo gosudarstvennogo politekhnicheskogo universiteta. Informatika. Telekommunikatsii. Upravlenie*, 2010, no. 5 (108), pp. 62–68.
14. Tkachenia A.V. Metodika formirovaniia ustoichivyykh k emotsiiam informativnykh priznakov dlia zadachi raspoznavaniia rechi [Development of emotion-tolerant informative indicators for speech recognition problem]. *Izvestiia vysshikh uchebnykh zavedenii. Priborostroenie*, 2015, vol. 58, no. 6, pp. 443–450.
15. Akhmad Kh.M. Matematicheskie modeli priniatiia reshenii v zadachakh raspoznavaniia govoriashchego [Decision-making mathematical models for tasks of speaker's recognition]. *Vestnik Tambovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2008, vol. 14, no. 1, pp. 19–31.
16. Lavrov E.A., Barchenko N.L. Ergonomicheskie issledovaniia sistemy “student-komp'iuter”: razrabotka matematicheskikh modelei elementov dialoga [Ergonomic studies of the “student-computer system”: Developing mathematical models of dialogue elements]. *Vostochno-evropeiskii zhurnal peredovykh tekhnologii*, 2010, vol. 1, no. 7 (43), pp. 23–29.
17. Mikhailova N.V. Pedagogicheskie innovatsionnye protsessy v metodologii matematicheskogo analiza i “fenomen ponimaniia” [Pedagogical innovation processes in methodology of mathematical education and the phenomenon of understanding]. *Innovatsii v obrazovanii*, 2024, no. 6, pp. 25–34.
18. Ganiecheva A.V. Sistemnoe predstavlenie protsessa formirovaniia lichnosti [Systematic representation of personality formation process]. *Perspektivy razvitiia informatsionnykh tekhnologii*. Proc. All-Russ. Conf. Novosibirsk, SIBPRINT, 2010, pp. 46–50.

19. Dontsov O.G., Gol'dshtein S.L., Gritsiuk E.M. Ob aspektakh mnogourovneвого upravleniia raznoroievoi deiatel'nost'iu IT-spetsialista meditsinskogo uchrezhdeniia [On aspects of multi-level management of multi-role activities of an it specialist of a medical institution]. *Sistemnaia integratsiia v zdavookhraneni*, 2022, no. 2 (55), pp. 5–15.
20. Emel'ianov A.A. Modeli protsessov massovogo obsluzhivaniia [Models of queueing processes]. *Prikladnaia informatika*, 2008, no. 5, pp. 93–131, available at: <https://rucont.ru/efd/450700> (accessed 01.11.2024).
21. Bobkov S.P. Podkhody k modelirovaniu sistem massovogo obsluzhivaniia [Approaches to simulation of queueing systems]. *Izvestiia vysshikh uchebnykh zavedenii. Ekonomika, finansy i upravlenie proizvodstvom*, 2021, no. 03 (49), pp. 130–134. DOI: 10.6060/ivecofin.2021493.559.
22. Golovko N.I., Karetnik V.O., Tanin V.E., Safoniuk I.I. Issledovanie modelei sistem massovogo obsluzhivaniia v informatsionnykh setiakh [Research of queueing systems models in information networks]. *Sibirskii zhurnal industrial'noi matematiki*, 2008, vol. 11, no. 2, pp. 50–64.
23. Zhozhikashvili V.A. et al. Otkrytye sistemy massovogo obsluzhivaniia s raspoznavaniem rechi [Open queueing systems with speech recognition]. *Problemy upravleniia*, 2003, no. 4, pp. 55–62.
24. Labinskii A.Iu. Komp'iuternoe modelirovanie sistem massovogo obsluzhivaniia [The computing simulation of the queueing system]. *Vestnik Sankt-Peterburgskogo universiteta Gosudarstvennoi protivopozharnoi sluzhby MChS Rossii*, 2020, no. 4, pp. 139–145.
25. Osipov G.S. Komp'iuternoe modelirovanie sistem massovogo obsluzhivaniia s ogranicheniiami [Computer modeling of queueing systems with limitations]. *Sovremennye naukoemkie tekhnologii*, 2019, no. 12-2, pp. 293–298, available at: <https://top-technologies.ru/ru/article/view?id=37874> (accessed 01.11.2024).
26. Ganicheva A.V. Sistemnyi podkhod k protsessu polucheniia i formirovaniia znaniia [System analysis of the educational process]. *V mire nauchnykh otkrytii*, 2011, no. 12 (24), pp. 83–101.
27. Ganicheva A.V., Ganichev A.V. Sistemnyi analiz obrazovatel'nogo protsessa [System analysis of the educational process]. *Distantionnye obrazovatel'nye tekhnologii*. Proc. Int. Conf. Simferopol, Arial, 2021, pp. 230–235.

Оригинальность 94%

Поступила 06.11.2024 Одобрена 05.12.2024 Принята к публикации 23.12.2024

A.V. Ganicheva, A.V. Ganichev

THE MATHEMATICAL MODEL OF THE DIALOGUE

The development and implementation of dialogue systems in the socio-economic life of society is an important and especially urgent problem in the context of production and public relations digitalization. Various mathematical models of dialogue are being developed to solve this problem. These are primarily multi-agent systems based on neural networks, genetic algorithms and other artificial intelligence methods. However, the results of even the simplest "question-and-answer" systems do not always satisfy users, and a human operator has to be involved to resolve the situation. One way to increase the effectiveness of dialog systems is using a combination of various mathematical methods and models for their design. Methods of queuing theory have shown great efficiency in information processing. The purpose of this article is to model the dialogue process as a queuing system. A scheme of dialogue between individuals (people or intellectual agents) has been developed. The information flows between the participants of the dialogue are described. These flows are assumed to be Poisson flows. The system under consideration with respect to the participants in the dialogue is described by the Kolmogorov system of differential equations. A solution of this system has been obtained, which can be considered as a differential model of dialogue. A mathematically formalized model of dialogue in steady-state mode (with a sufficiently long observation time) is considered. This case is most typical for text message analysis. To explain the developed method, a numerical example is considered. The model developed in the article can be made use of in assessing the state of the dialogue system, as well as in applying it as an additional tool to the dialogue systems being developed based on artificial intelligence methods.

Keywords: information, individual, state, flow density, probability, system of equations.

Antonina V. Ganicheva – Cand. Sc. (Physics and mathematics), Professor, School of Physical and Mathematical Sciences and Information Technologies, Tver State Agricultural Academy, Tver, e-mail: tgan55@yandex.ru.

Aleksei V. Ganichev – Senior Lecturer, School of Computer Science and Applied Mathematics, Tver State Technical University, Tver, e-mail: alexej.ganichev@yandex.ru.

Received 06.11.2024

Accepted 05.12.2024

Published 23.12.2024

Финансирование. Исследование не имело спонсорской поддержки.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов равноценен.

Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:

Ганичева А.В. Математическая модель диалога / А.В. Ганичева, А.В. Ганичев // Вестник ПНИПУ. Социально-экономические науки. – 2025. – № 1. – С. 28–39.

Please cite this article in English as:

Ganicheva A.V., Ganichev A.V. The mathematical model of the dialogue. *PNRPU Sociology and Economics Bulletin*, 2025, no. 1, pp. 28-39. (*In Russ.*).