

УДК 539.3

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЕХМЕРНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ ОДНОРОДНЫХ И СЛОИСТЫХ ПРЕГРАД

Кошур В.Д., Быковских А.М., Мартьянов С.А. (Красноярск)

Abstract

The work is devoted to computer models of nonlinear dynamic deformation and fracture processes in homogeneous and laminated barriers undergoing the action of deformable strikers. The simulation of elasto-visco-plastic deformation of the contacting bodies, including individual deformation and fracture of each layer of three-dimensional barrier, is based on energy-matched, discrete-structural principles of constructing the computer models of deformable media and on special procedures correcting stress fields in damaged discrete elements. Conservativeness of the developed computational schemes is the fundamental property which allows to obtain physically reliable numerical results even when using sufficiently rough grids of discrete elements. Results of numerical simulation of dynamic contact interactions of bullet and homogeneous and multi-layer barriers are presented.

Одним из эффективных методов исследования работоспособности конструкций из однородных и композиционных материалов является численное моделирование процессов деформирования и разрушения. Современные ЭВМ приспособлены для обработки информации, представленной в дискретном виде; классические же понятия механики сплошных сред базируются на континуальных представлениях, описываемых с помощью, как правило, гладких функций непрерывного аргумента и систем интегродифференциальных уравнений. Поэтому чрезвычайно важным является выбор принципов, положенных в основу дискретизации континуальной среды, или подходов, связанных с построением энергетически согласованных дискретных моделей однородных и композиционных сред.

Традиционным можно считать подход, когда первичными являются интегродифференциальные системы уравнений континуальной механики сплошных сред, а конечно-разностные, конечно-элементные, вариационные, сеточные и проекционные методы аппроксимации [1-3] позволяют осуществить переход к дискретным вычислительным моделям.

Необходимость находить численно решения, аппроксимирующие как гладкие, так и обобщенные (разрывные) решения для задач математической физики, и в то же время получать при компьютерном моделировании достоверную (с физической точки зрения) информацию даже на достаточно крупных конечно-разностных сетках или дискретных элементах (так как реальные расчеты из-за ограниченности вычислительных ресурсов, как правило, и проводятся на таких сетках) требует создания методов прямого построения корректных дискретных моделей деформируемых сред. Исследование поведения решения с предельным переходом характерного размера дискретного элемента к нулю имеет в большей степени теоретическое значение.

Модель среды представляет собой дискретную систему с набором термодинамических и кинематических связей, для которой точно выполняются дискретные аналоги законов сохранения (массы, импульса, момента импульса и энергии), определенные инвариантные преобразования и термодинамические неравенства.

Для построения энергетически согласованных дискретных моделей разработан дискретно-вариационный метод (ДВМ) [4-7], а также новые варианты дискретно-структурных моделей волокнистых композиционных материалов (КМ) для компьютерного моделирования нелинейных деформационных процессов композиционных элементов конструкций при воздействии интенсивных импульсных и ударных нагрузок [6-10]. ДВМ позволяет достаточно эффективно моделировать различные геометрически и физически нелинейные динамические процессы как в однородных, так и в слоистых армированных композиционных элементах конструкций, включая моделирование процессов разрушения и контактных взаимодействий. Область применения ДВМ не ограничивается динамическими задачами, а распространяется также на нелинейные задачи статики и квазистатики для однородных и композиционных сред на основе разработанных структурных дискретных и структурных конечных элементов [9]. Остановимся на основных положениях ДВМ.

1. По предполагаемому общему характеру деформирования выделяются масштабы характерных взаимодействий на макро-, мезо- и микроуровне. В соответствии с макромасштабом, среда или элемент конструкции D априорно представляется в виде набора лагранжевых дискретных элементов D_e , так что $D = \bigcup_{(e)} D_e$. При этом каждый элемент D_e может обладать структурой, которая учитывается при моделировании особенностей его деформирования. Конфигурация и число узлов в дискретных элементах выбираются из соображений удобства алгоритмизации и топологической структуры и не связаны жестко с порядком аппроксимации полей перемещений или скоростей в элементе, как в методе конечных элементов при выбранном наборе локальных аппроксимирующих функций.

Мощность внутренних сил N^{int} или сил реакции деформационных связей ансамбля дискретных элементов, с использованием свойства аддитивности, записывается в виде суммы мощностей N_e^{int} по всем элементам

$$N^{int} = \sum_{(e)} N_e^{int}. \quad (1)$$

2. Мощность каждого дискретного элемента на основе информации о его структуре и характере учитываемых деформационных взаимодействий представляется в виде суммы

$$N_e^{int} = \sum_{(k)} N_e^{kk} + \sum_{(i < j)} N_e^{ij}, \quad (2)$$

где N_e^{kk} - мощность внутренних сил k -й структурной компоненты в элементе D_e ; N_e^{ij} - мощность взаимодействий i -й и j -й структурных компонент или соответствующих фаз. Например, учитывая для КМ свойство адгезии волокон и связующего до разрушения, в аддитивном представлении мощности элемента N_e^{int} в формуле (2) можно ограничиться первой суммой, т.е. рассматривать аддитивность

мощностей компонент в дискретном элементе, основываясь на гипотезах об определенном виде совместного деформирования компонент, тогда мощность внутренних сил структурного дискретного элемента представима в виде

$$N_e^{int} = N_e^c + N_e^s. \quad (3)$$

Составляющие мощности N_e^{int} в формуле (3) могут иметь разные представления ввиду возможности использования различных гипотез об их деформативности.

В континуальной форме мощность N_e^{int} дискретного элемента D_e с конечным объемом V_e выражается соотношением

$$N_e^{int} = \int_{V_e} \sigma_{ij} e_{ij} dV, \quad (4)$$

где σ_{ij} - компоненты тензора напряжений, e_{ij} - компоненты тензора скоростей деформаций, $i, j = 1, 2, 3$. Для достаточно малых размеров структурных дискретных элементов мощности N_e^c, N_e^s можно представить, используя средние значения на элементе D_e :

$$N_e^c = \int_{V_e^c} \sigma_{ij}^c e_{ij}^c dV \cong \langle \sigma_{ij}^c \rangle_e \langle e_{ij}^c \rangle_e V_e^c, \quad (5)$$

$$N_e^s = \int_{V_e^s} \sigma_{\alpha\beta}^s e_{\alpha\beta}^s dV \cong \langle \sigma_{\alpha\beta}^s \rangle_e \langle e_{\alpha\beta}^s \rangle_e V_e^s,$$

где скобки $\langle \dots \rangle_e$ означают среднее значение соответствующих величин для связующего (с) и волокон (в) на элементе D_e .

Формулы (5) являются исходными при построении ряда вариантов структурных дискретных элементов [4,5,9].

Компоненты $\langle e_{ij}^\alpha \rangle_e$, ($\alpha = c, v$) могут быть выражены через вектор-столбец узловых скоростей $\{v\}_e$ дискретного элемента D_e в матричном виде:

$$\{ \langle e_{ij}^\alpha \rangle_e \} = [B^\alpha]_e \{v\}_e, \quad (6)$$

где $\{ \langle e_{ij}^\alpha \rangle_e \}$ - вектор-столбец компонент скоростей деформаций, $[B^\alpha]_e$ - матрица связи скоростей деформаций с вектором узловых скоростей (аналог матрицы дифференцирования в МКЭ).

Учитывая (3)-(6), мощность N_e^{int} можно представить в форме скалярного произведения обобщенного вектора узловых внутренних сил $\{F^{int}\}_e$ на вектор узловых скоростей $\{v\}_e$ элемента D_e :

$$N_e^{int} = \{F^{int}\}_e^T \{v\}_e. \quad (7)$$

Таким образом, в составляющие вектора внутренних сил $\{F^{int}\}_e$ будут входить структурные параметры компонент композиционного элемента D_e с соответствующими напряжениями; при этом полагаем, что они вычисляются по индивидуальным реологическим соотношениям для рассматриваемых материалов композиции.

Конкретный вид выражения скоростей деформаций структурных составляющих элемента (6) следует из принятой аппроксимации поля скоростей внутри элемента D_e и геометрических и деформационных связей между компонентами.

3. Дискретное представление полной мощности внутренних сил N^{int} ансамбля элементов после суммирования вкладов внутренних сил всех элементов, окружающих j -й узел, на основе (1), (7) принимает вид

$$N^{int} = \sum_{(e)} \{F^{int}\}_e^T \{v\}_e = \sum_{(j)} \bar{F}_j^{int} \bar{v}_j. \quad (8)$$

В формуле (8) в последней сумме суммирование проводится по всем узловым точкам ($j \in J$) ансамбля дискретных лагранжевых элементов.

4. Скорость изменения кинетической энергии дискретной системы материальных точек выражается соотношением

$$K = \sum_{(j)} m_j \dot{\bar{v}}_j \bar{v}_j, \quad (9)$$

где m_j - приведенные узловые массы, в которых учитывается масса связующего и волокон элементов, окружающих j -й узел.

5. Мощность внешних массовых и поверхностных сил (сосредоточенных и распределенных) представляется в дискретной энергетически эквивалентной форме:

$$N^{ext} = \sum_{(j)} \bar{F}_j^{ext} \bar{v}_j. \quad (10)$$

6. Используя для дискретной механической системы с наложенными связями принцип виртуальных скоростей

$$\delta K + \delta N^{int} = \delta N^{ext}, \quad (11)$$

из (8)-(11) получаем динамические дискретные уравнения движения узловых масс:

$$m_j \dot{\bar{v}}_j + \bar{F}_j^{int} = \bar{F}_j^{ext}, \quad j \in J. \quad (12)$$

Силы реакции \bar{F}_j^{int} обусловлены реологическими законами деформирования каждой компоненты композита, их структурой и взаимодействием. Дополнительные кинематические связи и граничные условия задают конкретные зависимости между вариациями узловых скоростей $\delta \bar{v}_j$, которые учитываются непосредственно или с помощью множителей Лагранжа при переходе от обобщенной вариационной формы закона сохранения импульса или баланса виртуальных мощностей (11) к системе

обыкновенных дифференциальных уравнений движения узловых масс с наложенными связями.

7. Интегрирование по времени t полной системы нелинейных дифференциальных уравнений, включающей уравнения (12), упруговязко-пластические соотношения для каждой структурной компоненты, а также дополнительные дифференциальные связи [10], с учетом заданных начальных и граничных условий, может быть проведено различными численными методами [1,3,10-12]. Для нестационарных динамических задач нелинейного деформирования численное решение наиболее продуктивно проводить на основе явной центрально-разностной схемы интегрирования по времени с выбором шага Δt из условия локальной устойчивости типа Куранта ($\Delta t < h/v^*$, v^* - максимальная скорость распространения возмущений в рассматриваемой системе; h - минимальный размер дискретных элементов).

Алгоритм процесса вычислений для каждого шага Δt включает расчет по явным формулам приращений деформаций, вычисление по упруговязкопластическим соотношениям приращений напряжений и самих напряжений, относящихся к временному слою t^n по данным на слое t^{n-1} с учетом индивидуальной реологии материалов элементов композиции, процедуры корректировки напряжений при достижении пороговых значений, связанных с пластичностью и возможным разрушением компонент композиционного материала и повреждением дискретно-структурных элементов [10,11,13-15]; затем - вычисление обобщенных узловых внутренних сил \bar{F}_j^{int} и внешних сил \bar{F}_j^{ext} в момент времени t^n ; определение узловых ускорений и, наконец, новой скорости, реализующейся на следующем шаге Δt .

Для контроля точности моделирования процесса разрушения с использованием повреждённых дискретных элементов масштаб дискретизации в зонах вероятного разрушения устанавливается в соответствии с размерными параметрами, которые косвенно следуют из линейной механики трещин и, в частности, наиболее известного подхода Гриффитса-Ирвина:

$$h \sim \frac{\gamma E}{\sigma_c^2} \text{ или } h \sim \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_c} \right)^2, \quad (13)$$

где γ - удельная поверхностная энергия разрушения, E - модуль Юнга материала, σ_c - статическая прочность, K_{Ic} - коэффициент интенсивности напряжений. Приведенные размерные комбинации параметров разрушения конкретного материала характеризуют элементарную ячейку разрушения в статике [14]. Принимая позицию моделирования динамического разрушения как поэтапного (на каждом шаге Δt) процесса хрупкого разрушения, эти параметры можно использовать как оценку величины масштаба дискретизации расчетной области и для динамических задач. С точки зрения анализа локальной устойчивости вычислительных схем на основе явных алгоритмов решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений добавление к разрешающей системе дополнительных кинетических уравнений описания накопления повреждений в континуальной среде [14] только уменьшает допустимую величину шага Δt . Но так как волновые процессы в моделях без учета разрушения при фиксированном масштабе дискретизации h достаточно точно моделируются при выполнении условия типа Куранта,

то нет необходимости в еще большем уменьшении шага Δt за счет добавления кинетики разрушения.

На основе ДВМ [4-5,10] разработан пакет прикладных программ DINCOM-1К, -2К, -3К с использованием одно-, двух- и трехмерных дискретно-структурных элементов [16,17] с учетом моделирования контактных взаимодействий.

На рис. 1-5 представлены результаты численного моделирования динамических контактных взаимодействий деформируемого ударника с многослойной преградой. На рис. 6 справа приведены результаты численного моделирования процесса пробивания 19-миллиметровой алюминиевой плиты свинцовой ружейной пулей. Слева представлены экспериментальные данные. Моделирование проведено на основе программного комплекса DINCOM-3К и разработанного симметричного, однородного алгоритма динамических контактных взаимодействий [16,17].

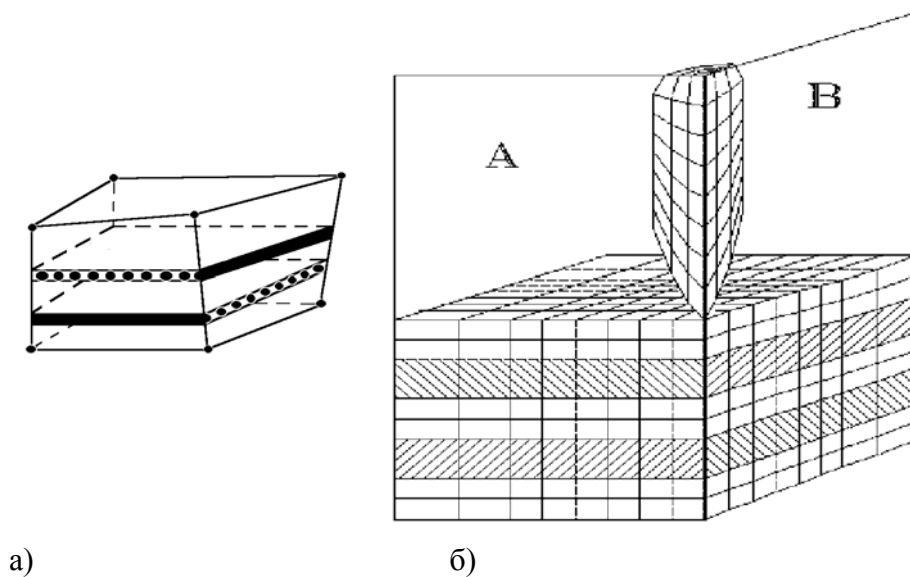


Рис. 1. (а) - вид трехмерного восьмиузлового дискретно-структурного элемента D_e ; (б) - Схема разбиения на трехмерные дискретные элементы, используемая при моделировании удара и проникания в многослойную преграду (сетка: $8 \times 8 \times 8$), состоящую из следующих слоев: 1, 2 ; 4, 5; 7, 8 - слои дискретных элементов из алюминия; 3, 6 - слои низко модульного материала типа резины. Начальная скорость деформируемого ударника 800 м/с., материал ударника - свинец, масса - $9 \cdot 10^{-3}$ кг. А, В - плоскости симметрии, внешние грани преграды, параллельные плоскости В жестко закреплены, а внешние грани параллельные плоскости А - свободны.

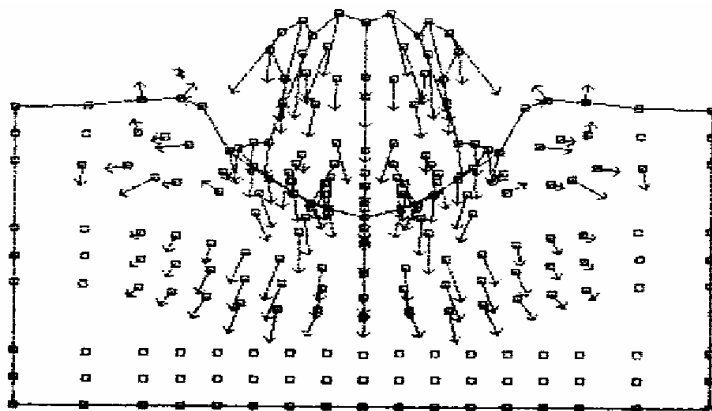


Рис. 2. Распределение поля узловых скоростей в преграде и деформируемом ударнике в сечении A в момент времени $t = 29$ мкс.

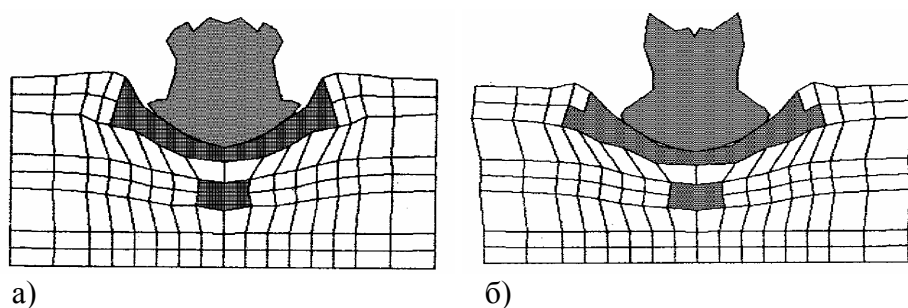


Рис. 3. Деформированная сетка дискретных элементов и зоны разрушения в многослойной преграде и деформируемом ударнике в момент времени $t = 29$ мкс: а) - соответствует сечению A ; б) - сечению B .

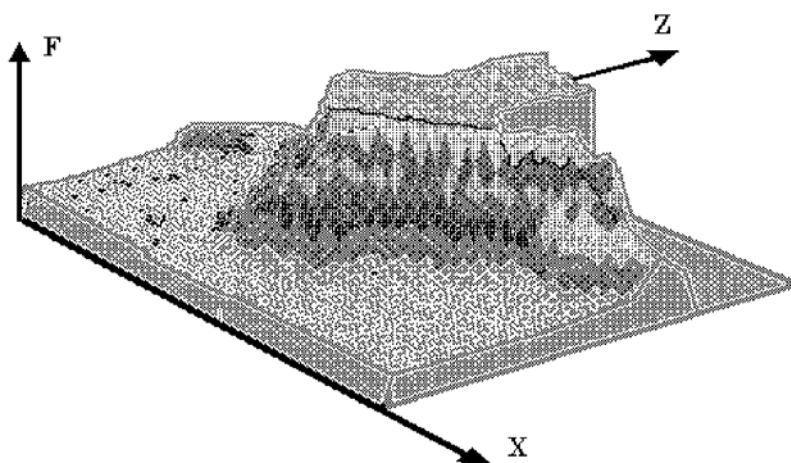


Рис. 4. Поверхность уровней повреждения дискретных элементов в сечении A . Вдоль оси F измеряется величина повреждений дискретных элементов, лежащих в плоскости XZ .

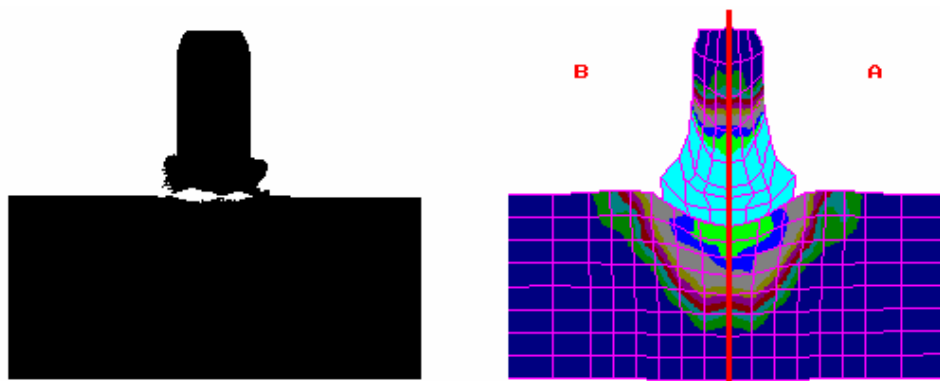


Рис. 5 ($t = 15$ мкс)

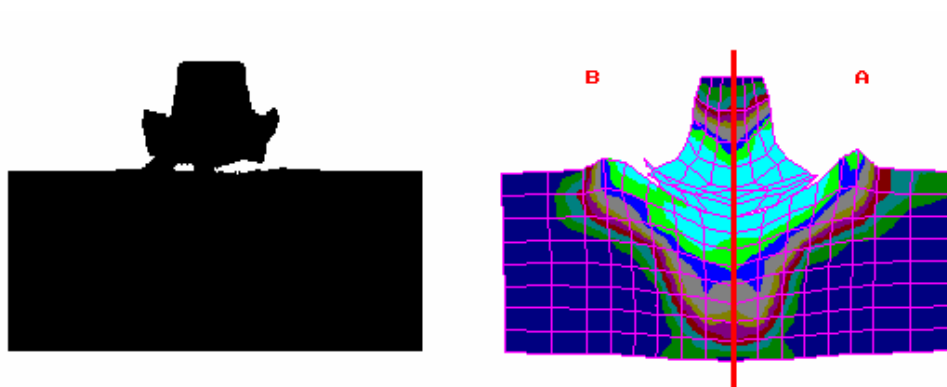


Рис. 6 ($t = 24$ мкс)

Проведённые вычислительные эксперименты показали достаточную точность при моделировании нелинейных динамических процессов деформирования и разрушения элементов конструкций и контактных взаимодействий.

Таким образом, представленный подход позволяет проводить прямое построение энергетически согласованных дискретных моделей и эффективных вычислительных процедур с определённым масштабом деформационных взаимодействий.

Литература

1. Самарский А.А. Теория разностных схем. - М.: Наука, 1977.-656 с.
2. Зенкевич О. Метод конечных элементов. - М.: Мир, 1975.-541 с.
3. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. - М.: Наука, 1980.-535 с.
4. Кошур В.Д. Нелинейные дискретно-структурные модели и расчет динамической реакции многослойных композиционных панелей при интенсивных распределенных и локализованных импульсных воздействиях // Механика композитных материалов. - 1987. № 4. С. 655-670.
5. Кошур В.Д., Немировский Ю.В. Континуальные и дискретные модели динамического деформирования элементов конструкций. - Новосибирск: Наука, 1990.-198 с.
6. Koshur V.D. Numerical simulation of nonlinear dynamic processes of deformation and fracture of homogeneous and composite materials on the basis of discrete-variational

- method. // Proceedings of Soviet-Chinese Symposium Mathematical Simulation and Application Software / Institute of Computational Technologies, Academy of Sciences, USSR, Siberian Branch - Novosibirsk, 1991. P. 61-65.
7. Кошур В.Д., Мартьянов С.А. Дискретно-структурная модель нестационарной динамики многослойных сред // Тез. докл. Всесоюз. школы-семинара "Математическое моделирование в науке и технике" / Ин-т механики УНЦ АН СССР. - Пермь, 1986. С. 183.
 8. Кошур В.Д., Мартьянов С.А., Пиманов О.В. Численное моделирование динамических процессов разрушения в слоистых и композиционных пакетах при импульсном нагружении // Численные методы решения задач теории упругости и пластичности: Материалы X Всесоюз. конф. / ИТПМ СО АН СССР. - Новосибирск, 1988. С. 158-165.
 9. Кошур В.Д., Мартьянов С.А. Дискретные модели композиционных сред и численное моделирование динамических, статических и квазистатических процессов деформирования и разрушения // Численные методы механики сплошных сред. Ч. II: Тез. докл. школы молодых ученых, Абакан, 1989 / ВЦ СО АН СССР. - Красноярск, 1989. С. 82-84.
 10. Кошур В.Д. Построение двух- и трехмерных дискретных моделей на основе структурных дискретных и конечных элементов для численного моделирования нелинейной динамики композитов/ Вычислительный центр СО АН СССР. Красноярск, 1990. 89 с. (Деп. в ВИНТИ 11.07.90, № 3868-В90).
 11. Бураго Н.Г., Кукуджанов В.Н. Решение упругопластических задач методом конечных элементов // Пакет прикладных программ "АСТРА". - М., 1988. 63 с. (Препринт / Ин-т прикладной механики АН СССР; № 326-88).
 12. Попов Ю.П., Самарский А.А. Полностью консервативные разностные схемы // Журнал вычислит. матем. и математ. физики. - 1969. Т. 9, № 1. С. 953-958.
 13. Морозов Н.Ф., Петров Ю.П. О прогнозировании динамического разрушения хрупких сред // Прогнозирование механического поведения материалов: Материалы XXV Всесоюзного семинара "Актуальные проблемы прочности"/ Новгород. Новгород. политехн. ин-т, 1991. С. 112-114.
 14. Кошур В.Д. Дискретные подходы при моделировании возникновения и развития зон разрушения // Математ. моделирование процессов обработки материалов: Тез. докл. Международ. конф./ Перм. гос. тех. ун-т.- Пермь, 1994. С. 28.
 15. Зукас Дж.А., Николас Т., Свифт Х.Ф. и др. Динамика удара.: Пер. с англ. - М.: Мир, 1985.-296 с.
 16. Кошур В.Д., Мартьянов С.А. Численные алгоритмы моделирования контактных взаимодействий. // Моделирование в механике сплошных сред: Межвуз. сб. науч. статей / Краснояр. гос. ун-т - Красноярск, 1992. С. 15-21.
 17. Кошур В.Д., Мартьянов С.А. Однородный, сквозной, симметричный алгоритм численного моделирования динамических контактных взаимодействий деформируемых тел // Численные методы решения задач теории упругости и пластичности: Труды XII Всесоюз. конф. / ИТПМ СО РАН. - Новосибирск, 1992. С. 142-146.