

УДК 532.54

**А.И. Квашнин, Е.М. Набока**

Пермский национальный исследовательский политехнический университет

## **К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПЕРИОДА АВТОКОЛЕБАНИЙ УРОВНЯ В СОСУДЕ ПРИ ИСТЕЧЕНИИ ЖИДКОСТИ ЧЕРЕЗ СИФОН**

Рассматривается задача нахождения периода релаксационных автоколебаний в гидравлической системе, известной под названием «танталов сосуд» и состоящей из сосуда с постоянным притоком жидкости и опорожнением через сифон. При этом учитывается время опорожнения сосуда через сифон. Получена более точная формула для периода автоколебаний. Приводятся кривые, позволяющие оценить ошибку в случае пренебрежения временем опорожнения сосуда.

**Ключевые слова:** сосуд с постоянным притоком и истечением через сифон, автоколебательная система накопительного типа, коэффициент расхода сифона, время заполнения восходящей ветви сифона, время опорожнения сосуда через сифон, период автоколебаний уровня жидкости в сосуде.

**A.I. Kvashnin, E.M. Naboka**

Perm National Research Politechnic University

## **TO THE IDENTIFICATION OF THE SELF-OSCILLATING PERIOD OF THE LIQUID LEVEL AT THE SIPHON DISCHARGING**

It is considered period of relaxation self-oscillations in hydraulic system known as "tantalum container" which consist of vessel with a constant inflow and outflow through a siphon. The emptying time of the vessel through the siphon is taken into account. More accurate formula for the period of self-oscillations is derived. Curves for error estimation at neglect of the emptying time of the vessel is pointed.

**Keywords:** vessel with a constant inflow and outflow through a siphon, self-oscillating system of accumulating type, siphon discharging coefficient, time of filling of the siphon ascending branch, the emptying time of the vessel through the siphon, self-oscillating period of liquid level in a vessel.

Сосуд с постоянным притоком жидкости и истечением через сифон (рис. 1) представляет собой автоколебательную систему накопительного типа [1].

Уровень  $z$  жидкости в сосуде повышается до заполнения восходящей ветви сифона –  $z = z_2$ , а затем происходит опорожнение и снижение уровня до величины  $z = z_1$ , при которой возникает разрыв потока в сифоне. Далее процесс наполнения и опорожнения сосуда периодически повторяется. Характер изменения уровня жидкости в сосу-

де во времени представлен на рис. 2. Период автоколебаний  $T$  равен сумме времени заполнения сосуда (восходящей ветви сифона)  $t_1$  и времени опорожнения  $t_2$ .

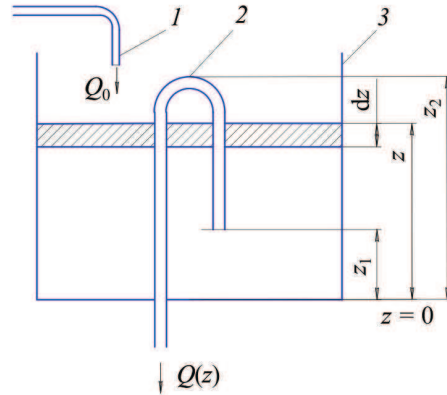


Рис. 1. Сосуд с истечением жидкости через сифон:  
1 – подводящая труба; 2 – сифон; 3 – сосуд

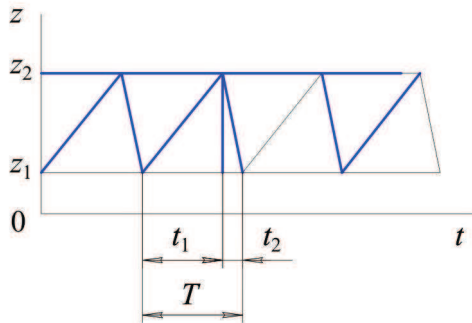


Рис. 2. Релаксационные автоколебания  
уровня жидкости в сосуде

В работах [2, 3, 4] принимается предположение о том, что расход жидкости через сифон много больше расхода через подводящую трубу и период автоколебаний определяется только временем заполнения сосуда  $T \approx t_1$ . Такое допущение не всегда справедливо. В настоящей статье рассматривается нахождение периода автоколебаний с учетом времени опорожнения сосуда через сифон.

Время заполнения сосуда можно определить следующим образом:

$$t_1 = \frac{S_6(z_2 - z_1)}{Q_0},$$

где  $S_6$  – площадь поперечного сечения сосуда;  $z_1$  – вертикальная координата входного сечения сифона относительно принятой плоскости сравнения ( $z = 0$ );  $z_2$  – вертикальная координата верхней точки восходящей ветви сифона.

При нахождении времени опорожнения сосуда через сифон будем полагать движение жидкости квазистационарным [5]. Тогда расход через сифон будет зависеть от уровня  $z$  жидкости в сосуде:

$$Q(z) = \mu S_c \sqrt{2gz}, \quad z \in [z_1, z_2],$$

где  $\mu$  – коэффициент расхода сифона;  $S_c$  – площадь живого сечения сифона;  $g$  – ускорение свободного падения.

Из дифференциального уравнения расходов

$$S_6 \frac{dz}{dt} = -[Q(z) - Q_0], \quad Q(z) > Q_0, \quad \forall z \in [z_1, z_2],$$

получим

$$dt = -\frac{S_6 dz}{\mu S_c \sqrt{2gz} - Q_0},$$

где  $dz$  – изменение уровня жидкости в сосуде (см. рис. 1) за бесконечно малый промежуток времени  $dt$ .

Отсюда путем интегрирования находим время истечения жидкости через сифон

$$t_2 = \int_0^{t_2} dt = -\int_{z_2}^{z_1} \frac{S_6 dz}{\mu S_c \sqrt{2gz} - Q_0} = \frac{2S_6}{\mu S_c \sqrt{2g}} \left( \sqrt{z_2} - \sqrt{z_1} + a \ln \frac{\sqrt{z_2} - a}{\sqrt{z_1} - a} \right),$$

где  $a = \frac{Q_0}{\mu S_c \sqrt{2g}}$ ,  $\sqrt{z_2} > \sqrt{z_1} > a$ .

Для периода автоколебаний уровня жидкости в сосуде с учетом времени заполнения восходящей ветви сифона находим

$$T = t_1 + t_2 = \frac{S_6(z_2 - z_1)}{Q_0} \left[ 1 + \frac{2a}{z_2 - z_1} \left( \sqrt{z_2} - \sqrt{z_1} + a \ln \frac{\sqrt{z_2} - a}{\sqrt{z_1} - a} \right) \right].$$

Полученную формулу можно привести к виду

$$T = \frac{S_6(z_2 - z_1)}{Q_0} \left[ 1 + \frac{2z_2}{z_2 - z_1} \frac{Q_0^2}{Q^2(z_2)} \left( \frac{Q(z_2) - Q(z_1)}{Q_0} + \ln \frac{Q(z_2) - Q_0}{Q(z_1) - Q_0} \right) \right],$$

где  $Q(z_1)$  и  $Q(z_2)$  – расход через сифон при соответствующих значениях  $z_1$  и  $z_2$ ,  $Q(z_2) > Q(z_1) > Q_0$ .

На рис. 3 представлены кривые, позволяющие оценить ошибку в определении периода автоколебаний уровня жидкости в случае пренебрежения временем истечения через сифон в зависимости от расхода через подводящую трубу при следующих параметрах гидравлической системы:  $z_1 = 0,05$  м;  $z_2 = 0,2$  м;  $\mu = 0,35$ ;  $S_c = 1 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>;  $S_6 = 1$  м<sup>2</sup>.

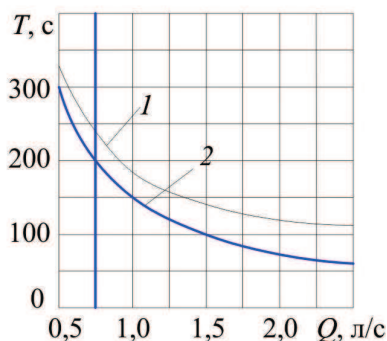


Рис. 3. График зависимости периода автоколебаний от расхода жидкости через подводящую трубу: 1 – с учетом времени опорожнения через сифон; 2 – без учета времени опорожнения через сифон

Таким образом, предлагаемая формула для определения периода автоколебаний уровня в сосуде с постоянным притоком жидкости и истечением через сифон учитывает время опорожнения сосуда через сифон и дает более точный результат.

### Библиографический список

1. Магнус К. Колебания: Введение в исследование колебательных систем. – М.: Мир, 1982. – 304 с.
2. Бройд И.И. Нетрадиционные гидравлические прикладные задачи и технологии. – М.: Изд-во АСВ, 2008. – 245 с.

3. Мирзаджанадзе А.Х., Байков В.А. Парадоксы нефтяной физики / Ин-т компьютер. исслед. – М.; Ижевск. – 223 с.

4. Мирзаджанзаде А.Х., Керимов З.Г., Копейкис М.Г. Теория колебаний в нефтепромысловом деле / Ин-т компьютер. исслед. – М.; Ижевск, 2005. – 363 с.

5. Гидравлика, гидромашины и гидроприводы: учебник для втузов / Т.М. Башта [и др.]. – М.: Альянс, 2010. – 423 с.

### References

1. Magnus K. *Kolebaniya: Vvedenie v issledovanie kolebatelnykh sistem* [The vibrations: introduction to investigation of oscillating systems]. Moscow: Mir, 1982, 304 p.

2. Broyd I.I. *Netraditsionnye gidravlicheskie prikladnye zadachi i tekhnologi* [Non-traditional hydraulic applications and technology]. Moscow: ACB, 2008, 245 p.

3. Mirzadzhanadze A.Kh., Baykov V.A. *Paradoksy neftyanoy fiziki* [Paradoxes of oil physics]. Moscow, Institut kompyuternykh issledovaniy, 223 p.

4. Mirzadzhanzade A.Kh., Kerimov Z.G., Kopeykis M.G. *Teoriya kolebaniy v neftepromyslovom dele* [Theory of oscillations in the oilfield]. Moscow, Institut kompyuternykh issledovaniy, 2005, 363 p.

5. Т.М. Bashta [et al.] *Gidravlika, gidromashiny i gidroprivody: uchebnyk dlya vtuzov* [Hydraulics, hydraulic machines and hydraulic actuators: the textbook for technical universities]. Moscow: Alyans, 2010, 423 p.

### Об авторах

**Квашнин Александр Иванович** (Пермь, Россия) – кандидат технических наук, доцент кафедры «Гидравлика и гидравлические машины» ФГБОУ ВПО ПНИПУ (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: ggm@pstu.ru).

**Набока Евгений Михайлович** (Пермь, Россия) – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Гидравлика и гидравлические машины» ФГБОУ ВПО ПНИПУ (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: ggm@pstu.ru).

### **About the authors**

**Kvashnin Aleksandr Ivanovich** (Perm, Russian Federation) – Ph. D. in Technical Sciences, Ass. Professor, Department of Hydraulics and Hydraulic Machines, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: [ggm@pstu.ru](mailto:ggm@pstu.ru)).

**Naboka Evgeniy Mikhaylovich** (Perm, Russian Federation) – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head Department of Hydraulics and Hydraulic Machines, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: [ggm@pstu.ru](mailto:ggm@pstu.ru)).

Получено 4.04.2012