

УДК 539.374

А.А. Селянинов, Р.М. Подгаец, Ю.В. Акулич

МОДЕЛИРОВАНИЕ СОСТОЯНИЯ СЛЯБА ПРИ СОВМЕЩЕНИИ НЕПРЕРЫВНОГО ЛИТЬЯ С ОБЖАТИЕМ

ABSTRACT

The article suggests the mathematical model of the reduction of continuously casting slab containing a liquid phase inside the deformation zone. The problem is considered in three-dimensional formulation. The algorithm of determination of the effective viscosity of liquid phase in conditions of its turbulent flow is discussed. The mathematical model is realised as an application package for the IBM-compatible personal computer.

В настоящее время заготовки, получаемые на установках непрерывной разливки стали, подвергаются черновой прокатке после полного отвердевания. Перспективным представляется совмещение разливки и обжатия сляба в непрерывный технологический процесс. Совмещенный процесс обжатия заготовки, состоящей из жидкой сердцевины и твердой корки, позволяет при меньших энергетических затратах получить толстый лист с улучшенными свойствами (катаную структуру вместо литой). Наиболее опасным при этом является возможность прорыва твердой корки в области очага деформации. В связи с этим необходимо создание математической модели процесса и исследование напряженно-деформированного состояния металла.

Рассмотрим обжатие валками непрерывнолитого стального листа. Процесс деформирования считается стационарным, температурное поле в твердой и жидкой фазах известным. Учитывается увеличение толщины корки по длине заготовки. На границе контакта твердой фазы с жидкой предполагается полное прилипание, на поверхности контакта с валками - прилипание в продольном направлении и трение Кулона в поперечном. Массовыми силами и свободной конвекцией в жидкой фазе пренебрегаем. Тогда определение состояния металла в твердой корке является задачей теории упругопластичности с физико-механическими свойствами, зависящими от температуры, и сопротивлением деформации, зависящим от температуры, скорости деформации и степени деформации [1] для заданной начальной геометрии очага деформации (рис.1). Поведение металла в жидкой фазе описывается уравнениями Навье-Стокса.

Начальное состояние металла считаем ненапряженным. Граница

$$V$$
 в объеме V состоит из семи частей, $V = \bigcup_{i=1}^7 V_i$.

На поперечных сечениях полосы V_1 и V_3 заданы силовые граничные условия, обусловленные усилиями натяжения в твердой фазе

Q_{1T}, Q_{2T} и давлений в жидкости $Q_{1ж}, Q_{2ж}$:

$$\begin{aligned} P_1 = P_3 = 0, \quad P_2 = -Q_1 \quad \forall \bar{x} \in \bar{B}_1, \\ P_1 = P_3 = 0, \quad P_2 = Q_2 \quad \forall \bar{x} \in \bar{B}_2, \end{aligned} \quad (1)$$

где $P_i, i=1,3$ - компоненты вектора распределенной поверхностной нагрузки.

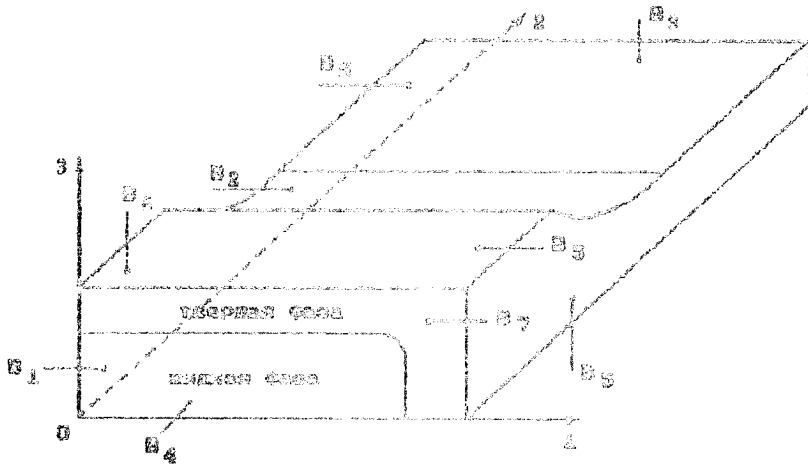


Рис. 1. Деформируемая область.

На свободных поверхностях B_5 компоненты вектора нагрузки равны нулю

$$P_i = 0, \quad i = 1,3 \quad \forall \bar{x} \in B_5, \quad (2)$$

На поверхности контакта с валками B_2

$$P_1 = -\mu_{тр} \cdot P_n, \quad v_n = 0, \quad v_{\tau} = v_0 \quad \forall \bar{x} \in B_2, \quad (3)$$

где v_n, v_{τ}, P_n - проекции векторов скорости и нагрузки на внешнюю нормаль и касательную;

v_0 - окружная скорость поверхности валков;

$\mu_{тр}$ - коэффициент трения скольжения.

Поверхность B_7 разделяет твердую и жидкую фазы. Здесь имеют

нормальное направление, \vec{v}_1 и \vec{v}_2 — направления

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_1^0, \quad \vec{v}_2 = \vec{v}_2^0, \quad \vec{v}_3 = \vec{v}_3^0, \quad \forall \vec{x} \in \Omega_1 \quad (4)$$

Из симметричности \vec{v}_1 и \vec{v}_2 — условия симметрии

$$\begin{aligned} v_{1y} &= 0, & v_{2x} &= 0, & \forall \vec{x} \in \Omega_1, \\ v_{1z} &= 0, & v_{2z} &= 0, & \forall \vec{x} \in \Omega_2. \end{aligned} \quad (5)$$

Обозначим вектор \vec{v} — вектор скорости, $\vec{v} = \vec{v}_1$ или $\vec{v} = \vec{v}_2$ соответственно в зависимости от области, поверхности и поверхности разделения фаз, выражаемое уравнением (4). Для определения в стационарном режиме деформации используется условие движения частиц металла по границе фаз:

$$v_{1z} = v_{2z}, \quad \forall \vec{x} \in \Gamma_1 \cup \Gamma_2. \quad (6)$$

Для решения поставленной пространственной задачи применена процедура метода конечных элементов [2,3] при линейной аппроксимации поля скоростей и постоянном среднем деформации в пределах элемента. В результате решения получается обобщенное решение в рассматриваемом пространстве.

Геометрия физического очага деформации уточняется итерационной процедурой, основанной на интегрировании поля скоростей, до выполнения условия (6).

Линеаризация физической нелинейности в твердой фазе производится методом секущих модулей в координатах интенсивность напряжений — интенсивность скоростей деформации. Динамическая вязкость твердой фазы определяется как

$$\mu_{ТФ} = \tau_{\text{н}} / \dot{\epsilon} = \sigma_{\text{н}} / 2\dot{\epsilon}_{\text{н}}, \quad (7)$$

где $\sigma_{\text{н}} = \sigma_{\text{н}}(T, \sigma_{\text{н}}, \dot{\epsilon}_{\text{н}})$ — предел текучести стали.

Вязкость жидкой фазы в рассматриваемой области внутри очага деформации считается постоянной. Для стали 08 вблизи температуры равновесного солидуса ламинарная составляющая динамической вязкости равна $\mu = \rho \cdot \nu = 0.00807 \text{ Па} \cdot \text{с}$ [4] (ρ — плотность, ν — кинематическая вязкость). Однако при существующих параметрах непрерывной разливки, совмещенной с обжатием сляба (скорость подката 0.1 М/с , толщина жидкой фазы 0.03 м , плотность 7000 кг/м^3), число Рейнольдса $Re = v \cdot h / \nu \gg 1000$, поэтому следует учитывать турбулентную составляющую вязкости. На основе полуэмпирической теории [5] вместо анализа механизма турбулентности в жидкой фазе — используем эффективную вязкость

$$\mu_{\text{жф}} = \mu + \mu_{\text{Т}} \quad (8)$$

где турбулентная составляющая на основе экспериментов по теплоносителям жидкометаллических теплоносителей в трубках [6] считается пропорциональной числу Рейнольдса

$$\mu_T = (2.0 - 3.5) \cdot 10^{-3} \cdot \rho \cdot \nu \cdot Re \quad (9)$$

В качестве определяющей скорости в критерии Рейнольдса выбрана относительная скорость течения жидкой фазы на входе в физический очаг деформации, тогда

$$\mu_{жф} = \mu_{жф}(v_{отн}) \quad (10)$$

Относительная скорость течения жидкой фазы заранее неизвестна, поэтому необходима итерационная процедура определения турбулентной составляющей вязкости в жидкой фазе, которую можно включить в алгоритм решения параллельно методу секущих модулей для твердой фазы. Такая процедура возможна, так как уменьшение $\mu_{жф}$ ведет к увеличению $v_{отн}$, и наоборот. Остается вопрос о сходимости этой итерационной процедуры и о соотношении скоростей сходимости эффективной вязкости в твердой и жидкой фазах.

Ввиду нелинейности зависимости $\mu_{жф}(v_{отн})$ и произвольности начального приближения относительной скорости жидкой фазы на каждой итерации определяется усредненная относительная скорость как функция относительной скорости на данной итерации $v_{отн}^k$ и усредненной скорости на предыдущей итерации $v_{отн}^{k-1}$. Для проверки единственности получаемой вязкости и сравнения скорости сходимости были использованы итерационные процедуры со среднеарифметическим

$$v_{отн} = (v_{отн}^{k-1} + v_{отн}^k) / 2 \quad (11)$$

и среднегеометрическим

$$v_{отн} = \sqrt{v_{отн}^{k-1} \cdot v_{отн}^k} \quad (12)$$

усреднением относительной скорости жидкой фазы. Результаты сходимости при различных начальных приближениях для процедур (11) и (12) приведены в таблице.

Из таблицы следует, что итерационная процедура определения турбулентной вязкости со среднегеометрическим усреднением при различающихся на несколько порядков начальных скоростях сходится к одному решению, причем уже третья итерация дает решение с точностью до 1%. Процедура со среднеарифметическим усреднением сходится к тому же решению, однако для достижения той же точности ей требуется около 10 итераций.

Учитывая, что 5-10% сходимости метода секущих модулей в твердой фазе достигается за 5-6 линейных приближений по вязкости, можно считать, что скорости сходимости по вязкости в твердой и жидкой фазах сопоставимы, и обе итерационные процедуры можно применять параллельно.

Предложенный алгоритм исследования напряженно-деформированного состояния непрерывнолитого сляба при совмещении разливки с обхвтием реализован в пакете программ **NDSSPR**. Версия 1.0 для

ПЭВМ типа *IBM PC/AT*. Пакет программ позволяет подготовить исходную информацию, произвести расчет параметров процесса и представить результаты в числовом и графическом режиме.

Относительная скорость жидкой фазы $V_{отн}$
и турбулентная составляющая динамической вязкости μ_T

Номер итерации	Тип процедуры					
	Среднеарифметическое усреднение		Среднегеометрическое усреднение			
	$v_{отн},$ м/с	$\mu_T,$ Па·с	$v_{отн},$ м/с	$\mu_T,$ Па·с	$v_{отн},$ м/с	$\mu_T,$ Па·с
1	0.10	0.716	0.10	0.0716	1031.52	634.821
2	634.94	392.612	11.47	7.0728	17.21	10.632
3	319.08	196.424	11.97	7.3942	12.03	7.403
4	159.72	98.347	11.90	7.3322	11.92	7.3426
5	80.22	49.426	11.89	7.3289	11.89	7.3300
6	40.86	25.231	11.89	7.3311	11.90	7.3322
7	22.02	13.625	11.90	7.3327	-	-
8	14.12	8.7021	11.90	7.3349	-	-
9	12.04	7.4222	11.91	7.3368	-	-
10	11.91	7.3390	11.91	7.3385	-	-
11	11.91	7.3412	-	-	-	-

Литература

1. Селянинов А.А., Трусов П.В., Няшин Ю.И., Столбов В.Ю. Об одном подходе к исследованию напряженно-деформированного состояния при прокатке. // Межвуз. сб. научн. тр. / Перм. политехн. ин-т. Пермь, 1977. С. 12-19.
2. Зенкевич О., Чанг И. Метод конечных элементов в теории сооружений и в механике сплошных сред. М.: Недра, 1974. 240 с.
3. Селянинов А.А., Соболев А.В. Прокатка полосы в скошенных калибрах. // Межвуз. сб. научн. тр. / Перм. политехн. ин-т. Пермь, 1991. С. 97-102.
4. Андронов В.Н., Чекин Б.В., Нестеренко С.В. Жидкие металлы и шлаки. М.: Металлургия, 1977. 127 с.
5. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 712 с.
6. Ибрагимов М.Х., Субботин В.И., Бобков В.П. и др. Структура турбулентного потока и механизм теплообмена в каналах. М.: Атомиздат, 1978. 296 с.

Пермский политехнический институт