

УДК 539.3

П.В.Трусов

Пермский государственный технический университет (Пермь)

**НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ НЕЛИНЕЙНОЙ МЕХАНИКИ
ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА
(в порядке обсуждения)**

Abstract

The some questions about classical and generalized continuums application for large non-elastic deformation are discussed. As is well known, the diffeomorphism hypothesis is the main hypothesis in basic materials continuum models. There are many examples, when this hypothesis is false. In this connection the questions about competence of application for these processes describing of materials continuum models, about moving description modes, about the basic equations formulation are emerged. This paper is devoted to discussion of these questions and some ways for their solution.

В настоящей работе будут в основном рассматриваться твердые тела и смеси твердых тел с жидкостями. Будем пользоваться описательными определениями этих понятий, принятыми в механике [3]. Материальные объекты будут называться твердыми телами, если под действием равновесной системы нагрузок, приводящих к напряжениям, малым по сравнению с критическими напряжениями для данного материала (например, по сравнению с пределом текучести), они способны сохранять свою форму и размеры физически бесконечно долгое время. Напротив, под жидкостями будут пониматься материальные объекты, испытывающие изменение формы и размеров под действием сколь угодно малых нагрузок. Например, если устранить действие поверхностного натяжения, то капля жидкости под действием силы тяжести будет расплываться в (физически) бесконечно тонкую пленку.

Поскольку в настоящей работе речь будет идти об определяющих соотношениях для различных материалов, рассмотрение ограничено представительным объемом [5] (того или иного масштабного уровня). Под представительным объемом (ПО) понимается минимальный объем материала, в котором содержится достаточное для статистического описания состояния тела число «носителей» рассматриваемых (на выбранном масштабном уровне) механизмов процесса. Добавление к этому объему других объемов материала с аналогичной (в статистическом смысле) конфигурацией «носителей» анализируемых механизмов не должно приводить к изменению отклика материала на любые воздействия, однородно распределенные по рассматриваемым объемам.

В настоящее время подавляющее большинство известных моделей твердых тел основаны на широко используемом в классической механике деформируемого твердого тела (МДТТ) постулате непрерывности материальных линий и поверхностей, в соответствии с которым принимается взаимно-однозначность отображения исходной конфигурации в текущую и, наоборот (гомеоморфизм), с непрерывными производными (диффеоморфизм). Следует отметить, что известные модели обобщенных континуумов (Коссера, градиентные теории, микроморфный континуум) унаследовали этот постулат. Таким образом, в МДТТ введенные в любой конфигурации материальные линии и поверхности в течение всего процесса деформирования полагаются состоящими из одних и тех же материальных частиц (заметим, что при этом понятие «частица» в большинстве работ не обсуждается); в дальнейшем будем говорить, что в ситуации, когда материальные линии и поверхности остаются непрерывными и гладкими, сохраняется «ло-

кальная топология». Основываясь на этом свойстве, в дальнейшем определяются разные меры деформации на различных масштабных уровнях. Однако в реальных материалах и процессах локальная топология сохраняется только для достаточно узкого класса процессов в компактных материалах при небольших деформациях, что подробнее будет излагаться ниже.

Факт нарушения локальной топологии механиками осознавался давно, по крайней мере на интуитивном уровне. В связи с этим для некоторых сред, в первую очередь реальных жидкостей (газов), в большинстве случаев введение материальных линий и поверхностей считается лишеным смысла, равно как и введение для них понятия деформации. За исключением редких случаев (например, так называемого пробочного течения) введенные в некоторый момент времени материальные линии весьма быстро расплываются, частицы, бывшие бесконечно близкими в некоторый момент, могут через короткое время находиться на значительных расстояниях друг от друга. В то же время, как представляется, менее осознается неразрывность понятий сохранения локальной топологии и характерных времен для любого материала и любого процесса воздействия на него. Например, даже для классических жидкостей (типа воды) локальное сохранение ближнего порядка имеет место на очень коротких интервалах времени, и если воздействия имеют сопоставимые времена (скорости), то рассматриваемое тело следует трактовать как твердое. С качественной точки зрения последнее отчасти описано физиками, но практически отсутствует в механике.

При этом чем ближе материал к жидкости, тем в более малых масштабах происходит нарушение диффеоморфизма, в реальных жидкостях – на молекулярном и атомарном уровне. Следует отметить, что в твердых телах также имеют место «перескоки» атомов, но это акты редкие, хаотические, не приводящие к направленному массопереносу и необратимой деформации (если, конечно, не говорить о диффузионной ползучести и подобных явлениях, где имеет место направленный массоперенос; следует отметить, что для таких процессов весьма проблематичным является использование классических моделей твердых тел и даже таких основополагающих понятий, как перемещение, деформации). В то же время следует учитывать, что в некоторых процессах и материалах процессы диффузии могут приводить к существенному изменению свойств как следствию изменения микроструктуры (на мезо-, микро- и атомарном уровнях); примерами могут служить сегрегация примесных атомов на границах зерен, закрепление дислокаций атмосферами примесных атомов (старение), рекристаллизация. Следовательно, перестройки атомарной структуры, изменение локальной топологии даже на атомарном уровне могут приводить к вполне ощутимому изменению макросвойств материала. Конечно, традиционно эта сфера отнесена к компетенции физиков-материаловедов, однако они не занимаются решением задач, возникающих при разработке технологических процессов термомеханической обработки и конструкций, это – удел механиков. Неучет указанных эффектов может приводить к качественно неверным результатам решения соответствующих задач.

Попутно возникает вопрос: можно ли изменение конфигурации тел в случае диффузионной ползучести считать деформацией в привычном для механиков смысле? Вероятно, можно, но только в том случае, если на уровне представительного объема рассматриваемого масштабного уровня процессы диффузии проходят достаточно равномерно. При этом вопросы аддитивности или мультипликативности деформаций за счет диффузии и других составляющих надо решать каждый раз отдельно и очень аккуратно, поскольку, по сути своей, процессы обычного деформирования и диффузии зависимы (диффузия может приводить к изменению микроструктуры, а следовательно, и свойств материала; с другой стороны, деформирование ведет к изменению микроструктуры и диффузионных свойств). Скорее всего, имеют место нелинейные связи,

поэтому нет аддитивности и перестановочности. Как представляется, сказанное относится и к температурным деформациям.

Указанный постулат (диффеоморфизма) также едва ли применим для многих процессов неупругого деформирования при глубоких формоизменениях, для которых даже само понятие меры деформации в обычном смысле (как меры изменения длин материальных волокон и углов между ними) становится неприменимым. Ярким примером такого процесса может служить деформирование в режиме сверхпластичности (СП), когда при неизменном размере зерна удлинения образцов при растяжении составляют сотни и тысячи процентов; понятно, что это возможно только при потере локальной близости частиц-зерен. Для того же материала в режиме обычной пластичности (конечно, при малых и умеренных деформациях) гипотеза сохранения локальной топологии может быть принята с высокой степенью адекватности, однако при условии, что зерна (субзерна) поликристалла будут сами существенно изменять форму и размеры (т.е. дробиться).

В то же время и в том, и в другом случае речь может идти об одном и том же, химически и физически одинаковом материале. Конечно, для специалистов в области построения конститутивных моделей нет ничего необычного в том, что одни и те же материалы в разных диапазонах изменения параметров воздействия ведут себя совершенно по-разному. Однако в данном случае имеет место более глубокий аспект теории – превращение материала в процессе термомеханических воздействий на него в совершенно другой, для которого исходный способ описания движения (лагранжев отсчетный или материальный) становится принципиально неприменимым.

Как уже отмечено выше, строго говоря, с позиций физики и механики диффеоморфизм «не работает» даже при обычных глубоких пластических деформациях, когда имеет место, например, существенное увеличение площади поверхности обрабатываемого материала. С математической точки зрения ситуация выглядит вполне корректной, поскольку между любыми материальными отрезками и любыми материальными поверхностями в отсчетной K_0 и актуальной K_t конфигурациях сохраняется гомеоморфизм, мощности этих множеств равны (континуум). Но как только мы вспоминаем о дискретности вещества (для поликристаллических материалов «квантами» для большинства процессов можно считать субзерна и/или фрагменты) и конечности этих множеств, так становится очевидным, что диффеоморфизм нарушается; причем если взаимнооднозначность отображения при отсутствии жидкой фазы еще может быть установлена, то непрерывность нарушается безусловно. Для образования «добавочной» поверхности исходная материальная поверхность должна «подпитываться» материальными частицами (зернами, субзернами, фрагментами) изнутри. Понятно, что при этом нарушается и диффеоморфизм для внутренности исследуемой области. Еще менее соотносятся, как представляется, с физической картиной модели обобщенных континуумов [2] с их непрерывностью вращательных степеней свободы. Если говорить о поликристаллических (впрочем, и монокристаллических) материалах, подвергаемых глубоким пластическим деформациям, то в них существуют ярко выраженные границы зерен, субзерен, фрагментов, на которых повороты претерпевают разрывы первого рода. Строго говоря, к таким же поверхностям разрыва относятся дислокационные стенки и плоские скопления.

Существенное значение диффеоморфизм имеет и для понятий памяти и затухания памяти материала, внутреннего времени (используемого в эндохронной теории пластичности), поскольку они вводятся с применением тех или иных мер деформации. Все это наводит на крамольные мысли, что строгого физического обоснования теории (конститутивные модели) МДТТ для больших деформаций не имеют и едва ли могут иметь место в принципе. Известные теории можно считать более-менее обоснованными

для малых деформаций, но и в этом случае необходимо оценивать приемлемость основополагающей гипотезы (диффеоморфизма).

Возможно, именно с этим обстоятельством связано отсутствие до настоящего времени достаточно корректной и точной геометрически нелинейной теории пластичности (несмотря на обилие вариантов). В то же время для описания процессов обработки металлов давлением (ОМД) давно и весьма успешно во многих практически важных случаях применяется теория пластического течения (ТПТ) (в разных модификациях), которая считается простейшей из теорий пластичности и пригодной только для узкого класса процессов деформирования. Парадокс?! В истинном смысле слова так и есть (парадокс – явление, не соответствующее обычным представлениям, кажущееся неожиданным, невероятным). В том-то и дело, что – «кажущееся». Вспомним, что в истоках ТПТ лежит, по сути, теория (нелинейно) вязкой жидкости. Теория вязких жидкостей, в свою очередь, базируется на рассмотрении взаимодействий микрочастиц (атомов, молекул) «здесь и сейчас», в ней неважно – какие именно микрочастицы являются соседями в данный момент времени, с точки зрения внутренних взаимодействий они все эквивалентны. Вероятно, в условиях, когда для частиц (зерен, субзерен, фрагментов) твердого тела (поликристалла) реализуется подобная индифферентность к конкретным «соседям» (точнее, процесс замены соседей осуществляется «безболезненно»), имеет место эквивалентность связей между ними, модель вязкой жидкости оказывается вполне приемлемой. В ситуациях же, когда на отклик материала существенное влияние оказывает сам процесс замены «соседей», модель вязкой жидкости едва ли будет приемлемой.

В связи с вышесказанным уместно упомянуть выводы, сделанные Треска в результате 7-летних опытов на различных материалах (1863–70 гг.) [1]. Им утверждалось, что практически все материалы при соответствующих условиях способны именно течь подобно вязким жидкостям. При этом речь не идет о горячем деформировании материалов, где этот факт воспринимается практиками как само собой разумеющееся, подобный характер деформирования имеет место при довольно низких гомологических температурах. Но в этом случае можно было бы для решения реальных технологических задач использовать модель нелинейно-вязкой жидкости, не прибегая к сложным геометрически нелинейным соотношениям теории пластичности. Однако при этом тоже возникают вопросы: с какого момента материал можно считать «жидкоподобным», что является критерием такого перехода, от чего зависит нелинейная вязкость, как её определять? Какие черты твердого тела он наследует? С какого момента его опять надо считать твердым телом?

Надо отметить, что имеет место ещё один аспект, связанный с сохранением (отсутствием) локальной топологии. Материалы, не сохраняющие локальную топологию, оказываются чувствительными к скоростям деформаций, но не к «деформациям» (даже с учетом некорректности определения последних, этим понятием тем не менее пользуются практически все исследователи, включая специалистов по сверхпластичности). Материалы же с сохраняющейся локальной топологией обнаруживают весьма большую чувствительность к собственно деформациям и существенно меньшую – к скоростям деформаций (конечно, если не говорить о различиях в скоростях деформации на несколько порядков).

К материалам, для которых при одних скоростях (будем говорить о малых скоростях, более точно об этом – ниже) нагружения реакция определяется только скоростями деформации, а при больших скоростях важным параметром воздействия становится и собственно изменение конфигурации, можно отнести широко применяемые в последние десятилетия жидкие кристаллы, суспензии. Как представляется, подобные модели следует применять и для описания процессов кристаллизации, течения раство-

ров и расплавов полимеров (особенно в процессах полимеризации, стеклования). Вероятно, именно такого рода материалы имел в виду К. Трусделл [4], относя их к жидкостям, но в то же время оставляя для них «право на память», причем последняя определялась предысторией меры деформации, определенной в актуальной конфигурации как отсчетной, отсчитываемой в прошлое от текущего момента времени. Однако, к сожалению, в его работах отсутствуют даже намеки на способ определения этой самой деформации для жидкостей. Напомним, что в работах Трусделла жидкость (равно как твердое тело) определяется с позиций равноправных конфигураций. Для жидкости отсутствуют какие-либо исключительные, неискаженные конфигурации, все они равноправны друг другу, и группой равноправности в каждой из них является вся унимодулярная группа. В связи с вышесказанным более рациональным представляется говорить о материале, обладающим различной (в общем случае – изменяющейся) чувствительностью к деформациям, различной «глубиной памяти» о предшествующих деформациях. Предельными случаями такого материала являются жидкости (а еще более «крайним вариантом» являются газы) и твердые тела в традиционном понимании этих сред. Поэтому в дальнейшем эти термины («жидкость», «твердое тело») надо воспринимать как определенный сленг, используемый для краткости.

Каким же образом необходимо работать с материалами, проявляющими одновременно свойства и жидкости, и твердого тела, причем учитывая, что в процессе воздействий на материал соотношения между этими свойствами могут изменяться?

Конечно, можно пойти обычным путем: разграничить области воздействий, на границах осуществлять «перескок» от одного типа описания к другому. Однако дело в том, что зарождение одного материала идет в недрах другого, возможны обратные переходы, при этом именно переходные процессы представляют огромный интерес, в этих переходных состояниях ни одна из моделей («соседствующих областей» применимости тех или иных моделей) не работает. Эти переходы инициируются взаимодействием различных составляющих материала и различных механизмов их деформирования. Примером может служить процесс деформирования поликристаллических агрегатов, которые в первом (и довольно грубом) приближении можно считать двухфазными материалами: одна фаза – тело зерен, вторая – границы зерен. В процессе глубоких пластических деформаций, конечно, изменяются свойства зерен, но самое главное – происходит изменение как доли материала, которое надо отнести к границе, так и свойств границ. При этом последние меняются в результате взаимодействия с процессами, происходящими в зернах (выход решеточных дислокаций (РД), их диссоциация на зернограницные дислокации и взаимодействие с зернограницными дислокациями (ЗГД), резкое изменение внутренней энергии границ, изменение их способности обеспечивать зернограницное скольжение (ЗГС)). К данному классу процессов относится и широкий набор фазовых переходов в конденсированных средах.

В связи со свойством изменяемой локальной топологии возникает немало вопросов, часть (вероятно, малая) которых сформулирована ниже.

- 1.Применим ли для описания подобных сред континуальный подход?
- 2.Как в данном случае следует определять широко используемое в МСС понятие «частица»?
- 3.Каким образом для подобных материалов вводить способы описания движения, меры деформированного состояния?
- 4.Какие физические процессы управляют сохранением/нарушением локальной топологии; какие параметры должны отвечать за меру сохранения локальной топологии?
- 5.Какова структура конститутивной модели такого материала, конкретный вид соотношений модели?

6. Какова физическая связь между сохранением локальной топологии и чувствительностью реакции материала к деформациям?

Попытаемся ответить на эти вопросы.

1. По первому вопросу ответ, конечно, неоднозначен; принципиально он восходит к известному дуализму дискретного – непрерывного строения материи. Понятно, что уход к полностью дискретному описанию потребует спускаться по лестнице масштабов до молекул, атомов, а возможно, и далее (хотя чисто дискретного описания нет, и в этом случае взаимодействия описываются полевыми величинами). В ближайшие 5–10 лет эти подходы едва ли дадут возможность решать реальные задачи, в особенности – технологические, просто в силу совершенно гигантских потребностей в вычислительных ресурсах. Кроме того, при этом, без сомнения, возникнут проблемы, часть из которых можно предвидеть уже сегодня (например, физическая и численная неустойчивость), а часть можно будет идентифицировать только на стадии численных экспериментов. Кроме того, как представляется, континуальные подходы еще далеко не исчерпали себя. Таким образом, ответ на первый вопрос будем считать положительным.

2. Для ответа на второй вопрос введем некоторые понятия и определения. Предполагаем, что рассмотрение материального тела ведется на выбранных масштабных уровнях с соответствующим определением основных механических понятий (в особенности – представительного объема (ПО)). Для простоты анализ будем вести только на двух масштабах (например, макро и мезо), распространение понятий на более широкую иерархию масштабов не представляет сложности. При этом ориентироваться будем на построение моделей материалов на самом «большом», макроскопическом уровне.

С самого начала предполагается построение некоторого обобщенного континуума, представляющего собой многофазную среду.

Под материальной субчастицей i -го сорта будем понимать достаточно большую для приемлемости статистического осреднения совокупность микрочастиц (субзерен, фрагментов и ячеек кристаллов, молекул, атомов), состоящую в течение времени $\tau_{cs}^{(i)}$ из одних и тех же (пренебрегая флуктуациями в статистическом смысле) микрочастиц. По существу, субчастица есть не что иное, как частица следующего масштабного уровня («вниз» по масштабам). Для начала можно ограничиться тремя (или даже двумя) сортами субчастиц, условно: жидкость, кристаллическое и аморфное (не имеющие выделенных направлений и осей анизотропии) твердые тела. Две материальные субчастицы будем называть эквивалентными, если замена одной на другую не приводит к изменению реакции материала на уровне ПО (макроуровня) и эволюционных уравнений для явных внутренних переменных [5, 6]. В общем случае каждая субчастица может обладать тремя трансляционными, тремя ротационными и девятью деформационными степенями свободы. По сути, субчастица представляет собой «квант» материала, наименьший его объём, который вводится для исследуемого процесса и физического тела. В то же время субчастицы не являются жесткими, они могут претерпевать изменения конфигурации, которые могут вносить вклад в деформацию представительного объема более высокого масштабного уровня.

С точки зрения числа степеней свободы данный подход примыкает к модели микроморфного континуума [2]. Отличие заключается во введении с самого начала критических времен, различных сортов частиц и возможностью перехода субчастиц из одного сорта в другой. Вопрос о критериях перехода от одного сорта к другому пока остается открытым; возможными (и достаточно общими) «кандидатами» на входение в такие критерии являются внутренняя энергия (кинетическая и потенциальная составляющие) и конфигурационная энтропия. Заметим, что в отличие от микроморфного континуума, где все указанные моды присущи каждой субчастице на протяжении всего исследуемого интервала времени, в данном случае это необязательно – часть мод мо-

жет удаляться из рассмотрения в зависимости от перехода субчастиц из одного класса в другой. Например, для аморфных субчастиц, вероятно, нет необходимости в ротационных степенях свободы (если только ротация не вносит вклада в деформацию ПО). Для жидких субчастиц собственно деформации тоже лишены смысла, в то же время скорости деформаций являются вполне подходящими параметрами для них.

Материальной точкой (частицей) будем называть достаточно большую для приемлемости статистического осреднения, сохраняющую на протяжении времени τ_{cp} совокупность и взаиморасположение одних и тех же субчастиц (в пренебрежении флуктуациями в статистическом смысле, т.е. замены незначительной части субчастиц на эквивалентные субчастицы). Для упрощения определений можно, конечно, устранить понятие эквивалентности, но надо иметь в виду, что, во-первых, мы не ставим задачи отслеживания движения каждой субчастицы (в силу их огромного количества); во-вторых, на все эти процессы мы смотрим именно с позиций конститутивных соотношений, и если некоторая доля субчастиц заменяется на эквивалентные, не меняющие отклик, то нет необходимости обращать внимание на эти замены.

В случае одновременного стремления $\tau_{cs}^{(i)}, \tau_{cp} \rightarrow 0$ (точнее – по сравнению со временем процесса или с характерными временами существенного изменения параметров воздействия τ) получаем жидкость; для такого материала бессмысленно вводить микро- и субмикроструктуру, деформации, память материала. Если $\tau_{cs}^{(i)}, \tau_{cp}$ равны или больше времени τ , то рассматриваемый материал является деформируемым твердым телом. Иначе говоря, для твердых тел характерно сохранение локальной топологии, для жидкостей – нет. В то же время следует отметить, что если характерные времена τ существенного изменения параметров (или скоростей) воздействия на жидкость (в обычном смысле этого слова) сопоставимы с критическими временами (скоростями релаксации) $\tau_{cs}^{(i)}, \tau_{cp}$, то жидкость (в обычном смысле этого термина) следует рассматривать как твердое тело, что находит подтверждение в экспериментах.

Самым интересным (и самым трудным) вариантом является промежуточный. В силу этого для большей ясности ограничимся рассмотрением тел, представимых совокупностью субчастиц двух типов с характерными критическими временами («временами локальной близости») $\tau_{cs}^{(i)}, i = 1, 2$, существенно отличающимися друг от друга (пока объединим аморфную и кристаллическую фазы). Промежуточной ситуации будет соответствовать следующее соотношение масштабов характерных времен: $\tau_{cs}^{(1)} < \tau < \tau_{cs}^{(2)}$. Понятно, что ПО представляет собой двухфазную среду, состоящую из тела 1 («жидкости») и тела 2 (твердого тела). Дабы не отягчать терминологию дальнейшими определениями, будем считать, что доли каждой из фаз в ПО отличны от нулевых (иначе ситуация разрешается без особых проблем). Для классических жидкостей $\tau_{cs}^{(1)} = 0$. В случае, если $0 < \tau_{cp} < \tau$, будем говорить, что ПО есть ПО квазижидкости. Заметим, что в случае смесей возникает вопрос: можно ли определять $\tau_{cs}^{(i)}$ для каждой субчастицы отдельно? Действительно, если рассмотреть эмульсию (например, масло со взвешенными в нем твердыми частицами), то несмотря на стремление критического времени для масла к нулю, в эмульсии масло за счет поверхностного натяжения будет сохранять локальную близость со взвешенными частицами на значительных временах. Вероятно, τ_{cp} должны быть связаны с $\tau_{cs}^{(i)}$, простейший вариант – связь через объемные доли фаз. Например, для сверхпластичности (СП) это могут быть объемные доли «ядер» зерен и приграничных областей. В отличие от жидкости для квазижидкости, как представляется, возможно введение меры деформации и памяти.

По сути дела, понятия частицы и ПО в данном случае эквивалентны. При рассмотрении математических аспектов все параметры, характеризующие состояние ПО, осредняются и относятся к геометрическому центру ПО, который и будет трактоваться как материальная точка. Дополнительно для ПО потребуем, чтобы его размеры были достаточно малы, чтобы не возникало необходимости учитывать изменение всех параметров, определяющих его состояние, на этом масштабе. В случае, если возникает необходимость учета градиентов некоторых характеристик, значения градиентов требуемых порядков, вычисленные в геометрическом центре ПО, будем вводить в число (дополнительных) параметров состояния.

3. Данный вопрос относится, естественно, к частице (или ПО), поскольку на уровне субчастиц используются обычные способы и меры. С точки зрения задания движения наиболее общим является скоростное описание движения. Для жидкости вопросов не возникает, для нее применим только эйлеров способ описания. Для твердого тела приемлемы (и эквивалентны) любые из известных способов описания.

Наибольший интерес представляют квазижидкости. Здесь возможным вариантом является использование эйлерово-лагранжева подхода: в каждый момент времени определяются скорости субчастиц, составляющих ПО (частицу), скорость частицы определяется как скорость центра масс субчастиц, по которой интегрированием определяются перемещения. Для определения деформаций приемлемыми представляются два варианта. Если с достаточной точностью известны критические времена и материалы обладают только ограниченной памятью по отношению к деформационным воздействиям, можно использовать получаемые поля перемещений, из которых с применением меры, определенной в актуальной конфигурации, берется только некоторая часть, ограниченная определенной «глубиной памяти» (пример такого материала рассмотрен в статье в настоящем сборнике [7]). Мера «глубины памяти» (в качестве таковой может использоваться и физическое время, и длина дуги траектории деформации (в том числе неголономной меры деформации)), вообще говоря, зависит от взаимодействия субчастиц, их морфологии и долей субчастиц разных фаз, внутренней энергии, различных особенностей изучаемых процессов, которые еще предстоит вскрывать (возможно, в ходе реализации моделей). Для квазижидкости, вероятно, более приемлемой мерой «глубины памяти» будет некоторое критическое физическое время, время релаксации, забывания о предшествующей деформации, перехода в исходное состояние. Представляется физически обоснованным считать это время тем меньшим, чем больше доля частиц жидкой фазы. В пределе перехода к вязкой жидкости глубина памяти должна стремиться к нулю.

В уравнение для описания СП теперь можно ввести члены, отвечающие за деформацию; при этом деформация определяется по отношению к актуальной конфигурации на перемещениях, определенных глубиной памяти. Тем самым величины компонент тензора деформации определяются не только и не столько характером течения, сколько величиной глубины памяти. Если в ОС ввести члены, имеющие смысл деформационного упрочнения, то и упрочнение будет зависеть от глубины памяти: чем меньше последняя, тем меньшим будет и деформационное упрочнение; заметим, что скоростное упрочнение рассматривается отдельно.

Другим вариантом, и возможно, более приемлемым, представляется использование для определения деформаций либо осредненных по всему ПО полю перемещений субчастиц твердой фазы, либо по граничным (для ПО) субчастицам твердой фазы.

Здесь остается, по сути, тот же вопрос: при переходе ПО от квазижидкого к полностью твердому состоянию следует ли учитывать деформацию в квазижидком состоянии? Например, несмотря на то, что для исследования СПД в большинстве случаев применяются модели нелинейно-вязкой жидкости, собственно способность материалов

испытывать СПД оценивается полными деформациями. Вероятно, данный вопрос более правильно будет решать с позиций конкретного физического процесса и его механизмов. Например, для СП необходимо проанализировать, будут ли макрохарактеристики (например, остаточная деформация после выхода из режима СПД) зависеть от длины дуги пластической деформации в состоянии СПД?

4. Ответить на первую часть вопроса для всего упомянутого спектра процессов, для которых необходимы модели рассматриваемого класса, конечно, невозможно, поскольку физические механизмы в этих процессах существенно отличаются. Для СП наиболее важными на сегодняшний день видятся процессы, происходящие в границах зерен в их взаимодействии с деформациями зерен (выходом РД в границы, диссоциацией РД на ЗГД, взаимодействием вошедших РД с существующими в границах ЗГД, диффузионные процессы в границах, обуславливающие перестройку субструктуры и морфологии границ для облегчения ЗГС). Отсутствие «подпитки» границ РД вследствие, например, образования внутризеренных дислокационных субструктур (что может иметь место при больших размерах зерен или при большой скорости нагружения и инициации множественного скольжения, порождающего реакции между дислокациями) ведет к недостаточности «строительного материала» для ЗГД, стабилизации внутренней энергии границ. Заметим, что известны случаи СПД с весьма большими размерами зерен (вплоть до 500 мкм), что можно объяснить движением дислокаций только по «мантии» зерен, но роль ЗГС при этом остается лидирующей.

Вторая часть вопроса тоже весьма непростая, и тоже едва ли удастся установить достаточно общие параметры – требуется изучение конкретной физики. Вероятно, общим для всех моделей является внутренняя энергия системы, соотношение кинетической и потенциальной составляющих внутренней энергии микрочастиц, чем выше это соотношение – тем ближе материал к жидкости, и наоборот.

5. Будем следовать подходу, основанному на введении внутренних переменных. Напомним, что данный подход основан на следующей гипотезе [5, 6]: поведение материала (ПО) «здесь и сейчас» полагается полностью определенными значениями параметров воздействия, физико-механических констант и явных внутренних переменных; неявные внутренние переменные не сказываются на этом отклике материала, однако определяют эволюцию явных внутренних переменных. Конститутивная модель будет также представляться совокупностью трех групп уравнений – определяющих соотношений (ОС), эволюционных уравнений для неявных внутренних переменных \mathbf{J}_β^i (ЭУ) и замыкающих уравнений (ЗУ), связывающих явные внутренние переменные \mathbf{J}_γ^e с неявными:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\sigma}^r &= \mathbf{F}_r(\mathbf{P}_\alpha, \mathbf{J}_\gamma^e), \\ \mathbf{J}_\beta^{ir} &= \mathbf{R}_{r\beta}(\mathbf{P}_\alpha, \mathbf{J}_\gamma^i), \\ \mathbf{J}_\gamma^{er} &= \mathbf{C}_{r\gamma}(\mathbf{P}_\alpha, \mathbf{J}_\delta^i).\end{aligned}$$

Микроструктура (или микроконфигурация) ПО рассматриваемого масштабного уровня непосредственным образом определяет поведение материала и описывается явными внутренними переменными. В качестве основных явных внутренних переменных будут фигурировать относительные доли и характерные размеры субчастиц различных фаз, термодинамические характеристики (внутренняя энергия, энтропия и её составляющие); на следующем этапе необходимо будет в их число добавить параметры, характеризующие морфологию субчастиц.

Микроструктуру более низких масштабных уровней («субуровней») будем называть субмикроструктурой, полагая, что она описывается скрытыми (неявными) внут-

ренными переменными. В качестве внутренних неявных переменных могут выступать плотности и конфигурация дислокаций (параметры дислокационных субструктур) в твердой фазе (которые могут быть редуцированы к сдвигам по системам скольжения), доля «мантии», охваченной сдвигами, параметры, характеризующие склонность субчастиц твердой фазы к образованию субструктур, параметры, характеризующие взаимодействие фаз (в том числе – взаимодействие РД с границами и ЗГД).

Для формулировки конкретных ОС, ЭУ и ЗУ представляется весьма продуктивным использование неравновесной термодинамики (конечно, основанной на тщательном физическом анализе).

6. Этот вопрос на сегодняшний день представляется ключевым. Обратимся прежде всего к двум отмеченным выше крайним вариантам. Как представляется, для жидкостей характерны относительно слабые близкодействующие силы взаимодействия, отсутствие сил и строения дальнего порядка для микрочастиц (атомов, молекул). Элементарные акты массопереноса реализуются локально, любой акт «перескока» молекулы в новое положение затрагивает только ближайших соседей; в связи с этим и необходимые для изменения конфигурации силы являются чрезвычайно малыми (естественно, при относительно малых скоростях воздействия); кроме того, требуются и малые флуктуации внутренней энергии (например, тепловой) для нарушения локальных связей. Именно с данным обстоятельством, как представляется, связано механическое определение течения как способность материала неограниченно изменять форму под воздействием сколь угодно малых напряжений. Впрочем, отсутствие силового порога, которое всегда принимается для жидкостей, на мой взгляд, тоже требует переосмысления. Да, пока скорости деформаций невелики и требуется разрыв малого числа связей в единицу времени, пороговое напряжение является очень малым. Однако как только участки поверхности, по которым должен произойти разрыв (практически одномоментный) связей, становятся ощутимой величины, ощутимыми становятся и пороговые напряжения. Эта особенность поведения обычных жидкостей также должна находить отражение в конститутивных моделях сколь-нибудь широкого спектра действия.

Все соседние микрочастицы эквивалентны в смысле взаимодействий, в связи с чем нет выделенных направлений, материал изотропен. Потенциальный барьер для осуществления перескока невысок, он «размыт» в силу высокой кинетической энергии движения атомов и молекул.

При этом, если имеют место постоянные или медленно меняющиеся воздействия, то процесс изменения конфигурации идет локально, с разрывом небольшого числа связей, что облегчается флуктуациями энергии (вероятно, флуктуирует не только энергия, но и силы межмолекулярных связей за счет, например, флуктуаций расположения электронов на внешних сферах атомов молекулы). При высоких скоростях изменения внешних воздействий ситуация меняется: за очень малое время необходимо разорвать множество связей по определенным поверхностям, «демон флуктуаций» не успевает к каждой молекуле, атому, приходится разрывать высокоэнергетические связи – и мы приходим к другой крайности. При этом собственно изменение конфигурации материала осуществляется уже не за счет локальных перескоков молекул или атомов, а путем согласованного движения целых конгломератов материала (по типу квазижесткого относительного смещения материальных блоков). Как представляется, при этом возникает эффект, подобный «деформационной анизотропии»: по направлениям, в которых идут высокоскоростные сдвиги, вязкость (сопротивление сдвигу) может быть на порядки выше, чем по направлениям, в которых сдвиги идут медленно. Иначе говоря, возникает нелокальность, связанная с масштабом времени воздействий. Вероятно, масштабы нелокальности будут связаны со средними расстояниями между носителями механизмов деформирования (атомами, молекулами в жидкостях, дислокациями и другими де-

фектами в твердых телах), скоростью передачи сигнала. Как представляется, должна присутствовать и энергия активации движения носителей.

Попытаемся подвести хотя бы промежуточное резюме этого эссе, касающееся в первую очередь основных моментов, которые следует учитывать при построении конститутивной модели.

Конститутивные модели необходимо строить для классов материалов и/или процессов; классификационным признаком для выделения классов является сходство физических механизмов на мезо- и/или микроуровнях.

Альфой и омегой подхода к построению конститутивной модели является рассмотрение пространственно-временных масштабов взаимодействующих фаз.

В качестве базиса конститутивной модели представляется целесообразным использование разработанной ранее структуры, основанной на введении внутренних переменных [6].

Для построения определяющих соотношений, в некоторой части – эволюционных и замыкающих уравнений, вероятно, продуктивным является применение неравновесной термодинамики. В свою очередь, это потребует корректных определений энтропии (в первую очередь – конфигурационной), внутренней энергии (с разложением её на потенциальную и кинетическую), формулировки неравенства диссипации (и диссипативной функции). Продуктивным может оказаться и использование модели смеси. Предлагаемая статья не претендует на логическую завершенность, скорее это «мысли вслух», приглашение к диалогу на представляющую интерес тему.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 07-08-00352а).

Библиографический список

1. Белл Дж. Ф. Экспериментальные основы механики деформируемых твердых тел. Ч.1: Малые деформации (600 с.); Ч.2: Конечные деформации (432 с). – М.: Наука; Главная редакция физ.-мат. лит.-ры, 1984.
2. Ерофеев В.И. Волновые процессы в твердых телах с микроструктурой. – М.: Изд-во МГУ, 1999. – 328 с.
3. Ильюшин А.А. Механика сплошной среды. – М.: Изд-во МГУ, 1990. – 310 с.
4. Трусделл К. Первоначальный курс рациональной механики сплошных сред/ К. Трусделл – М.: Мир, 1975. – 592 с.
5. Трусов П.В., Келлер И.Э. Теория определяющих соотношений: курс лекций. Ч.1: Общая теория. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2006. – 173 с.
6. Трусов П.В., Швейкин А.И. Теория определяющих соотношений. Ч.II: Некоторые вопросы теории пластичности. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2008. – 243 с.
7. Трусов П.В., Шишкина О.В. Линейный анализ устойчивости одноосного растяжения плоской полосы из материала с ограниченной глубиной памяти // Мат. моделирование систем и процессов: межвуз. сб. научн. тр. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2009. – №17. – С. 96–105.

Получено 5.05.2009