УДК 539.3

ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ СООТНОШЕНИЯ ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА, УЧИТЫВАЮЩИЕ ИЗМЕНЕНИЕ СТРУКТУРЫ ПРИ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ.

Васин Р.А., Еникеев Ф.У., Мазурский М.И. (Москва, Уфа)

Abstract

The concrete variant of the constitutive laws is formulated for a superplastic material. The stress and strain rate tensors are assumed to be proporcional each other. Scalar properties of the material are described by the model based upon energetic considerations concerning the processes of generation, interaction and disappearance of defects (dislocations and grain boundaries). Particular variant for one-demensional case is considered.

Построение определяющих соотношений, в разумных пределах адекватно описывающих поведение реальных материалов, является фундаментальной проблемой механики деформируемого твердого тела. Понятно, что адекватные определяющие соотношения опосредствованно, косвенно, интегрально правильно отражают происходящие в материале на микроуровне процессы изменения его структуры. Принципиальным и крайне мало исследованным является вопрос о том, следует ли, и если следует, то в какой форме и какого масштабного уровня характеристики микроструктуры вводить в определяющие соотношения. Ответ на этот вопрос отчасти зависит от того, для каких материалов и каких процессов термомеханического нагружения строятся определяющие соотношения. В ряде случаев представляется, что прямой необходимости вводить характеристики структуры в определяющие соотношения нет. Вместе с тем, известны явления (сверхпластичность, эффект памяти формы и др.), в которых настолько явно прослеживается изменение структуры материала в процессе его деформирования и, наоборот, изменение механического поведения материала при изменении его структуры, что необходимость введения характеристик структуры в определяющие соотношения представляется очевидной. Некоторые подходы к этой проблеме обсуждаются в работе [1]. Добавим лишь два замечания: в феноменологическом подходе одним из известных косвенных способов учета структурных изменений в материале является введение в определяющие соотношения внутренних переменных, которым приписывается некоторый физический смысл; в "микроскопическом" подходе известны примеры, когда процедура осреднения соотношений, записанных для микроуровня, опускается, а описание микромеханизма полностью переносится на макроуровень с сохранением наименования параметров и вида уравнений, их связывающих. Следует специально отметить, что в "микроскопическом" или "физическом" подходе обычно (за исключением теорий типа скольжения) рассматривается одноосный случай и не содержится информации или каких-либо идей о записи определяющих соотношений в тензорном виде для общего случая. Пользуясь терминологией теории упругопластических процессов [2], можно сказать, что обычные "микроскопические" модели дают сведения только о скалярных свойствах и оставляют открытым вопрос о векторных свойствах определяющих соотношений. Это замечание имеет прямое отношение к проблеме определяющих соотношений для материалов, деформирующихся в режиме сверхпластичности, о которых в дальнейшем только и будет идти речь.

Целью настоящей работы является формулировка конкретного варианта определяющих соотношений для одномерного случая на основе общей схемы, изложенной в работе [1].

Среди специалистов в области сверхпластичности металлов считается почти очевидным, что механическое поведение сверхпластичного материала качественно подобно поведению вязкой жидкости, следовательно, и тензорный вид определяющих соотношений такой же, как у вязкой жидкости (или как в классической теории ползучести). Известно, что в настоящее время во всех работах, посвященных расчету процессов сверхпластического деформирования, применяется предположение о пропорциональности тензоров напряжений и скоростей деформаций (при этом не обсуждается и даже не ставится вопрос о возможности выбора различных пар мер деформированного и напряженного состояний в случае больших деформаций). Целенаправленные эксперименты на сложное нагружение в режиме сверхпластичности по проверке названного предположения не проводились. В нескольких экспериментах на титановом сплаве ВТ9, выполненных с участием одного из авторов [3], было отмечено, что за исключением участков после резких изломов траекторий деформаций, можно в первом приближении описывать векторные свойства определяющими соотношениями типа Сен-Венана.

Полагая для простоты изложения, что деформации малы, запишем определяющие соотношения для сверхпластичного материала в форме

$$\sigma_{ij} = K\dot{\varepsilon}_{ij} \tag{1}$$

и на основании принципиальной схемы, изложенной в работе [1], выведем уравнения для нахождения функционала K. При этом будем исходить из следующих положений (все вводимые ниже величины относятся к единице объема тела).

Пластическая деформация осуществляется благодаря наличию в теле дефектной структуры, состоящей из дефектов двух типов: дислокаций и границ разориентации. Объемная плотность избыточной энергии L в теле, обусловленная наличием в нем дефектной структуры, определяется вкладом границ разориентации L_{D} и вкладом дислокаций L_{ρ} причем

$$\mathrm{L} = \mathrm{L}_{\mathrm{D}} + \mathrm{L}_{\rho}. \tag{2}$$

Скорость изменения $L\left(\dot{L}\right)$ обусловлена и балансом между скоростью ее генерации L^{+} и скоростью ее исчезновения L^{-} (точка всюду означает дифференцирование по времени):

$$\dot{L} = \dot{L}^{+} - \dot{L}^{-}. \tag{3}$$

Скорость генерации L^{+} равна мощности генерации, составляющей определенную долю общей мощности внутренних сил:

$$\dot{L}^{+} = \alpha\sigma_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij}, \tag{4}$$

причем считается константой. Согласно (2), скорость генерации $\dot{L}^{+}$ можно представить в форме

$$\dot{L}^{+} = \dot{L}_{D}^{+} + \dot{L}_{\rho}^{+}. \tag{5}$$

Опуская пока детали, можно на основании ряда гипотез записать выражения для $\dot{L}_D^+$ и $\dot{L}_\rho^+$ в виде

$$\dot{L}_\rho^+ = f_1\left(\dot{\varepsilon}, L_\rho\right), \tag{6}$$

$$\dot{L}_D^+ = f_2\left(\dot{\varepsilon}, L_D\right), \tag{7}$$

а для входящих в правые части (6), (7) величин получить кинетические уравнения:

$$\dot{L}_\rho = f_3\left(\dot{\varepsilon}, L_\rho, L_D, T\right), \tag{8}$$

$$\dot{L}_D = f_4\left(\dot{\varepsilon}, L_\rho, L_D, T\right). \tag{9}$$

Подставляя выражения (5), (6), (7) в левую часть (4), а соотношение (1) в правую часть (4), приходим (с учетом $\dot{\varepsilon}^2 = \dot{\varepsilon}_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij}$) к системе уравнений (8)-(10) относительно K, содержащей внутренние переменные L_ρ и L_D,

$$K\alpha\dot{\varepsilon}^2 = F\left(\dot{\varepsilon}, L_\rho, L_D\right). \tag{10}$$

Для уравнений (8), (9) должны быть заданы соответствующие начальные условия.

Прейдем к подробному выводу уравнений (6)-(9) и приведем возможные конкретные выражения для функций f_i, i=1,2,3,4.

Генерация дефектов

Генерация дефектов происходит в результате работы внешних сил и только в ходе пластической деформации. В соответствии с этим будем полагать, что скорость генерации пропорциональна $\dot{\varepsilon}$.

Кроме того, предположим, что скорость генерации дислокаций обратно пропорциональна средней длине их свободного пробега, которая в свою очередь равна среднему расстоянию между ними, обратно пропорциональному квадратному корню из плотности дислокаций. В этом случае имеем следующий конкретный вид выражения (6):

$$\dot{L}_\rho^+ = C_1\dot{\varepsilon}\sqrt{L_\rho}, \tag{11}$$

где C_1 - константа материала.

Чтобы определить выражение для скорости генерации границ разориентации, будем исходить из того факта, что новые границы при пластической деформации обычно зарождаются возле имеющихся границ [4]. Предположим, что площадь границ, генерируемая в единицу времени, пропорциональна имеющейся площади границ в единице объема. Тогда имеем для (7) следующий конкретный вид:

$$\dot{L}_D^+ = C_2\dot{\varepsilon}L_D, \tag{12}$$

где C_2 - константа материала.

Взаимодействие и исчезновение дефектов

Исчезновение границ разориентации происходит по известному механизму роста зерен. Как показывают имеющиеся данные [5], кинетику роста зерен при отжиге можно описать выражением следующего вида:

$$\dot{L}_D^- = C_3 L_D^n \exp(-q/RT), \tag{13}$$

где C_3, n, q - константы материала, R - газовая постоянная, T - абсолютная температура.

При взаимодействии дислокаций с границами в условиях отжига наблюдаются два основных эффекта: поглощение дислокаций мигрирующими границами и увеличение подвижности, способствующее ускоренному росту зерен [6]. Поэтому данное взаимодействие можно описать как два параллельно протекающих процесса: один процесс - преобразование L_ρ в L_D, и второй процесс - преобразование L_D в тепло (исчезновение L_D).

Предположим, что интенсивность взаимодействия (соответственно и скорость двух указанных процессов) определяется плотностью потока дислокаций, падающего на границу. Очевидно, что средняя плотность этого потока есть отношение общего количества дислокаций, встреченных границами за единицу времени, к суммарной площади границ. В свою очередь общее количество дислокаций, попадающих в границы в единицу времени, пропорционально скорости их миграции (задается выражением (13)) и обратно пропорционально среднему расстоянию между дислокациями. Тогда выражение для скорости преобразования L_ρ в L_D имеет вид

$$\dot{L}_{\rho D} = C_4 \sqrt{L_\rho} L_D^{n-1} \exp(-q/RT), \tag{14}$$

где C_4 - константа материала.

Выражение для скорости преобразования L_D в тепло, вызванного взаимодействием границ с дислокациями, имеет аналогичный вид

$$\dot{L}_{\rho D}^{-} = C_5 \sqrt{L_\rho} L_D^{n-1} \exp(-q/RT), \tag{15}$$

где C_5 - константа материала.

Полученная система кинетических уравнений

Изложенный выше вариант конкретизации модели, основанной на представленной в работе [1] принципиальной схеме процесса пластической деформации, дает в итоге следующий конкретный вид кинетических уравнений (8), (9) для внутренних (структурных) переменных и L_D и L_ρ:

$$\dot{L}_\rho = \dot{L}_\rho^{+} - \dot{L}_{\rho D}; \tag{16}$$

$$\dot{L}_D = \dot{L}_D^{+} + \dot{L}_{\rho D} - \dot{L}_D^{-} - \dot{L}_{\rho D}^{-}; \tag{17}$$

или в развернутом виде:

$$\dot{L}_\rho = C_1 \dot{\varepsilon} \sqrt{L_\rho} - C_4 \sqrt{L_\rho} L_D^{n-1} \exp(-q/RT), \tag{18}$$

$$\begin{aligned} \dot{L}_D = {} & C_2 \dot{\varepsilon} L_D - C_4 \sqrt{L_\rho} L_D^{n-1} \exp(-q/RT) - C_3 L_D^{n} \exp(-q/RT) - \\ & - C_5 \sqrt{L_\rho} L_D^{n-1} \exp(-q/RT) \end{aligned} \tag{19}$$

Как видно из (18), (19), в модели используется 7 материальных констант: C_1; C_2; C_3; C_4; C_5; n; q. Чтобы воспользоваться данной математической моделью для описания структурно-механического поведения конкретного материала, эти константы нужно определить экспериментально.

Анализ полученных уравнений для стационарного режима деформирования, когда выполняются условия $L_\rho = 0$ и $L_D = 0$, дает результаты, которые согласуются с многочисленными данными. В частности, было найдено, что для всего множества стационарных состояний величина α действительно является константой. Кроме того, для стационарных состояний выполняются соотношения между внешними и внутренними переменными, которые известны из аппроксимации экспериментальных данных [1].

Результаты сопоставления с известными экспериментальными данными, а также потенциальные возможности модели в плане ее совершенствования, позволяют надеяться, что предложенная математическая модель при дальнейшем развитии позволит описать многие структурно-механические эффекты.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 93-013-16766).

Литература

1. Мазурский М.И. Проблема учета структуры в определяющих соотношениях (см. в настоящем сборнике).
2. Ильюшин А.А. Пластичность. Осноовы общей математической теории.- М.: Изд-во АН СССР, 1963.- 271 с.
3. Васин Р.А., Муравлев А.В., Чистяков П.В. О реологических свойствах сплава ВТ6 в состоянии сверхпластичности// Упругость и неупругость.- М.: Изд-во Моск. ун-та, С.163-171.
4. Рыбин В.В. Большие пластические деформации и разрушение металлов.- М.: Металлургия, 1986.- 224 с.
5. Лившиц Б.Г. Металлография.- М.: Металлургия, 1971.- 408 с.
6. Кайбышев О.А., Валиев Р.З. Границы зерен и свойства металлов.- М.: Металлургия, 1987.- 214 с.