

Баркалов, С. А. Модель двухканального колл-центра с обменом заявками и повторными звонками / С. А. Баркалов, Е. А. Серебрякова // Прикладная математика и вопросы управления. – 2023. – № 4. – С. 136–145. DOI 10.15593/2499-9873/2023.4.09

Библиографическое описание согласно ГОСТ Р 7.0.100–2018

Баркалов, С. А. Модель двухканального колл-центра с обменом заявками и повторными звонками / С. А. Баркалов, Е. А. Серебрякова. – Текст : непосредственный. – DOI 10.15593/2499-9873/2023.4.09 // Прикладная математика и вопросы управления / Applied Mathematics and Control Sciences. – 2023. – № 4. – С. 136–145.



**ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА
И ВОПРОСЫ УПРАВЛЕНИЯ**
№ 4, 2023

<https://ered.pstu.ru/index.php/amcs>



Научная статья

DOI: 10.15593/2499-9873/2023.4.09

УДК 519.872.4



Модель двухканального колл-центра с обменом заявками и повторными звонками

С.А. Баркалов, Е.А. Серебрякова

Воронежский государственный технический университет, Воронеж, Российская Федерация

О СТАТЬЕ

Получена: 15 сентября 2023

Одобрена: 08 декабря 2023

Принята к публикации:

15 декабря 2023

Финансирование

Исследование не имело спонсорской поддержки.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов

равноценен

Ключевые слова:

массовое обслуживание, повторные заявки, обмен заявками, голосовой бот, стационарное решение

АННОТАЦИЯ

Представлена численная модель стационарного распределения состояний колл-центра для двухканальной RQ-системы с обменом заявками. Такие системы становятся все более актуальными в связи с параллельным применением для обслуживания звонков как диспетчеров-людей, так и голосовых интеллектуальных ботов. Расчеты основаны на решении системы стационарных уравнений Чепмена – Колмогорова для марковского процесса, описывающего RQ-систему. Предложенная в работе система уравнений отличается от предшествующих моделей наличием обмена заявками между каналами обслуживания в соответствии с предпочтениями клиентов. В ней учитывается возможность случайных повторных звонков в течение заданного среднего времени. Время обслуживания в каналах и время задержки заявок на орбитах имеют экспоненциальные законы распределения. Заявки на орбите обладают свойством нетерпеливости, т.е. покидают систему после некоторого случайного времени. Для нахождения стационарного распределения состояний на орбитах используется итерационный численный метод Гаусса – Зейделя, обеспечивающий быструю сходимость вычислений. Для каждого канала учитывается своя орбита заявок. Точность решения контролируется увеличением максимального числа заявок на орбите до стабилизации результата. Модель демонстрирует чувствительность пропускной способности системы к асимметрии предпочтений клиентов при смене канала. Численное моделирование проведено для колл-центра жилищной управляющей компании «СтройТехника» г. Воронежа. Потоки заявок и параметры повторных звонков рассчитывались на основе данных сайта компании и анализа социальных сетей. Учет повторных звонков снижает пропускную способность системы по сравнению с вариантом полностью нетерпеливых клиентов, которые не используют повторные звонки. Случай полностью нетерпеливых клиентов описывает предельное состояние системы обслуживания. В то же время перераспределение звонков в пользу более производительного канала улучшает общие характеристики системы. Полученные результаты показывают целесообразность применения высокопроизводительных многоканальных голосовых ботов при одновременном стимулировании смещения предпочтений клиентов в пользу интеллектуальных автоматов.

© Баркалов Сергей Алексеевич – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой управления, e-mail: e-mail: bsa610@yandex.ru, ORCID: 0000-0001-6183-3004.

Серебрякова Елена Анатольевна – кандидат экономических наук, доцент, доцент кафедры управления, e-mail: seaparish@mail.ru, ORCID: 0000-0001-5129-246X.



Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

Perm Polytech Style: Barkalov S.A., Serebryakova E.A. Dual-channel call center model with exchange of requests and repeat calls. *Applied Mathematics and Control Sciences*. 2023, no. 4, pp. 136–145. DOI: 10.15593/2499-9873/2023.4.09

MDPI and ACS Style: Barkalov, S.A.; Serebryakova, E.A. Dual-channel call center model with exchange of requests and repeat calls. *Appl. Math. Control Sci.* 2023, 4, 136–145. <https://doi.org/10.15593/2499-9873/2023.4.09>

Chicago/Turabian Style: Barkalov, Sergey A., and Elena A. Serebryakova. 2023. "Dual-channel call center model with exchange of requests and repeat calls". *Appl. Math. Control Sci.* no. 4: 136–145. <https://doi.org/10.15593/2499-9873/2023.4.09>



APPLIED MATHEMATICS
AND CONTROL SCIENCES

№ 4, 2023

<https://ered.pstu.ru/index.php/amcs>



Article

DOI: 10.15593/2499-9873/2023.4.09

UDC 519.872.4



Dual-channel call center model with exchange of requests and repeat calls

S.A. Barkalov, E.A. Serebryakova

Voronezh State Technical University, Voronezh, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 15 September 2023

Approved: 08 December 2023

Accepted for publication:
15 December 2023

Funding

This research received
no external funding.

Conflicts of Interest

The authors declare no conflict
of interest.

Authors Contributions

equivalent.

Keywords:

queuing service, repeated requests,
exchange of requests, voice bot,
stationary solution

ABSTRACT

Computer simulation of stationary distribution of states in a call center for a two-channel RQ system with exchange of requests is presented. Such systems are becoming increasingly relevant due to the parallel use of both human dispatchers and voice intelligent bots for servicing calls. The simulation is based on solving the system of stationary Chapman-Kolmogorov equations for the Markov process describing the RQ-system.

The system of equations proposed in the work differs from previous models by the presence of an exchange of requests between service channels in accordance with customer preferences. It takes into account the possibility of random repeated calls within a given average time. Service time in channels and delay time of requests in orbits have exponential distribution laws.

Requests in orbit have the property of impatience, i.e. leave the system after some random time. To find the stationary distribution of states in orbits, the iterative numerical Gauss-Seidel method is used, which ensures fast convergence of calculations. Each channel has its own orbit of requests. The accuracy of the solution is controlled by increasing the maximum number of requests in orbit until the result stabilizes. The model demonstrates the sensitivity of system performance to the asymmetry of customer preferences when changing channels.

Numerical simulation was carried out for the call center of the housing management company "StroyTekhnika" in the city of Voronezh. Application flows and repeat call parameters were calculated based on data from the company website and social network analysis. Accounting for repeat calls reduces system throughput compared to the option of completely impatient customers who do not use repeat calls. The case of completely impatient customers describes the limit state of a service system. At the same time, redistributing calls in favor of a more productive channel improves the overall performance of the system. The results obtained show the feasibility of using high-performance multi-channel voice bots while simultaneously stimulating a shift in customer preferences in favor of intelligent automata.

© **Sergey A. Barkalov** – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Management, e-mail: bsa610@yandex.ru, ORCID: 0000-0001-6183-3004.

Elena A. Serebryakova – CSc of Economic Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Management, e-mail: sea-parish@mail.ru, ORCID: 0000-0001-5129-246X.



This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

Введение

Ограниченность ресурсов приводит к тому, что ожидание в очередях является неизбежной составляющей человеческой жизни. Когда клиент приходит на обслуживание в какую-то систему, обслуживание не всегда начинается немедленно, и тогда он уходит или становится в очередь. Часто имеется несколько каналов обслуживания, и можно решить, в какую очередь следует присоединиться. Проблема выбора правильной очереди может быть сложной. Чаще всего выбор основан на сравнении длин очередей. Однако из-за разной длительности процесса обслуживания клиентов выбор встать в самую короткую очередь может не гарантировать минимальное время ожидания. Находясь в определенной очереди, клиент может обнаружить, что альтернативная очередь уменьшается быстрее. В реальных системах это может привести к переходу клиентов из одной очереди в другую, на данный момент более короткую [1].

За последние десятилетия достижения в области технологии компьютерных сетей и телекоммуникаций дали людям возможность общаться друг с другом и получать доступ к любому контенту, который им нужен, везде и всегда. Разработка соответствующих приложений оживила исследования систем массового обслуживания и особенно систем массового обслуживания с повторными вызовами [2]. Отметим, что особенность функционирования голосовых диспетчеров в колл-центрах состоит в том, что очередь клиенту не видна, но он может покинуть обслуживание по мотивам неудовлетворенности или перейти к другому диспетчеру, при этом очередь не образуется, а отказы в обслуживании приводят к уходу клиента [3]. Здесь возникает другая постановка задачи, когда стремление быть обслуженным реализуется за счет повторных звонков, а не за счет пребывания в очереди. Работа современных колл-центров связана с применением все в больших масштабах интеллектуальных голосовых ботов [4]. Наблюдаемый прогресс в этой области требует дополнительного анализа комбинированных систем из диспетчеров-людей и диспетчеров-роботов. Полный переход на диспетчеров-роботов пока невозможен как из-за недостаточного совершенства искусственного интеллекта, так и по мотивам психологии массового потребителя, который пока что часто предпочитает общение с человеком. Поэтому в ближайшей перспективе предстоит параллельное задействование людей и автоматов, что приводит к необходимости рассмотрения асимметричного параллельного обслуживания.

Основная цель теории массового обслуживания в применении к рассматриваемой задаче заключается в построении и анализе адекватных моделей для оптимальной организации работы гибридного колл-центра с параллельным обслуживанием человеком и ботом. В системах массового обслуживания с повторным вызовом клиенты, которые находят сервер недоступным по прибытии, могут повторить попытку обслуживания через некоторое случайное время, когда клиенты, как говорят, «находятся на орбите». В настоящее время проводятся интенсивные исследования различных систем обслуживания с повторными заявками [5–9]. Литература по обслуживанию при повторных заявках довольно обширна, однако основные идеи и базовые модели представлены в монографиях [10–13].

При обсуждении поведения клиентов при повторных заявках есть два подхода. Первый подход предполагает, что каждый клиент ищет услугу независимо от других заявителей «на орбите» через некоторое случайное время. В этом случае общая частота повторных попыток системы линейно зависит от количества клиентов «на орбите». Если канал обслуживания недоступен, пользователи, обнаружившие, что канал недоступен, попытаются получить доступ к нему через некоторое время (время отсрочки). Второй подход позволяет повторным клиентам формировать очередь «на орбите», и тот, кто занял первое

место, может запросить первоочередное обслуживание через некоторое время. Эта дисциплина повторного обслуживания применяется к некоторым приложениям в компьютерных и коммуникационных сетях, где поведение клиентов при повторных попытках контролируется некоторыми автоматическими механизмами. Более общая постановка задачи подразумевает также наличие различных типов клиентов в потоке заявок [14].

В данной работе обсуждается система массового обслуживания, состоящая из двух асимметричных каналов, предназначенных для обслуживания заявок клиентов, поступающих в систему в марковском потоке. Рассмотрены процессы прихода заявок в модели Пуассона и экспоненциального распределения времени обслуживания. Первичное распределение заявок между диспетчерами является случайным и не учитывает информацию о текущем обслуживании клиентов в обоих каналах, а при отказе обслуживания предпринимаются повторные звонки с определенной настойчивостью. Строится модель обслуживания с учетом возможности смены клиентом канала в процессе обслуживания, и решается задача вычисления стационарного распределения состояний такой системы. Реализация предлагаемого подхода и особенности поведения системы иллюстрируются практическим примером.

Модель и метод

Рассмотрим RQ -систему $M/M/2$ с двумя обслуживающими каналами P и Q с парциальными интенсивностями обслуживания μ_p и μ_q , на вход которых подается простейший поток заявок с общей интенсивностью λ . Коэффициент случайного выбора канала P на входе составляет h , а коэффициент выбора канала Q равен $1-h$. Парциальные потоки заявок получают входные интенсивности $\lambda_p = h\lambda$ и $\lambda_q = (1-h)\lambda$. Если канал занят, то заявка отклоняется и переходит «на орбиту», формируя источник повторных вызовов. «На орбите» каждая отклоненная заявка остается некоторое случайное время, характеризуемое параметром σ , после чего вновь обращается в общий поток с попыткой получить обслуживание или покидает систему случайным образом со скоростью α , характеризующую нетерпеливость клиента. Считается, что повторное обращение производится по каналу, который был занят в предыдущий раз и не смог обслужить вызов. Повторные заявки образуют отдельные «орбиты». В ходе обслуживания клиент может сменить канал, перейдя от одного к другому со скоростями v_p и v_q .

Опишем загруженность каналов P и Q для RQ -системы как марковский процесс изменения состояний k, i . Индекс $k = 0$ отмечает свободное состояние канала, индекс $k = 1$ соответствует занятому состоянию канала и отказу в обслуживании. Индекс i нумерует количество заявок «на орбите». Вероятности того, что каналы P и Q в момент времени t находятся в состоянии k и «на орбите» i заявок обозначим как $p(k, i, t)$ и $q(k, i, t)$ соответственно. Для нахождения распределения вероятностей состояний RQ -системы запишем дифференциальные уравнения Чепмена – Колмогорова путем введения переходов между описанными ранее [15] однолинейными RQ -системами с конфликтами. Каждая заявка «на орбите» обладает свойством нетерпеливости, т.е. может покинуть систему после случайного времени. Изменение распределения вероятностей состояний системы с течением времени описывается уравнениями Чепмена – Колмогорова

$$\begin{aligned} \dot{p}(0, i, t) = & -(\lambda_p + i\sigma + i\alpha) p(0, i, t) + \lambda_p p(1, i-2, t) + \sigma(i-1) p(1, i-1, t) + \\ & + (\mu_p + v_p) p(1, i, t) + \alpha(i+1) p(0, i+1, t) - v_q q(1, i, t), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{p}(1, i, t) &= -(\lambda_p + \mu_p + \nu_p + i\sigma + i\alpha) p(1, i, t) + \lambda_p p(0, i, t) + \\
 &+ \sigma(i+1) p(0, i+1, t) + \alpha(i+1) p(1, i+1, t) + \nu_q q(1, i, t) \\
 \dot{q}(0, i, t) &= -(\lambda_q + i\sigma + i\alpha) q(0, i, t) + \lambda_q q(1, i-2, t) + \\
 &+ (i-1)\sigma q(1, i-1, t) + (\mu_q + \nu_q) q(1, i, t) + (i+1)\alpha q(0, i+1, t) - \nu_p p(1, i, t) \\
 \dot{q}(1, i, t) &= -(\lambda_q + \mu_q + \nu_q + i\sigma + i\alpha) q(1, i, t) + \lambda_q q(0, i, t) + \\
 &+ (i+1)\sigma q(0, i+1, t) + (i+1)\alpha q(1, i+1, t) + \nu_p p(1, i, t)
 \end{aligned} \tag{1}$$

При $\nu_p = \nu_q = 0$ система уравнений (1) распадается на две независимые системы уравнений для отдельных RQ-систем [15]. В пределе больших времен наступает стационарное состояние, для которого получим линейную алгебраическую систему уравнений равновесия в виде

$$\begin{aligned}
 &-(\lambda_p + i\sigma + i\alpha) p(0, i, t) + \lambda_p p(1, i-2, t) + (i-1)\sigma p(1, i-1, t) + \\
 &+ (\mu_p + \nu_p) p(1, i, t) + (i+1)\alpha p(0, i+1, t) - \nu_q q(1, i, t) = 0, \\
 &-(\lambda_p + \mu_p + \nu_p + i\sigma + i\alpha) p(1, i, t) + \lambda_p p(0, i, t) + \\
 &+ (i+1)\sigma p(0, i+1, t) + (i+1)\alpha p(1, i+1, t) + \nu_q q(1, i, t) = 0 \\
 &-(\lambda_q + i\sigma + i\alpha) q(0, i, t) + \lambda_q q(1, i-2, t) + (i-1)\sigma q(1, i-1, t) + \\
 &+ (\mu_q + \nu_q) q(1, i, t) + (i+1)\alpha q(0, i+1, t) - \nu_p p(1, i, t) = 0, \\
 &-(\lambda_q + \mu_q + \nu_q + i\sigma + i\alpha) q(1, i, t) + \lambda_q q(0, i, t) + \\
 &+ (i+1)\sigma q(0, i+1, t) + (i+1)\alpha q(1, i+1, t) + \nu_p p(1, i, t) = 0 \\
 & \quad \quad \quad i = 0, 1, 2, \dots
 \end{aligned} \tag{2}$$

Дополним уравнения (2) требованием нормировки вероятностей для каналов

$$\sum_{i=0}^{\infty} (p(0, i) + p(1, i)) = 1, \quad \sum_{i=0}^{\infty} (q(0, i) + q(1, i)) = 1, \tag{3}$$

поскольку введение обмена заявками между каналами не меняет суммарный баланс скоростей изменения вероятностей состояний для каждого канала.

Совокупность уравнений (2), (3) образуют систему линейных уравнений бесконечной размерности, решение которой аналитическими методами затруднено даже в одноканальном случае. В частности, в [15] для одноканальной задачи она решалась численно и анализировалась асимптотически. При численном нахождении распределения вероятностей бесконечная система уравнений (2), (3) заменяется системой большой конечной размерности для $i = 0, 1, 2, \dots, N-1$ так, чтобы с дальнейшим ростом N решение не менялось. Введем векторы-строки $p(0), p(1), q(0), q(1)$ длиной N каждая с элементами $p(0, i), p(1, i), q(0, i), q(1, i)$.

Образует из них вектор-столбец $X = (p(0), p(1), q(0), q(1))^T$ длиной $4N$. Тогда систему уравнений (2), (3) можно записать в матричном виде как

$$SX = B, \tag{4}$$

где матрица S имеет размерность $4N \times 4N$. Матрица S является суммой матрицы S_1 , составленной из коэффициентов линейных однородных уравнений (2) и матрицы S_2 из еди-

ничных коэффициентов нормировочного условия (3). Матрица S_1 является разреженной блочной матрицей

$$S_1 = \begin{pmatrix} S_{PP} & S_{PQ} \\ S_{QP} & S_{QQ} \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Матрица S_2 обеспечивает выполнение условий (3) в виде соотношения $S_2 X = B$, где в правой части уравнения стоит вектор $B = (1, 0, 0, \dots, 1, \dots, 0)^T$, составленный из двух единиц в позициях 1, $2N+1$ и нулей в остальных позициях. Учитывая, что нумерация по индексу i сдвинута относительно нумерации столбцов $j = i+1$, ($j = 1, 2, \dots, N$), запишем ненулевые элементы разреженной подматрицы S_{PP} в виде

$$\begin{aligned} s_{jj}^{PP} &= -(\lambda_P + (j-1)(\sigma + \alpha)), \quad s_{j,j+1}^{PP} = j\alpha, \quad s_{j,N+j-2}^{PP} = \lambda_P, \\ s_{j,N+j-1}^{PP} &= (j-2)\sigma, \quad s_{j,N+j}^{PP} = \mu_P + \nu_P, \\ s_{N+j,N+j}^{PP} &= -(\lambda_P + \mu_P + \nu_P + (j-1)(\sigma + \alpha)), \quad s_{N+j,N+j+1}^{PP} = j\alpha, \\ s_{N+j,j}^{PP} &= \lambda_P, \quad s_{N+j,j+1}^{PP} = j\sigma. \end{aligned} \quad (6)$$

Элементы матрицы S_{QQ} имеют точно такой же вид с точностью до замены индексов $P \rightarrow Q$. Связь между подсистемами P и Q осуществляется разреженными подматрицами S_{PQ} и S_{QP} . Согласно системе уравнений (2), для элементов этих матриц имеем выражения

$$\begin{aligned} s_{j,N+j}^{PQ} &= -\nu_Q, \quad s_{N+j,j}^{PQ} = \nu_Q, \\ s_{j,N+j}^{QP} &= -\nu_P, \quad s_{N+j,j}^{QP} = \nu_P. \end{aligned} \quad (7)$$

Численные решения системы уравнений (4) удобно получать итерационным методом Гаусса – Зейделя, поскольку все диагональные коэффициенты ненулевые. Полная пропускная способность СМО определяется коэффициентом

$$\beta = \frac{\mu_P \sum_j p(1, j) + \mu_Q \sum_j q(1, j)}{\lambda}, \quad (8)$$

который неотрицателен и не превосходит единицы.

Результаты расчетов и их обсуждение

В качестве примера мы приведем модель контактного центра диспетчерской службы с учетом возможности использования интеллектуального голосового ответчика в управляющей компании ООО УК «СтройТехника» г. Воронежа. Компания работает с 2007 г. и обслуживает 195 зданий. Для оценки потока заявок на текущий ремонт использованы данные с сайта компании (<https://xn----8sbomdeewgkmdg3b.xn--p1ai/index.php>). В помещениях находятся приборы и устройства с различным средним сроком службы, поломки которых приводят к обращениям в УК. При расчете общего потока заявок было учтено, что средний срок эксплуатации счетчика воды составляет 12 лет, шаровых кранов 25 лет, смесителя 15 лет, арматуры сливного бачка 5 лет, батареи водяного отопления 25 лет, электросчетчика

30 лет. За восьмичасовой рабочий день рассчитанное поступление заявок происходит со средней скоростью одна заявка за 4 мин а суточный объем заявок равен 117 за счет увеличения их в начальный период эксплуатации из-за повышенного числа отказов.

Для учета скорости повторного обращения клиентов с помощью социальных сетей проведена оценка среднего времени до повторного звонка в 12 мин ($\sigma = 5$ заявок/ч) и среднего времени готовности повторять звонки в 40 мин ($\alpha = 1,5$ заявок/ч). При расчете типичного режима функционирования двухканальной системы обслуживания с обменом запросами принято, что поток заявок на входе разделяется на два равных, так что $\lambda_Q = \lambda_P = \lambda / 2$. В соответствии со сделанными нами на основе данных УК расчетами, общий поток составляет $\lambda = 14,6$ заявок/ч. Пропускную способность одного канала определим с учетом стандартного среднего времени обслуживания для приема заказа и его обработки с диспетчером-человеком в 8 мин, а для диспетчера-робота в 4 мин. Поэтому $\mu_P = 7,5$ заявок/час, а $\mu_Q = 15$ заявок/ч.

Расчеты учитывали количество заявок на орбитах $N = 15$. Дальнейшее увеличение размерности матриц не меняет результата. С увеличением пропускной способности канала растет доступность канала и снижается доля повторных звонков. При низкой пропускной способности одноканальной СМО с терпеливыми клиентами (малыми значениями параметров α и σ) распределения асимптотически стремятся к гауссовым [15], и такая тенденция проявляется при сравнении распределений для независимых каналов P и Q . Результаты численного моделирования при разных значениях r представлены на рисунке. В интервале значений $1 \leq j \leq 30$ представлено распределение для канала P , а в интервале $31 \leq j \leq 60$ показано распределение для канала Q . Первые максимумы в этих интервалах относятся к свободному каналу, а вторые соответствуют занятому каналу обслуживания. При $r = 0,15$ (см. рисунок, *а*) нагрузка на канал Q с большей пропускной способностью снижается, и вместе с этим общая пропускная способность СМО уменьшается с $\beta = 0,53$ при независимых каналах обслуживания до значения $\beta = 0,41$. При $r = 0,85$ (см. рисунок, *б*) значительная доля заявок перебрасывается в канал Q , в результате чего увеличивается общая пропускная способность СМО до $\beta = 0,55$, а распределения для каналов P и Q заметно выравниваются. Наличие повторных заявок существенно усиливает влияние асимметрии каналов на обслуживание клиентов, особенно при большой перегрузке.

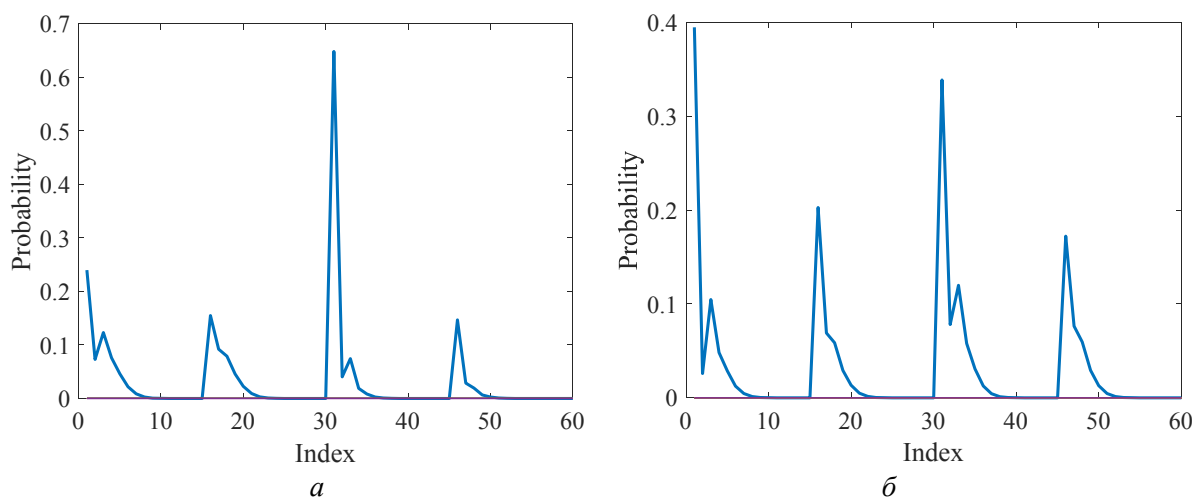


Рис. Стационарные распределения: *а* – при $r = 0,15$; *б* – при $r = 0,85$

При $r = 0,85$ и увеличении скорости обслуживания ботом в десять раз пропускная способность возрастает до 0,68. Наблюдаемое увеличение максимальной пропускной способности связано с тем, что в этом случае производительность голосового робота несопоставимо выше производительности диспетчера-человека, и использование их на равных основаниях постепенно теряет смысл. Полный переход на СМО с использованием высокопроизводительного ИИ позволит достичь низкого числа отказов в обслуживании при отсутствии повторных звонков.

Заключение

Параллельное использование диспетчеров-людей и голосовых ботов ставит руководителей колл-центров перед задачей их оптимального сочетания. Это, в свою очередь, предполагает понимание влияния асимметрии обслуживания на общую производительность системы. При анализе такой СМО важно принимать во внимание наличие повторных звонков. Стационарное распределение вероятностей состояний системы с учетом заявок «на орбите» можно описать матричными уравнениями Чепмена – Колмогорова. Их численное решение методом Гаусса – Зейделя позволяет получить распределения при разных параметрах входных потоков и СМО. Отмечены варианты негативного влияния асимметрии каналов обслуживания на общую пропускную способность системы. Это влияние можно снизить, перераспределяя поступившие заявки в пользу канала с большей пропускной способностью.

Повторные попытки обращения зависят от скорости обслуживания и его качества. Эта задача по-разному характеризуется как на онлайн-этапе (ожидание агента или отказ), так и на офлайн-этапе (ожидание офлайн или повторная попытка вернуться к онлайн-этапу) [16]. Оценки могут отдельно количественно определять предпочтения клиентов в отношении скорости и качества, используя набор данных call-by-call из гибридной системы обслуживания. В целом эмпирически подтверждается, что высокое качество обслуживания и быстрая скорость набора снижают количество повторных попыток. Кроме того, выяснено, что бизнес-клиенты имеют более сильное предпочтение скорости обслуживания, в то время как частные клиенты более чувствительны к качеству обслуживания. Количественная модель СМО позволяет поставщикам услуг сократить количество повторных попыток с минимальными затратами.

Более реалистичная ситуация функционирования колл-центра предполагает дополнительно нестационарность входных потоков, в том числе при режимах включения и чрезвычайных ситуациях. Для решения таких задач более подходят иные методы, основанные на имитационном моделировании.

Список литературы

1. Dudin S.A., Dudina O.S., Kostyukova O.I. Analysis of a Queuing System with Possibility of Waiting Customers Jockeying between Two Groups of Servers // *Mathematics*. – 2023. – Vol. 11. – P. 1475(21). DOI: 10.3390/math11061475
2. Kim J., Kim B. A survey of retrial queueing systems // *Annals of Operations Research*, Springer. – 2016. – Vol. 247(1). – P. 3–36.
3. Granered E. *Global Call Centers: Achieving Outstanding Customer Service Across Cultures and Time Zones*. – Boston: Intercultural Press, 2004. – 206 p.
4. Voice-based AI in call center customer service: A natural field experiment / L. Wang, N. Huang, Y. Hong, L. Liu, X. Guo, G. Chen // *Production and Operations Management*. – 2023. – P. 1–17.

5. Fedorova E., Nazarov A., Moiseev A. Asymptotic Analysis Methods for Multi-Server Retrial Queueing Systems / Joshua V., Varadhan S., Vishnevsky V. (eds) // *Applied Probability and Stochastic Processes*. – Singapore: Infosys Science Foundation Series, Springer. – 2020. – P. 159–177. DOI: 10.1007/978-981-15-5951-8_11
6. Queueing System with Two Types of Customers and Dynamic Change of a Priority / V. Klimenok, A. Dudin, O. Dudina, I. Kochetkova // *Mathematics*. – 2020. – Vol. 8. – P. 824(25). DOI: 10.3390/math8050824
7. Numerical Analysis of Non-Reliable Retrial Queueing Systems with Collision and Blocking of Customers / A. Kuki, J. Sztrik, T. Bérczes [et al.] // *J. Math. Sci.* – 2020. – Vol. 248. – P. 1–13. DOI: 10.1007/S10958-020-04850-W
8. Назаров А.А., Пауль С.В., Лизюра О.Д. Асимптотический анализ RQ-системы MMPP/M/1 с разнотипными вызываемыми заявками // *Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика*. – 2021. – Т. 21, вып. 1. – С. 111–124. DOI: 10.18500/1816-9791-2021-21-1-111-124
9. Strategic Analysis of Retrial Queues with Setup Times, Breakdown and Repairs / Ruiling Tian, Xinyu Wu, Liuqing He, Yunna Han // *Discrete Dynamics in Nature and Society*. – 2023. – Vol. 2023. – Article ID 4930414. – 19 p. DOI: 10.1155/2023/4930414
10. Artalejo J.R., Gómez-Corral A. Retrial Queueing Systems: A Computational Approach. – Berlin: Germany, Springer, 2008. – 318 p.
11. Степанов С.Н. Основы телетрафика мультисервисных сетей. – М.: Эко-Трендз, 2010. – 392 с.
12. Гарайшина И.Р., Моисеева С.П., Назаров А.А. Методы исследования коррелированных потоков и специальных систем массового обслуживания. – Томск: Изд-во НТЛ, 2010. – 204 с.
13. Вишневский В.М., Дудин А.Н., Клименок В.И. Стохастические системы с коррелированными потоками. Теория и применение в телекоммуникационных сетях. – М.: Техносфера. – 2018. – 562 с.
14. Chirkova J., Mazalov V., Morozov E. Equilibrium in the Queueing System with Retrials // *Mathematics*. – 2022. – Vol. 10. – P. 428(15). DOI: 10.3390/math10030428
15. Данилюк Е.Ю., Федорова Е.А., Моисеева С.П. Асимптотический анализ RQ-системы M/M/1 с конфликтами и нетерпеливыми заявками // *Автомат. и телемех.* – 2018. – № 12. – P. 44–56.
16. Kejia Hu, Gad Allon, Achal Bassamboo. Understanding Customer Retrials in Call Centers: Preferences for Service Quality and Service Speed // *Manufacturing & Service Operations Management*. – 2021. – Vol. 24(2). – P. 1002–1020. DOI: 10.1287/MSOM.2021.0976

References

1. Dudin S.A., Dudina O.S., Kostyukova O.I. Analysis of a Queueing System with Possibility of Waiting Customers Jockeying between Two Groups of Servers. *Mathematics*, 2023, vol. 11, pp. 1475(21). <https://doi.org/10.3390/math11061475>
2. Jeongsim Kim, Bara Kim. A survey of retrial queueing systems. *Annals of Operations Research*, 2016, vol. 247(1), pp. 3–36.
3. Granered E. Global Call Centers: Achieving Outstanding Customer Service Across Cultures and Time Zones. Boston, Intercultural Press, 2004, 206 p.
4. Wang L., Huang N., Hong Y., Liu L., Guo X., Chen G. Voice-based AI in call center customer service: A natural field experiment. *Production and Operations Management*, 2023, pp. 1–17.

5. Fedorova E., Nazarov A., Moiseev A. Asymptotic Analysis Methods for Multi-Server Retrieval Queueing Systems. In: Joshua V., Varadhan S., Vishnevsky V. (eds) *Applied Probability and Stochastic Processes*, Singapore, Infosys Science Foundation Series, Springer, 2020, pp. 159–177. https://doi.org/10.1007/978-981-15-5951-8_11.
6. Klimenok V., Dudin A., Dudina O., Kochetkova I. Queueing System with Two Types of Customers and Dynamic Change of a Priority. *Mathematics*, 2020, vol. 8, pp. 824(25). <https://doi.org/10.3390/math8050824>
7. Kuki A., Sztrik J., Bérczes T. et al. Numerical Analysis of Non-Reliable Retrieval Queueing Systems with Collision and Blocking of Customers. *Journal of Mathematical Sciences*, 2020, vol. 248, pp. 1–13. <https://doi.org/10.1007/s10958-020-04850-w>
8. Nazarov A.A., Paool' S.V., Lizyooora O. D. Asimptoticheskiy analiz RQ-sistyemi MMPP/M/1 s raznotipnimi vizivayemimi zayavkami [Asymptotic analysis RQ systems MMPP/M/1 with different types of requests]. *Izvestiya of Saratov University. New Series. Series: Mathematics. Mechanics. Informatics.*, 2021, vol. 21, iss. 1, pp. 111–124. <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2021-21-1-111-124>
9. Ruiling Tian, Xinyu Wu, Liuqing He, Yunna Han. Strategic Analysis of Retrieval Queues with Setup Times, Breakdown and Repairs. *Discrete Dynamics in Nature and Society*, 2023, vol. 2023, article ID 4930414, 19 p. <https://doi.org/10.1155/2023/4930414>
10. Artalejo J. R. and Gómez-Corral A. Retrieval Queueing Systems: A Computational Approach. Berlin, Germany, Springer, 2008. – 318 p.
11. Stepanov S. N. Osnovy teletrafika mul'tiservisnykh seteĭ [Basics of teletraffic in multi-service networks]. Moscow, Eco-Trends, 2010, 392 p.
12. Garayshina I. R., Moisyeyeva S. P., Nazarov A. A. Myetodi isslyedovaniya korryelirovannih potokov i spyetsial'nih sistyem massovogo obsloozhivaniya [Methods for studying correlated flows and special queueing systems]. Tomsk, NTL Publishing House, 2010, 204 p.
13. Vishnyevskiy V.M., Doodin A.N., Klimyenok V.I. Stohasticheskiye sistyemi s korryelirovannimi potokami. Tyeoriya i primenyeniye v tyelyekommoonikatsionnih syetyah. [Stochastic systems with correlated flows. Theory and application in telecommunication networks]. Moscow, Tekhnosphere, 2018, 562 pp.
14. Chirkova J., Mazalov V., Morozov E. Equilibrium in the Queueing System with Retrials, *Mathematics*, 2022, vol. 10, pp. 428(15). <https://doi.org/10.3390/math10030428>
15. Danilyook Ye.Yo., Fyodorova Ye.A., Moisyeyeva S. P. Asimptoticheskiy analiz RQ-sistyemi M/M/1 s konfliktami i nyetyerpyelivimi zayavkami [Asymptotic analysis of the M/M/1 RQ system with conflicts and impatient requests]. *Automation and Remote Control*, 2018, vol. 79(12), pp. 2136–2146.
16. Kejia Hu, Gad Allon, Achal Bassamboo. Understanding Customer Retrials in Call Centers: Preferences for Service Quality and Service Speed. *Manufacturing & Service Operations Management*, 2021, vol. 24(2), pp. 1002-1020. <https://doi.org/10.1287/msom.2021.0976>