

УДК 621.746.628.4

**В.И. Васенин, К.И. Емельянов, М.Ю. Щелконогов**

Пермский государственный технический университет

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ МЕСТНЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ ЛИТНИКОВОЙ СИСТЕМЫ**

Определены коэффициенты местных сопротивлений поворота из стояка в коллектор и из коллектора в питатель в зависимости от отношения площадей их поперечных сечений до и после поворота потока.

Как это ни удивительно, коэффициенты местных сопротивлений поворота из стояка в коллектор и из коллектора в питатель никто не определял. Не удалось найти ни оригинальных работ, ни ссылок на них, ни величин коэффициентов. Единственное, что известно, – это коэффициент местного сопротивления поворота на 90° при одинаковых площадях круглых труб до и после поворота, равный 1 [1, с. 209].

Для проведения исследований использовалась литниковая система, показанная на рис. 1 и 2. Система состоит из чаши, стояка, коллектора и сменного модуля «коллектор – питатель». Этот модуль был спроектирован таким образом, чтобы его можно было применять при исследованиях истечения из трубы большего диаметра в трубу меньшего диаметра (рис. 1) и из меньшего в больший (рис. 2). Важно было использовать в опытах одно и то же устройство и исключить влияние механической обработки на размеры отверстий. При истечении из меньшего диаметра в больший сток в атмосферу происходил из сечения 8–8 из такого же (меньшего) диаметра. Диаметр чаши равен 0,272 м, высота воды в чаше – 0,100 м. Внутренние диаметры стояка, коллектора и питателей окончательно доводились с помощью разверток. Диаметры стояка и коллектора:  $d_{ст} = 24,02$  мм,  $d_k = 16,02$  мм. Диаметры питателей  $d_n$  были такими (мм): 2,52; 4,02; 6,02; 8,02; 9,02, 11,52; 13,02; 14,02; 15,02 и 16,02. Относительная длина питателей  $l_n/d_n$  была равна 5 ( $l_n$  – длина питателя). Уровень воды  $H$  – расстояние по вертикали от сечения 1–1 в чаше до продольной оси коллектора и питателя – поддерживался постоянным путем непрерывного доливания воды в чашу и слива ее излишков через специальную щель в чаше:  $H = 0,360$  м = const. В сечении 6–6 на рис. 1 и в сечениях 6–6 и 7–7 на рис. 2 были установлены пьезометры – стеклянные трубочки длиной 370 мм и внутренним диаметром 4,5 мм. Время истечения жидкости из питателя составляло 70–500 с, а вес вылившейся из питателя воды – около

10 кг. Эти весовые и временные ограничения обеспечили отклонение скорости от среднего значения  $\pm 0,005$  м/с, не более.

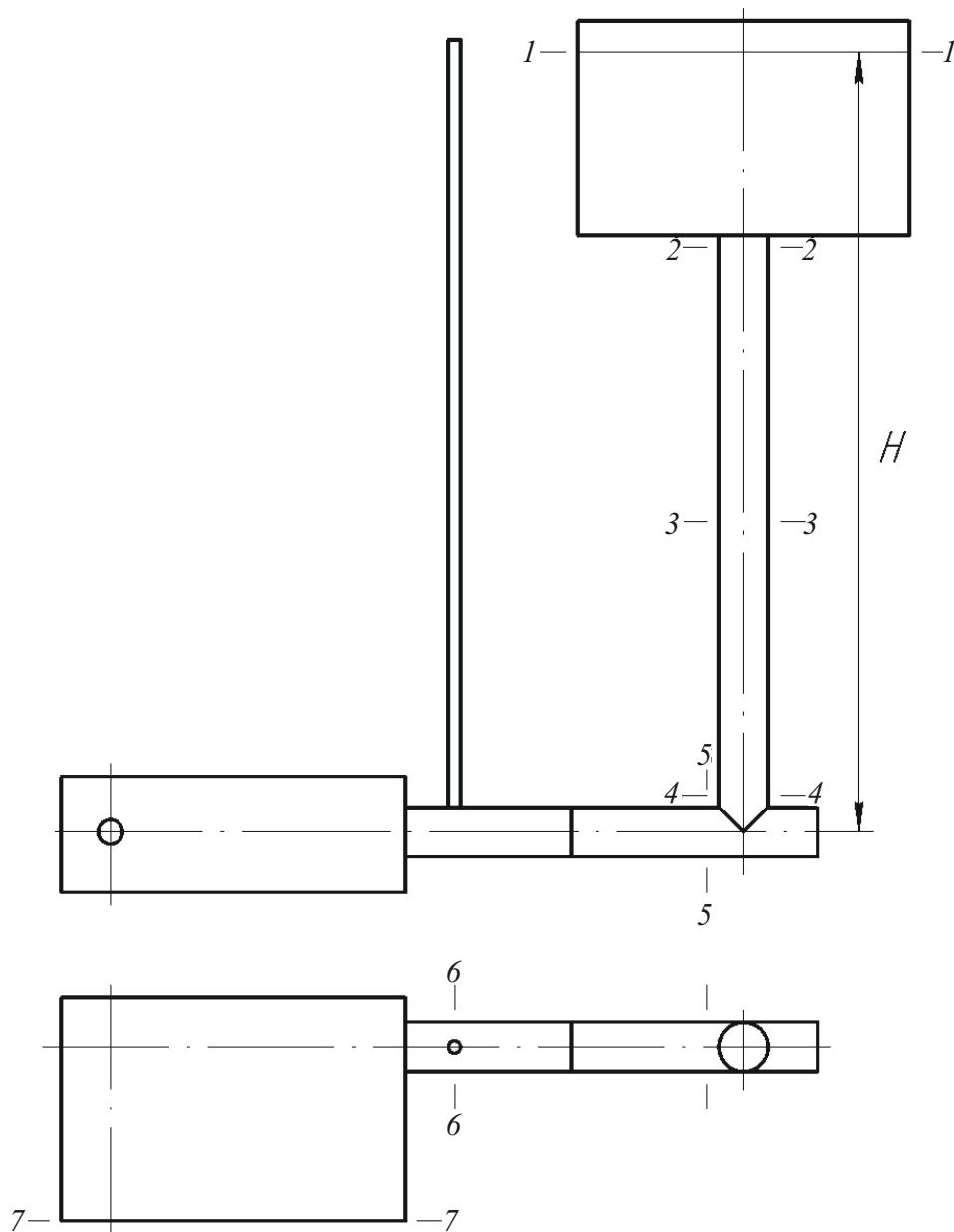


Рис. 1. Литниковая система ( $S_k \geq S_n$ )

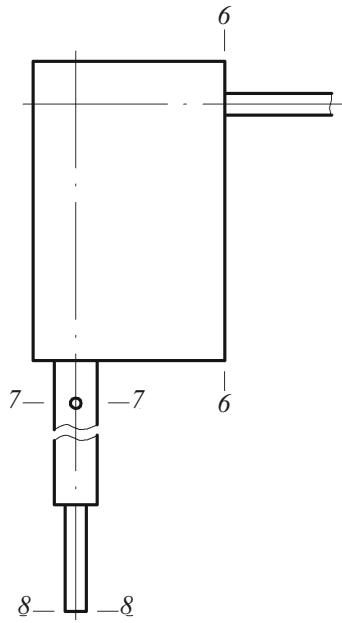


Рис. 2. Схема подсоединения сменного модуля «коллектор – питатель» ( $S_k < S_n$ )

Выведем формулу для определения коэффициента местного сопротивления на поворот и изменение площадей сечений потока до и после поворота. Уравнение Бернулли для сечений 6–6 и 7–7 (см. рис. 1 и 2) запишется так:

$$\frac{P_6}{\gamma} + \alpha \frac{v_k^2}{2g} = \frac{P_7}{\gamma} + \alpha \frac{v_n^2}{2g} + h_{\text{пот}}, \quad (1)$$

где  $p_6$  и  $p_7$  – давления в сечениях 6–6 и 7–7, Н/м<sup>2</sup>;  $\gamma$  – удельный вес жидкости, Н/м<sup>3</sup>;  $\alpha$  – коэффициент неравномерности распределения скорости по сечению потока (коэффициент Кориолиса), принимаем  $\alpha = 1,1$  [2, с. 108];  $v_k$  и  $v_n$  – скорости жидкости в сечениях 6–6 коллектора и 7–7 питателя, м/с;  $g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>;  $h_{\text{пот}}$  – потери напора на трение в коллекторе и питателе и на поворот потока на 90°, м. Потери напора можно записать так:

$$h_{\text{пот}} = \lambda \frac{l_{6-n}}{d_k} \alpha \frac{v_k^2}{2g} + \lambda \frac{l_n}{d_n} \alpha \frac{v_n^2}{2g} + \zeta_{k-n(n)} \alpha \frac{v_n^2}{2g}. \quad (2)$$

И так:

$$h_{\text{пот}} = \lambda \frac{l_{6-n}}{d_k} \alpha \frac{v_k^2}{2g} + \lambda \frac{l_n}{d_n} \alpha \frac{v_n^2}{2g} + \zeta_{k-n(n)} \alpha \frac{v_n^2}{2g}. \quad (3)$$

В формулах (2) и (3)  $\lambda$  – коэффициент потерь на трение, принимаем  $\lambda = 0,03$  [3];  $l_{6-n}$  – длина коллектора от сечения 6–6 до продольной оси питателя, м;  $\zeta_{k-n(n)}$  – коэффициент местного сопротивления на поворот из коллектора в питатель и изменение площадей сечений потока до и после поворота, приведенный к скорости жидкости в питателе  $v_n$ ;  $\zeta_{k-n(k)}$  – коэффициент местного сопротивления на поворот из коллектора в питатель и изменение площадей сечений потока до и после поворота, приведенный к скорости жидкости в коллекторе. Очевидно, что  $v_k S_k = v_n S_n$ , где  $S_k$  и  $S_n$  – площади сечений коллектора и питателя, м<sup>2</sup>. Если принять  $v_k = v_n S_n / S_k$ , то, учитя это и сделав преобразования зависимостей (1) и (2), получаем такое соотношение:

$$\zeta_{k-n(n)} = \frac{2g(p_6 - p_7)}{\alpha \gamma v_n^2} + \left(1 - \lambda \frac{l_{6-n}}{d_k}\right) \left(\frac{S_n}{S_k}\right)^2 - \lambda \frac{l_n}{d_n} - 1. \quad (4)$$

А если взять  $v_n = v_k S_k / S_n$ , то будет такая зависимость:

$$\zeta_{k-n(k)} = \frac{2g(p_6 - p_7)}{\alpha \gamma v_k^2} + 1 - \lambda \frac{l_{6-n}}{d_k} - \left(\lambda \frac{l_n}{d_n} + 1\right) \left(\frac{S_k}{S_n}\right)^2. \quad (5)$$

В случае истечения из большего сечения в меньшее (см. рис. 1) диаметр коллектора  $d_k = 0,01602$  м, расстояние  $l_{6-n} = 0,0745$  м,  $d_n = \text{var}$ ,  $l_n = 5d_n$ , а давление  $p_7$  равно атмосферному давлению  $p_a$ . При входе потока из меньшего сечения 6–6 в большее 7–7 (см. рис. 2)  $d_k = \text{var}$ ,  $l_{6-n} = 5d_k$ ,  $d_n = 0,01602$  м,  $l_n = 0,0745$  м,  $p_7 > p_a$ ,  $p_8 = p_a$ . На рис. 2 сечение 6–6 называем сечением коллектора, а 7–7 – сечением питателя, хотя 6–6 по площади меньше 7–7. Если приравнять правые части выражений (2) и (3) – понятно, что левые части равны, то получатся следующие соотношения:

$$\zeta_{k-n(n)} = \zeta_{k-n(k)} (S_n / S_k)^2, \quad (6)$$

$$\zeta_{k-n(k)} = \zeta_{k-n(n)} (S_k / S_n)^2. \quad (7)$$

Возникает вопрос: что за странная конструкция показана на рис. 2, с площадью сечения питателя больше площади коллектора? На самом деле, это поворот из стояка в коллектор для случая, когда площадь коллектора больше площади сечения стояка. Просто модуль с нижней проекции рис. 1 соответствующим образом развернут относительно коллектора. Дело в том, что при истечении из меньшего сечения в большее нужно поток замкнуть меньшим сечением. Иначе труба с большим сечением не будет заполнена жидкостью, в трубе образуется безнапорное течение, а давление в жидкости известно – оно равно атмосферному. Следует располагать стояк и коллектор

горизонтально. Если стояк установлен вертикально, то поперечные сечения плоскостей сравнения стояка и коллектора будут на разных уровнях под углом  $90^\circ$  друг к другу, причем в горизонтальном сечении вертикального стояка по всей площади давление одинаковое, а в вертикальном сечении коллектора давление по высоте будет разным.

Уравнение Бернулли (после преобразований) для систем на рис. 1 и 2 выглядят так:

$$H = \alpha \frac{v_7^2}{2g} \left(1 + \zeta_{1-7(7)}\right), \quad (8)$$

$$H = \alpha \frac{v_8^2}{2g} \left(1 + \zeta_{1-8(8)}\right), \quad (9)$$

где  $\zeta_{1-7(7)}$  – коэффициент сопротивления системы от сечения 1–1 до сечения 7–7, приведенный к скорости жидкости в сечении 7–7 (рис. 1);  $\zeta_{1-8(8)}$  – коэффициент сопротивления системы от сечения 1–1 до сечения 8–8, приведенный к скорости жидкости в сечении 8–8 (см. рис. 2). Коэффициент

$$\zeta_{1-7(7)} = \left( \zeta_{ct} + \lambda \frac{l_{ct}}{d_{ct}} \right) \left( \frac{S_n}{S_{ct}} \right)^2 + \left( \zeta_{ct-k(k)} + \lambda \frac{l_k}{d_k} \right) \left( \frac{S_n}{S_k} \right)^2 + \zeta_{k-n(n)} + \lambda \frac{l_n}{d_n}, \quad (10)$$

где  $\zeta_{ct}$  – коэффициент местного сопротивления входа из чаши в стояк; принимаем  $\zeta_{ct} = 0,10$  [4, с. 103], так как радиус скругления входной кромки стояка равен 0,10 диаметра стояка;  $l_{ct}$  и  $l_k$  – длина стояка и коллектора, м; для схемы на рис. 1  $l_{ct} = 0,251$  м,  $l_k = 0,270$  м;  $\zeta_{ct-k(k)}$  – коэффициент местного сопротивления поворота из стояка в коллектор, приведенный к скорости жидкости в коллекторе. Коэффициент  $\zeta_{1-8(8)}$  определяется по аналогичной (10) формуле, учитывающей дополнительно два резких сужения потока, еще один участок коллектора и 1 участок питателя. Приводить эту зависимость не будем. Коэффициент расхода литниковой системы от сечения 1–1 до сечения 7–7, приведенный к скорости в сечении 7–7,  $\mu_{1-7(7)} = (1 + \zeta_{1-7(7)})^{-1/2}$ , а  $\mu_{1-8(8)} = (1 + \zeta_{1-8(8)})^{-1/2}$ . Скорости:  $v_7 = \mu_{1-7(7)} \sqrt{2gH/\alpha}$ ,  $v_8 = \mu_{1-8(8)} \sqrt{2gH/\alpha}$ . Расходы:  $Q = Q_{ct} = Q_k = Q_n = \mu_{1-7(7)} S_n \sqrt{2gH/\alpha}$  и  $Q = Q_{ct} = Q_k = Q_n = \mu_{1-8(8)} S_8 \sqrt{2gH/\alpha}$ .

Коэффициенты поворота и сопротивлений системы, расходы и скорости приведены в табл. 1 и 2. Точность определения коэффициентов поворота даже при худшем варианте, когда  $S_k = S_n$  составляет  $\pm 0,005$ , не более. Обра-

ботка экспериментальных данных табл. 1 о величине  $\zeta_{k-n(n)}$  по методу наименьших квадратов дала следующую зависимость:

$$\zeta_{k-n(n)} = 0,819(S_n / S_k)^2 - 0,122S_n / S_k + 0,303. \quad (11)$$

Это выражение действительно при изменении отношения  $S_n / S_k$  или  $S_k / S_{ct}$  от 0,063 до 1. Когда  $S_n > S_k$  или когда площадь сечения коллектора больше площади сечения стояка в нижнем сечении ( $S_k > S_{ct}$ ), то обработка экспериментальных данных табл. 2 о величине  $\zeta_{k-n(n)}$  или  $\zeta_{ct-k(k)}$  по методу наименьших квадратов дает такое соотношение:

$$\zeta_{ct-k(k)} = 1,556(S_k / S_{ct})^2 - 1,235S_k / S_{ct} + 0,679. \quad (12)$$

Зависимость действительна при изменении  $S_k / S_{ct}$  от 1 до 3. Надо заметить, что в литейной практике литниковые системы с  $S_k / S_{ct} > 3$  не используются.

Таблица 1

**Характеристики литниковой системы при  $S_k \geq S_n$**

$d_n$ , мм	$S_n / S_k$	$\zeta_{k-n(n)} / \zeta_{k-n(k)}$	$\zeta_{1-7(7)}$	$\mu_{1-7(7)}$	$v_7$ , м/с	$Q \cdot 10^6$ , $\text{м}^3/\text{с}$
2,52	0,025	0,325/493,236	0,401	0,845	2,123	10,67
4,02	0,063	0,299/75,408	0,473	0,824	2,088	26,50
6,02	0,141	0,373/18,706	0,532	0,808	2,047	58,26
8,02	0,251	0,336/5,349	0,551	0,803	2,035	102,80
9,02	0,317	0,347/3,453	0,586	0,794	2,011	128,50
11,52	0,517	0,509/1,904	0,841	0,737	1,867	194,60
13,02	0,661	0,636/1,458	1,082	0,693	1,755	233,66
14,02	0,766	0,739/1,260	1,282	0,662	1,677	258,89
15,02	0,879	0,830/1,074	1,520	0,630	1,597	282,97
16,02	1	1/1	1,796	0,598	1,516	305,57

Таблица 2

**Характеристики литниковой системы при  $S_k < S_n$**

$d_k$ , мм	$S_n / S_k$	$\zeta_{k-n(n)} / \zeta_{k-n(k)}$	$\zeta_{1-8(8)}$	$\mu_{1-8(8)}$	$v_6 = v_8$ , м/с	$v_7$ , м/с	$Q \cdot 10^6$ , $\text{м}^3/\text{с}$
4,02	15,881	273,422/1,084	2,291	0,551	0,088	1,397	17,73
6,02	7,082	54,342/1,084	2,038	0,574	0,205	1,454	41,38
8,02	3,990	18,980/1,192	2,141	0,564	0,358	1,430	72,22
9,02	3,154	12,263/1,232	2,013	0,576	0,463	1,460	93,28
11,52	1,934	3,867/1,034	2,076	0,570	0,747	1,445	150,61
13,02	1,514	2,376/1,037	2,060	0,572	0,957	1,449	192,87
14,02	1,306	1,719/1,008	2,290	0,551	1,070	1,397	215,66
15,02	1,138	1,445/1,117	2,380	0,544	1,212	1,378	244,22

В случаях  $S_{ct} = S_k$  или  $S_k = S_n$  коэффициент  $\zeta_{ct-k(k)}$  или  $\zeta_{k-n(n)}$  следует записывать равным 1, а не 1,000. Дело в том, что этот коэффициент поворота играет важную роль в гидравлике. Он показывает, что теряется полностью вся продольная скорость, а поток поворачивает на  $90^\circ$ .

Вернемся к табл. 1, которая дает представление о том, что такое литниковая система. Проанализируем то, что происходит в системе при изменении диаметра питателя с 16,02 до 2,52 мм. Диаметр становится меньше в 6,36 раза, а площадь – в 40,45 раза. Коэффициент поворота  $\zeta_{k-n(n)}$  стал меньше в 3,08 раза (соответственно 1 и 0,325), а коэффициент сопротивления системы  $\zeta_{1-7(7)}$  – в 4,48 раза, 1,796 и 0,401. Коэффициент расхода  $\mu_{1-7(7)}$  увеличился с 0,598 до 0,845, а скорость в питателе возросла с 1,516 до 2,123 м/с, в 1,40 раза. Расход в системе уменьшился с  $305,57 \cdot 10^{-6}$  до  $10,67 \cdot 10^{-6}$  м<sup>3</sup>/с. Как видно, расход упал только в 28,64 раза, а не в 40,45 раза, как должно было бы быть, если исходить только из уменьшения площади поперечного сечения питателя. Это объясняется тем, что с уменьшением диаметра питателя снижается расход (и скорость) воды в коллекторе и стояке, становятся меньше потери напора и растет коэффициент расхода системы. Однако площадь сечения вытекающей из питателя струи жидкости снижается из-за уменьшения диаметра питателя. А в результате получаются такие впечатляющие параметры литниковой системы. Причем режимы истечения из меньшего сечения в большее и из большего в меньшее исследованы на одном и том же устройстве, а эти оба вида местных сопротивлений широко используются в литниковых системах.

## Список литературы

1. Альтшуль А.Д., Животовский Л.С., Иванов Л.П. Гидравлика и аэrodинамика. – М.: Стройиздат, 1987. – 416 с.
2. Чугаев Р.Р. Гидравлика. – Л.: Энергоиздат, 1982. – 672 с.
3. Токарев Ж.В. К вопросу о гидравлическом сопротивлении отдельных элементов незамкнутых литниковых систем // Улучшение технологии изготовления отливок. – Свердловск: Изд-во Уральск. политехн. ин-та, 1966. – С. 32–40.
4. Идельчик И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. – М.: Машиностроение, 1992. – 672 с.

Получено 25.02.2010