

УДК 671.778.28:539.38.384.001.57

М.Г. Бояршинов

ПОСТРОЕНИЕ ЦЕЛЕВОЙ ФУНКЦИИ ДЛЯ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ
ОПТИМИЗАЦИИ ПРОЦЕССОВ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ИЗГИБА

ABSTRACT

The new method for the construction of the single goal function in the multi-criterial optimization problems is presented. This goal function estimates the "distance" between the required and actual distributions of the inelastic (thermal and plastic) strains in the body. The several applied problems such as wire levelling and beam straightening are solved and discussed.

Задачи оптимизации технологических процессов упругопластического деформирования металлов являются, как правило, многокритериальными

Так, повышение механических свойств (предела прочности, релаксационной стойкости) высокоуглеродистой проволочной арматуры при стабилизации (знакопеременном упругопластическом изгибе с натяжением в двухплоскостном роликовом устройстве) определяется в основном величиной деформации удлинения, получаемой проволокой при такой схеме деформирования [1]. Одновременно готовая проволока должна удовлетворять ограничениям по криволинейности: остаточная кривизна не должна превышать $0,24 \text{ м}^{-1}$. Кроме того, для повышения коррозионной стойкости целесообразно сформировать вблизи поверхности проволоки остаточные напряжения сжатия. Иными словами, требуется определить параметры устройства знакопеременного изгиба, обеспечивающие производство проволоки с требуемым удлинением, минимальной остаточной кривизной и благоприятным распределением остаточных напряжений.

В ряде случаев при производстве проволоки (для снижения остаточных напряжений) после волочения включается операция рихтовки - знакопеременного упругопластического изгиба в роликовых устройствах. В этом случае требуется определить режим рихтовки, обеспечивающий снижение остаточных напряжений при одновременном сохранении прямолинейности проволоки.

Одновременного снижения кривизны и остаточных напряжений в профилях при правке, как правило, невозможно достичь при экспериментальном подборе режимов знакопеременного изгиба [2]. Здесь также требуется определить оптимальную настройку роликовой правильной машины, позволяющую одновременно с уменьшением искривленности снизить уровень остаточных напряжений в изделии.

Для решения задач рассматриваемого класса предлагается следующий подход. Процессы обработки материалов давлением связаны с созданием того или иного распределения пластических деформаций в изделии. Механические характеристики (удлинение, уширение, криволинейность) также определяются характером распределе-

ния деформаций. Одновременное получение комплекса механических характеристик связано с созданием вполне определенного поля неупругих деформаций. Это дает возможность перейти от задачи минимизации одновременно нескольких критериев к созданию требуемого поля неупругих деформаций. Для количественной оценки отклонения действительного поля деформаций от требуемого используются методы теории гильбертовых пространств.

Для построения целевых функций задач оптимизации технологических процессов знакопеременного изгиба будем предполагать:

1. Деформирование происходит на отрезке времени $[0, \tau]$; границам отрезка соответствуют два состояния исследуемой области: начальное $t=0$ (до начала обработки, в дальнейшем помечается индексом "0") и конечное $t=\tau$ (момент окончания разгрузки и охлаждения до температуры окружающей среды; считается, что пластическое деформирование закончилось в момент времени $t_1 \leq \tau$).

2. Продольная составляющая тензора малых деформаций ε в любой момент времени (в том числе и при $t=\tau$) определяется суммой упругой ε^o , пластической ε^p и температурной ε^t составляющих:

$$\varepsilon = \varepsilon^o + \varepsilon^p + \varepsilon^t, \quad (1)$$

причем отсчет деформаций ведется от исходного (начального) состояния.

3. Выполняется гипотеза плоских сечений

$$\varepsilon = \varepsilon_{\text{ц}} + (\kappa_1 - \kappa_1^o)x_2 + (\kappa_2 - \kappa_2^o)x_1. \quad (2)$$

4. С достаточной точностью выполняется схема одноосного напряженного состояния (всеми компонентами тензора напряжений, кроме продольной составляющей σ , пренебрегаем).

5. Начальные напряжения σ^o и конечные (остаточные) напряжения σ связаны соотношением

$$\sigma = \sigma^o + E(\varepsilon - \varepsilon^p - \varepsilon^t) \quad (3)$$

и являются самоуравновешенными:

$$\left. \begin{aligned} \int_S \sigma^o dS = 0; & \quad \int_S \sigma^o x_1 dS = 0; & \quad \int_S \sigma^o x_2 dS = 0; \\ \int_S \sigma dS = 0; & \quad \int_S \sigma x_1 dS = 0; & \quad \int_S \sigma x_2 dS = 0. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

В формулах (2)-(4) обозначено:

$\varepsilon_{\text{ц}}$ - деформация удлинения волокна, совпадающего с линией центров тяжести поперечных сечений профиля, причем $\varepsilon_{\text{ц}}^o = 0$

(деформации отсчитываются от начального состояния);

κ_1, κ_2 - кривизны линии центров тяжести профиля в плоскостях

$O_1 x_2 x_3$ и $O_1 x_1 x_3$, соответственно;

$x_1 x_2 x_3$ - главная центральная система координат, при этом

$$\left. \begin{aligned} \int_S dS &= F; & \int_S x_1 dS &= 0; & \int_S x_2 dS &= 0; \\ \int_S x_1 x_2 dS &= 0; & \int_S x_1^2 dS &= I_2; & \int_S x_2^2 dS &= I_1. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

S - область, занятая поперечным сечением профиля (изменением области S в процессе деформирования пренебрегаем);

E - модуль упругости материала;

I_1, I_2 - моменты инерции поперечного сечения профиля.

Подставляя формулу (2) в выражение (3), получаем соотношение

$$\frac{\sigma - \sigma^0}{E} + \varepsilon^p + \varepsilon^t = \varepsilon_{ц} + (\kappa_1 - \kappa_1^0)x_2 + (\kappa_2 - \kappa_2^0)x_1, \quad (6)$$

которое используется в дальнейшем.

Рассмотрим порядок построения целевой функции для многокритериальной задачи о стабилизации проволоки. Учтем при этом, что на выходе волочильного стана проволока прямая, то есть $\kappa_1^0 = \kappa_2^0 = 0$.

Умножим соотношение (6) последовательно на x_1, x_2 и проинтегрируем по области S . С учетом формул (4), (5) получаем:

$$\int_S (\varepsilon^p + \varepsilon^t) x_1 dS = \kappa_2 I_2, \quad (7)$$

$$\int_S (\varepsilon^p + \varepsilon^t) x_2 dS = \kappa_1 I_1; \quad (8)$$

Средняя деформация удлинения по сечению проволоки равна

$$\varepsilon_{ср} = \varepsilon_{ц} = \frac{1}{F} \int_S \varepsilon dS = \frac{1}{F} \int_S (\varepsilon^p + \varepsilon^t) dS. \quad (9)$$

Анализ выражений (7) - (9) позволяет сделать вывод: чтобы в результате упругопластического изгиба получить прямолинейную проволоку ($\kappa_1 = \kappa_2 = 0$) с заданной деформацией удлинения ($\varepsilon_{ср} = \varepsilon_B$), необходимо и достаточно, чтобы в момент окончания деформирования $t = \tau$ неупругие деформации $(\varepsilon^p + \varepsilon^t)$ удовлетворяли условиям:

$$\int_S (\varepsilon^P + \varepsilon^t) dS = \varepsilon_B P, \quad (10)$$

$$\int_S (\varepsilon^P + \varepsilon^t) x_1 dS = 0, \quad (11)$$

$$\int_S (\varepsilon^P + \varepsilon^t) x_2 dS = 0. \quad (12)$$

Для проволоки (поперечное сечение - круг радиуса R) достаточным условием выполнения соотношений (11), (12) является осевая симметрия (относительно продольной оси $O_1 x_3$) неупругих деформаций ($\varepsilon^P + \varepsilon^t$). Такое поле деформаций целесообразно с точки зрения эксплуатации арматуры, поскольку согласно (6) распределение остаточных напряжений в этом случае также будет осесимметричным, что улучшает ее рабочие характеристики.

Для количественной оценки отклонения распределения неупругих деформаций от осесимметричного воспользуемся методами теории гильбертовых пространств.

Определим функцию

$$\xi = \varepsilon^P + \varepsilon^t - \varepsilon_B. \quad (13)$$

Тогда, с учетом формул (5) условия (10)-(12) можно представить в виде:

$$\int_S \xi dS = 0, \quad (14)$$

$$\int_S \xi x_1 dS = 0, \quad (15)$$

$$\int_S \xi x_2 dS = 0. \quad (16)$$

Введем гильбертово пространство $L_2(S)$ функций, определенных на области S со скалярным произведением [3],

$$(\eta, \psi) = \int_S \eta \psi dS; \quad \eta, \psi \in L(S) \quad (17)$$

и нормой

$$\|\eta\| = (\eta, \eta)^{0,5} = \left(\int_S \eta^2 dS \right)^{0,5}. \quad (18)$$

Определим в $L_2(S)$ множество осесимметричных функций

$$A_s = \{ \eta \in L_2(S) \mid \eta = \eta(x_1^2 + x_2^2), x_1^2 + x_2^2 \leq R^2 \}.$$

Очевидно, что $\forall \psi \in A_s$ условия (15), (16) выполнены.

Выделим в A_s подмножество

$$A = \{ \psi \in A_s \subset L_2(S) \mid \int_S \psi \, dS = 0 \}.$$

Теперь $\forall \eta \in A$ все условия (14)–(16) выполнены. Заметим, что в общем случае можно было бы сразу определить A как множество функций, удовлетворяющих условиям (14)–(16). Однако это не гарантирует получения осесимметричного поля неупругих деформаций. Множество A , являясь линейным и замкнутым подпространством $L_2(S)$, сепарабельно, что позволило построить в A счетный ортонормальный базис

$$P_k = \frac{\sqrt{k+1}}{\sqrt{\pi} R} \sum_{n=0}^k \frac{(-1)^{n+k} (n+k+1)!}{n!(n+1)!(k-n)!} \left(\frac{r}{R} \right)^n, \quad k=1, \infty. \quad (19)$$

Известно, что любой элемент $\psi \in L_2(S)$ можно представить единственным образом в виде [3]:

$$\psi = \eta + (\psi - \eta),$$

$$\eta = \sum_{k=1}^{\infty} \beta_k P_k \in A; \quad (\psi - \eta) \in A^\perp,$$

где A^\perp – ортогональное дополнение A ;

$\beta_k = (\psi, P_k)$ – коэффициенты Фурье разложения $\psi \in L_2(S)$ по базису $P_k \in A, k=1, \infty$.

Определим функционалы

$$0 \leq J(h, g(h)) = \left\| \xi - \sum_{k=1}^{\infty} \beta_k P_k \right\|^2 = \left\| \xi \right\|^2 - \sum_{k=1}^{\infty} \beta_k^2, \quad (20)$$

$$J_N(h, g(h)) = \left\| \xi \right\|^2 - \sum_{k=1}^N \beta_k^2. \quad (21)$$

В формулах (20), (21) $h \in H$ – множество векторов управления; $g(h) \in G$ – множество векторов состояния, удовлетворяющих уравнениям краевой задачи [4], адекватно описывающим упругопластическое деформирование в рассматриваемых процессах знакопеременного изгиба. В состав вектора g могут входить компоненты тензоров напряжений и деформаций, векторов перемещений и скоростей, тем-

температура и т.д.

Функционал (20) определяет в $L_2(S)$ квадрат "расстояния" элемента $\xi \in L_2(S)$, подсчитанного в соответствии с формулой (13), от подпространства Δ . Поскольку каждый элемент Δ удовлетворяет условиям (14)-(16) и, следовательно, обеспечивает выполнение уравнений (10)-(12), многокритериальная задача оптимизации (получение заданной деформации удлинения ε_B одновременно с минимальными остаточными кривизнами κ_1, κ_2) сводится к нахождению такого управления $h^* \in H$, которому соответствует элемент $\xi^* \in L_2(S)$, наиболее близко лежащий к Δ :

$$\forall h \in H, g(h) \in G, J(h^*, g(h^*)) \leq J(h, g(h)).$$

Отметим, что функционал (20) предполагает подсчет бесконечного числа слагаемых, что не реализуемо в практических приложениях.

Согласно [3]

$$0 \leq J(h, g(h)) = \|\xi\|^2 - \sum_{k=1}^{\infty} \beta_k^2 \leq \|\xi\|^2 - \sum_{k=1}^N \beta_k^2 = J_N(h, g(h)). \quad (22)$$

В этом случае минимизация функционала $J_N(h, g(h))$ приводит к одновременному снижению значения функционала $J(h, g(h))$, что означает "приближение" к подпространству Δ .

При решении прикладных задач целесообразно использовать оценки:

$$|\kappa_1| \leq (J_N(h, g(h))/I_1)^{0,5},$$

$$|\kappa_2| \leq (J_N(h, g(h))/I_2)^{0,5},$$

$$|\varepsilon_{CP} - \varepsilon_B| \leq (J_N(h, g(h))/F)^{0,5},$$

полученные с помощью формул (5), (7)-(9), (13), (20), (21).

Теперь рассмотрим задачу о правке профиля с одновременным снижением остаточных напряжений. Предположим, что значения начальных кривизн κ_1^0 и κ_2^0 , а также распределение начальных напряжений σ^0 по сечению известны.

Вновь умножим соотношение (6) на x_1, x_2 и проинтегрируем по области S (здесь S - область, занятая поперечным сечением профиля):

$$\int_S (\varepsilon^P + \varepsilon^L) x_2 dS = (\kappa_1 - \kappa_1^0) I_1.$$

$$\int_S (\varepsilon^P + \varepsilon^L) x_1 dS = (\kappa_2 - \kappa_2^0) I_2;$$

В формулах учтены условия (4) и (5). Теперь можно определить конечные (остаточные) кривизны профиля:

$$\kappa_1 = I_1^{-1} \left[\int_S (\varepsilon^P + \varepsilon^L) x_2 dS + \kappa_1^0 I_1 \right], \quad (23)$$

$$\kappa_2 = I_2^{-1} \left[\int_S (\varepsilon^P + \varepsilon^L) x_1 dS + \kappa_2^0 I_2 \right]. \quad (24)$$

В силу соотношений (2), (3), (9), (18), (23), (24) квадрат нормы остаточных напряжений равен

$$\begin{aligned} \|\sigma\|^2 = & E^2 \int_S [F^{-1} \int_S (\varepsilon^P + \varepsilon^L) dS + I_1^{-1} x_2 \int_S (\varepsilon^P + \varepsilon^L) x_2 dS + \\ & + I_2^{-1} x_1 \int_S (\varepsilon^P + \varepsilon^L) x_1 dS - (\varepsilon^P + \varepsilon^L) + \frac{\sigma^0}{E}]^2 dS. \end{aligned} \quad (25)$$

Определим на области S функцию

$$\xi = \varepsilon^P + \varepsilon^L + \kappa_1^0 x_2 + \kappa_2^0 x_1 - \frac{\sigma^0}{E}, \quad (26)$$

позволяющую записать выражения (23)–(25) в виде:

$$\left. \begin{aligned} \kappa_1 &= I_1^{-1} \int_S \xi x_2 dS, & \kappa_2 &= I_2^{-1} \int_S \xi x_1 dS; \\ \|\sigma\|^2 &= E^2 \int_S [F^{-1} \int_S \xi dS + I_1^{-1} x_2 \int_S \xi x_2 dS + I_2^{-1} x_1 \int_S \xi x_1 dS - \xi]^2 dS. \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

Из выражений (27) следует, что для получения прямолинейного изделия ($\kappa_1 = \kappa_2 = 0$) без остаточных напряжений ($\|\sigma\| = 0$) необходимо и достаточно выполнения условий:

$$\int_S \xi x_1 dS = 0, \quad \int_S \xi x_2 dS = 0, \quad \int_S [F^{-1} \int_S \xi dS - \xi]^2 dS = 0. \quad (28)$$

Теперь, как и ранее, выделим в $L_2(S)$ множество A функций, удовлетворяющих условиям (28):

$$A = \{ \psi \in L_2(S) \int_S \psi x_1 dS = 0, \int_S \psi x_2 dS = 0, \int_S (P^{-1} \int_S \xi dS - \xi)^2 dS = 0 \}.$$

Отметим, что последнее равенство в формулах (28) выполнено лишь в случае $\psi = \text{const}$ почти всюду в области S . Это означает, что все множество A состоит лишь из функций, постоянных почти всюду на области S . Отсюда сразу следует линейность и замкнутость множества A .

Очевидно, что в этом случае базисом в A является единственный элемент

$$П = P^{-0,5}. \quad (29)$$

В качестве функционала оптимизационной задачи выберем величину отклонения элемента $\xi \in L_2(S)$, построенного в соответствии с выражением (26) для действительного распределения деформаций $(\varepsilon^p + \varepsilon^t)$, от множества A функций, гарантирующих получение прямолинейного профиля без остаточных напряжений:

$$J(h, g(h)) = \| \xi - (\xi, П)П \|^2 = \| \xi \|^2 - (\xi, П)^2. \quad (30)$$

Функционал (30) позволяет перейти от задачи одновременной минимизации нескольких критериев качества (остаточных кривизн $|\kappa_1|$, $|\kappa_2|$ и уровня остаточных напряжений $\|\sigma\|$) к минимизации отклонения функции (26) от подпространства A .

Оценки остаточных кривизн и нормы остаточных напряжений через значения функционала (30) имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} |\kappa_1| &\leq (J(h, g(h))/I_1)^{0,5}, \\ |\kappa_2| &\leq (J(h, g(h))/I_2)^{0,5}, \\ \|\sigma\| &\leq E(J(h, g(h)))^{0,5}. \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

Воспользуемся тем же подходом для решения задачи оптимизации режима рихтовки, применяемой для снижения напряжений, остающихся в проволоке после волочения (при одновременном сохранении прямолинейности в пределах допуска). В этом случае функцию ξ определим согласно выражению (26), в котором положим $\kappa_1^0 = \kappa_2^0 = 0$, поскольку считается, что после волочения проволока идеально прямая:

$$\xi = \varepsilon^p + \varepsilon^t - \frac{\sigma^0}{E}. \quad (32)$$

Функционал оптимизационной задачи сохраняет вид (30), оценки (31) остаются в силе.

Разработанный подход может быть использован также для решения задачи о создании заданного распределения остаточных напря-

няя задачи о создании заданного распределения остаточных напряжений при одновременном снижении искривленности (или сохранении прямолинейности) изделия при знакопеременном упругопластическом изгибе. Для этого определим функцию ξ в виде:

$$\xi = \varepsilon^p + \varepsilon^l - \frac{\sigma^o - \sigma^*}{E} + \alpha_1^o x_2 + \alpha_2^o x_1.$$

В этом случае формула для квадрата нормы отклонения получаемых (остаточных) напряжений σ от требуемого распределения σ^* принимает вид:

$$\|\sigma - \sigma^*\|^2 = E^2 \int_S (F^{-1} \int_S \xi dS + I_1^{-1} x_2 \int_S \xi x_2 dS + I_2^{-1} x_1 \int_S \xi x_1 dS - \xi)^2 dS,$$

т.е. подобна выражению (27). Это означает, что вид функционала (30) сохраняется, оценка отклонения получаемого распределения остаточных напряжений от требуемого аналогична формуле (31):

$$\|\sigma - \sigma^*\| \leq E(J(h, g(h)))^{0,5}.$$

С этой точки зрения задачу о снижении уровня остаточных напряжений можно рассматривать как задачу о создании распределения остаточных напряжений $\sigma^* = 0$.

Рассмотрим результаты решения некоторых прикладных задач.

Стабилизация проволоки производится в двухплоскостном (в горизонтальной и вертикальной плоскостях последовательно) роликовом устройстве. Число роликов в каждой секции равно пяти, расстояния между их центрами 0,075 м; расстояние между секциями 0,15 м; диаметр проволоки 0,005 м, материал - сталь 80. В результате процесса упругопластического изгиба с растяжением требуется получить удлинение $\varepsilon_B = 6\%$.

Компонентами вектора управления h^* взяты величины перемещения 2, 4, 6, 9 и 11 роликов и усилие натяжения. Поиск решения оптимизационной задачи производился с помощью метода деформируемого многогранника [5].

В результате расчетов получен вектор

$$h^* = \{ -4 \text{ мм}, -4 \text{ мм}, -1,7 \text{ мм}, -1,2 \text{ мм}, -1,2 \text{ мм}, 10800 \text{ Н} \},$$

доставляющий функционалу (21) наименьшее значение

$$J_N = 0,624 \cdot 10^{-10}, \text{ м}^2.$$

Соответствующий режим знакопеременного изгиба в этом случае позволяет получить проволоку с удлинением $\varepsilon = 6,05\%$ и остаточной кривизной $\kappa = 0,13 \text{ м}^{-1}$, что удовлетворяет

техническому условию. На рис. 1 показано распределение продольных остаточных напряжений (МПа) в проволоке после первой (позиция а) и второй (позиция б) секций устройства знакопеременного изгиба, полученных при деформировании по оптимальному режиму. Можно отметить, что в результате поиска получен вариант, при котором требуемая деформация удлинения получается в основном за счет пластического деформирования в первой секции роликового устройства, тогда как вторая секция формирует необходимое распределение остаточных напряжений.

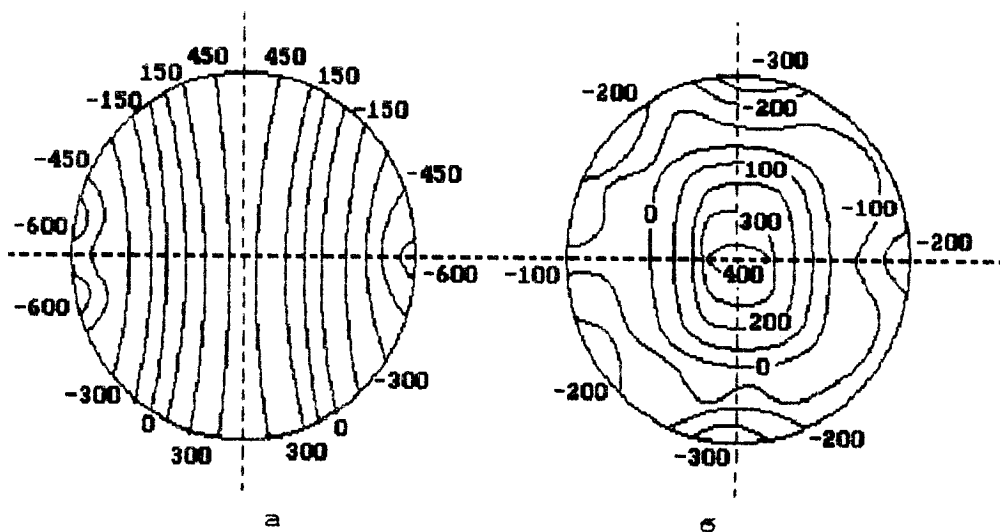


Рис.1. Остаточные продольные напряжения в проволоке после первой (а) и второй (б) секции устройства стабилизации. (Схема одноосного напряженного состояния)

Распределение напряжений в проволоке после первой секции (рис. 1а) далеко от осесимметричного, на поверхности имеются зоны как растяжения, так и сжатия. Участие второй секции роликового устройства в пластическом удлинении незначительно; основная роль этого участка знакопеременного изгиба - в формировании распределения остаточных напряжений, близкого к осесимметричному.

Таким образом, найденный режим позволяет получать арматурную проволоку с требуемым распределением остаточных напряжений, заданной деформацией удлинения и остаточной кривизной в пределах допуска одновременно.

Перед рихтовкой (после волочения на четырехкратном волочильном стане по маршруту 7,2-6,6-5,5-5,0 мм со скоростью на выходе 4 м/с) продольные остаточные напряжения в проволоке из стали 80 распределены по сечению согласно рис. 2а (данные теоретического исследования [6]).

Рихтовка производится в двухсекционном роликовом устройстве (конструктивные параметры обеих секции аналогичны указанным выше). В вектор управления \mathbf{h} включены величины перемещений 2, 4, 7 и 9 роликов, а также усилие натяжения. При решении оптимизационной задачи также использовался метод деформируемого многогранника [5]. Поиск из различных начальных точек привел к вектору

$$\mathbf{h}^* = (-16,2 \text{ мм}, -3,1 \text{ мм}, -7,9 \text{ мм}, -5,9 \text{ мм}, 4000 \text{ Н}),$$

что обеспечивает остаточную кривизну $0,0218 \text{ м}^{-1}$ (в пределах допуска). Распределение продольных напряжений в проволоке после первой секции (растягивающее усилие снято) представлено на рис. 2б. Остаточные напряжения после обработки в обеих секциях показаны на рис. 2в.

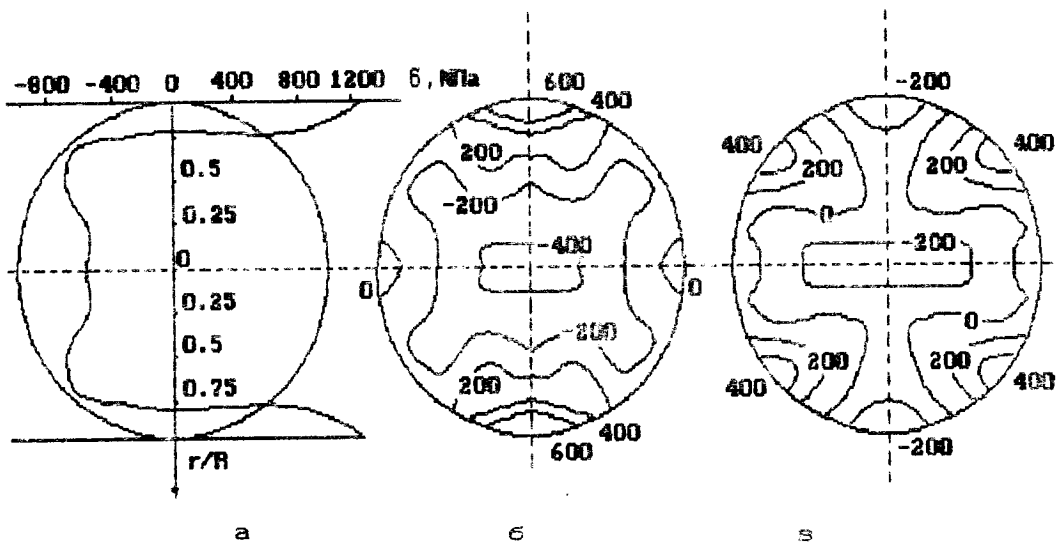


Рис.2. Распределение продольных напряжений в проволоке, МПа
 а - после волочения; б - после обработки изгибом в первой секции; в - после обработки изгибом во второй секции.

Анализ процесса деформирования проволоки в роликовом устройстве позволяет сделать вывод: за счет растяжения при знакопеременном изгибе формируется поле пластических деформаций удлинения в периферийных слоях, что приводит к перераспределению и, в конечном счете, к снижению напряжений. Одновременно собственному упругопластический изгиб контролирует кривизну готовой проволоки. В результате деформирования в двух взаимно перпендикулярных плоскостях создается такое поле неупругих деформаций, несовместность которого компенсирует в значительной степени начальную несовместность (а следовательно, остаточные напря-

жения, создаваемое в процессе волочения).

Найденный режим позволяет снизить остаточные напряжения в проволоке более чем в 3 раза.

Правка балок производится с помощью двухсерийной роликовой волочильной машины. Число роликов в каждой секции равно 10. Расстояние между их центрами в первой секции (плавка) равно 0,6 метра; наименьшей жесткости) равны 1,0, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 198, 199, 200, 201, 202, 203, 204, 205, 206, 207, 208, 209, 210, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 217, 218, 219, 220, 221, 222, 223, 224, 225, 226, 227, 228, 229, 230, 231, 232, 233, 234, 235, 236, 237, 238, 239, 240, 241, 242, 243, 244, 245, 246, 247, 248, 249, 250, 251, 252, 253, 254, 255, 256, 257, 258, 259, 260, 261, 262, 263, 264, 265, 266, 267, 268, 269, 270, 271, 272, 273, 274, 275, 276, 277, 278, 279, 280, 281, 282, 283, 284, 285, 286, 287, 288, 289, 290, 291, 292, 293, 294, 295, 296, 297, 298, 299, 300, 301, 302, 303, 304, 305, 306, 307, 308, 309, 310, 311, 312, 313, 314, 315, 316, 317, 318, 319, 320, 321, 322, 323, 324, 325, 326, 327, 328, 329, 330, 331, 332, 333, 334, 335, 336, 337, 338, 339, 340, 341, 342, 343, 344, 345, 346, 347, 348, 349, 350, 351, 352, 353, 354, 355, 356, 357, 358, 359, 360, 361, 362, 363, 364, 365, 366, 367, 368, 369, 370, 371, 372, 373, 374, 375, 376, 377, 378, 379, 380, 381, 382, 383, 384, 385, 386, 387, 388, 389, 390, 391, 392, 393, 394, 395, 396, 397, 398, 399, 400, 401, 402, 403, 404, 405, 406, 407, 408, 409, 410, 411, 412, 413, 414, 415, 416, 417, 418, 419, 420, 421, 422, 423, 424, 425, 426, 427, 428, 429, 430, 431, 432, 433, 434, 435, 436, 437, 438, 439, 440, 441, 442, 443, 444, 445, 446, 447, 448, 449, 450, 451, 452, 453, 454, 455, 456, 457, 458, 459, 460, 461, 462, 463, 464, 465, 466, 467, 468, 469, 470, 471, 472, 473, 474, 475, 476, 477, 478, 479, 480, 481, 482, 483, 484, 485, 486, 487, 488, 489, 490, 491, 492, 493, 494, 495, 496, 497, 498, 499, 500, 501, 502, 503, 504, 505, 506, 507, 508, 509, 510, 511, 512, 513, 514, 515, 516, 517, 518, 519, 520, 521, 522, 523, 524, 525, 526, 527, 528, 529, 530, 531, 532, 533, 534, 535, 536, 537, 538, 539, 540, 541, 542, 543, 544, 545, 546, 547, 548, 549, 550, 551, 552, 553, 554, 555, 556, 557, 558, 559, 560, 561, 562, 563, 564, 565, 566, 567, 568, 569, 570, 571, 572, 573, 574, 575, 576, 577, 578, 579, 580, 581, 582, 583, 584, 585, 586, 587, 588, 589, 590, 591, 592, 593, 594, 595, 596, 597, 598, 599, 600, 601, 602, 603, 604, 605, 606, 607, 608, 609, 610, 611, 612, 613, 614, 615, 616, 617, 618, 619, 620, 621, 622, 623, 624, 625, 626, 627, 628, 629, 630, 631, 632, 633, 634, 635, 636, 637, 638, 639, 640, 641, 642, 643, 644, 645, 646, 647, 648, 649, 650, 651, 652, 653, 654, 655, 656, 657, 658, 659, 660, 661, 662, 663, 664, 665, 666, 667, 668, 669, 670, 671, 672, 673, 674, 675, 676, 677, 678, 679, 680, 681, 682, 683, 684, 685, 686, 687, 688, 689, 690, 691, 692, 693, 694, 695, 696, 697, 698, 699, 700, 701, 702, 703, 704, 705, 706, 707, 708, 709, 710, 711, 712, 713, 714, 715, 716, 717, 718, 719, 720, 721, 722, 723, 724, 725, 726, 727, 728, 729, 730, 731, 732, 733, 734, 735, 736, 737, 738, 739, 740, 741, 742, 743, 744, 745, 746, 747, 748, 749, 750, 751, 752, 753, 754, 755, 756, 757, 758, 759, 760, 761, 762, 763, 764, 765, 766, 767, 768, 769, 770, 771, 772, 773, 774, 775, 776, 777, 778, 779, 780, 781, 782, 783, 784, 785, 786, 787, 788, 789, 790, 791, 792, 793, 794, 795, 796, 797, 798, 799, 800, 801, 802, 803, 804, 805, 806, 807, 808, 809, 810, 811, 812, 813, 814, 815, 816, 817, 818, 819, 820, 821, 822, 823, 824, 825, 826, 827, 828, 829, 830, 831, 832, 833, 834, 835, 836, 837, 838, 839, 840, 841, 842, 843, 844, 845, 846, 847, 848, 849, 850, 851, 852, 853, 854, 855, 856, 857, 858, 859, 860, 861, 862, 863, 864, 865, 866, 867, 868, 869, 870, 871, 872, 873, 874, 875, 876, 877, 878, 879, 880, 881, 882, 883, 884, 885, 886, 887, 888, 889, 890, 891, 892, 893, 894, 895, 896, 897, 898, 899, 900, 901, 902, 903, 904, 905, 906, 907, 908, 909, 910, 911, 912, 913, 914, 915, 916, 917, 918, 919, 920, 921, 922, 923, 924, 925, 926, 927, 928, 929, 930, 931, 932, 933, 934, 935, 936, 937, 938, 939, 940, 941, 942, 943, 944, 945, 946, 947, 948, 949, 950, 951, 952, 953, 954, 955, 956, 957, 958, 959, 960, 961, 962, 963, 964, 965, 966, 967, 968, 969, 970, 971, 972, 973, 974, 975, 976, 977, 978, 979, 980, 981, 982, 983, 984, 985, 986, 987, 988, 989, 990, 991, 992, 993, 994, 995, 996, 997, 998, 999, 1000.

После порочей прокатки и охлаждения температура 30Б и 30Г равна 300 К и имеют распределение остаточных напряжений, приведенное на рис. 3а, и кривые $\chi^2 = 0,00398 \text{ м}^{-1}$ (для проволоки с наименьшей жесткостью) и $\chi^2 = 0,0112 \text{ м}^{-1}$ (для проволоки с наибольшей жесткостью). После правки остаточные напряжения не должны превышать $0,019 \text{ м}^{-1}$.



Рис. 3. Продольные напряжения в двутавре 30 Б, МПа
 а - начальные; б - после правки в плоскости наименьшей жесткости; в - наибольшей жесткости; г - последовательная правка (наимен., наибол. жесткости); д - последовательная правка (наибол., наимен. жесткости).

Анализ различных режимов правки двутавров показывает, что при традиционных схемах изгиба происходит лишь перераспределение остаточных напряжений при незначительном их понижении. В то же время эффективно управлять остаточными напряжениями можно при наличии растягивающего усилия, приложенного к изгибаемому профилю. В качестве вектора управления \vec{h} при поиске оптимального режима выбраны величины перемещений 2, 4, 6, и 8 роликов, а также усилие растяжения.

При поиске оптимального режима правки двутавров рассмотрены следующие варианты:

При поиске оптимального режима правки двутавров рассмотрены следующие варианты:

А - правка профиля в плоскости наименьшей жесткости;

Б - правка в плоскости наибольшей жесткости;

В - последовательная правка в плоскостях наименьшей и наибольшей жесткостей;

Г - последовательная правка в плоскостях наибольшей и наименьшей жесткостей.

При исследовании вариантов В и Г напряженно-деформированное состояние двутавра, достигнутое в первой секции, является начальным при обработке во второй секции.

Результаты оптимизации различных вариантов правки приведены на рис. 3б-д.

Режим А уменьшает кривизну в плоскости наименьшей жесткости более чем в десять раз. Одновременно происходит перераспределение напряжений (рис. 3б) по сечению двутавра. В стенке наибольшее значение напряжения снижено вдвое по сравнению с исходным состоянием. В полках характер распределения остаточных напряжений изменился, причем последние возросли на 25%. Следует отметить, что несимметричность их распределения по сечению профиля снижает эксплуатационные характеристики двутавров, поскольку требует их специальной ориентации в зависимости от условий нагружения.

Режим Б приводит к качественному изменению распределения остаточных напряжений (рис. 3в). Благодаря упругопластическому изгибу с растяжением в полках созданы пластические деформации удлинения, тогда как в стенке накопления пластических деформаций не произошло. В результате после упругой разгрузки полки оказались в сжатом состоянии, а стенки растянуты. В целом наибольшее значение остаточных напряжений по сечению профиля снизилось вдвое; остаточная кривизна в плоскости наибольшей жесткости не превышает $0,0004 \text{ м}^{-1}$.

Режим В предусматривает последовательную правку двутавров в плоскостях наименьшей (соответствует режиму А) и наибольшей жесткостей. Обработка профиля привела к снижению напряжений в полках (по сравнению с режимом А и исходным состоянием) и одновременно - к несимметрии их распределения в стенке (рис. 1г). Общая кривизна профиля не превышает $0,0032 \text{ м}^{-1}$.

Режим Г заключается в последовательной правке двутавров в плоскостях наибольшей (соответствует режиму Б) и наименьшей жесткостей. Результат деформации - снижение напряжений по сечению более чем на 35% (рис. 1д). Общая кривизна профиля не превышает $0,0025 \text{ м}^{-1}$, что соответствует техническому условию.

Сопоставление найденных режимов показывает преимущества варианта Г, при котором наилучшим образом сочетаются уменьшение искривленности профиля и снижение остаточных напряжений при достаточной симметрии распределения последних. Все найденные

режимы правки (рис. 3б-д) приводят к уменьшению собственной кривизны двутавров при одновременном снижении напряжений (от 20 % при режиме А до 50 % при режиме Б).

Выводы

Разработан новый подход к построению целевых функций для решения прикладных задач многокритериальной оптимизации, использующий аппарат теории гильбертовых пространств. Решен ряд прикладных задач, определены режимы процессов стабилизации, рихтовки проволоки, правки двутавров, позволяющие одновременно со снижением (формированием) остаточных напряжений снижать искривленность длинномерных профилей и получать требуемую деформацию удлинения.

Литература

1. Оптимизация процесса изготовления высокопрочной арматурной проволоки // Киреев Е.М. и др. / Физ.-хим. механика материалов. 1983. Т. 19. № 6. С. 84-87.

2. Остаточные напряжения в профилях и способы их снижения // Скороходов А.Н. и др. М: Металлургия, 1985. 184 с.

3. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М: Наука, 1981. 544 с.

4. Алгоритм исследования напряженно-деформированного состояния проволоки при деформировании знакопеременным изгибом с натяжением // Бояршинов М.Г. и др. / Известия высших учебных заведений. Черная металлургия. 1984. № 8. С. 79-83.

5. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. М: Мир, 1975. 534 с.

6. Поздеев А.А., Няшин Ю.И., Трусов П.В. Остаточные напряжения: Теория и приложения. М: Наука, 1982. 112 с.

Пермский политехнический институт