

УДК 629.7: 629.018

DOI: 10.15593/2224-9982/2023.72.01

С.А. Астахов¹, В.И. Бирюков², С.Ф. Тимушев², А.В. Катаев^{1,2}¹Государственный казенный научно-испытательный полигон авиационных систем имени Л.К. Сафронова²Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия

МОДЕЛИРОВАНИЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПРИ ТРЕКОВЫХ ИСПЫТАНИЯХ ИЗДЕЛИЙ АВИАЦИОННОЙ ТЕХНИКИ

Наземные трековые испытания современных летательных аппаратов баллистического типа позволяют моделировать аэродинамические силовые нагрузки в условиях максимальной плотности среды и при этом имеют существенно меньшую стоимость по сравнению с летными испытаниями. При трековых испытаниях изделий со сверхзвуковыми скоростями возникают интенсивные вибрации элементов конструкции подвижного трекового снаряжения и испытуемого летательного аппарата. В статье рассматриваются процессы обтекания воздушным потоком рельсовой установки, движущейся с большим ускорением. Применены базовые модели, которые описывают движение однородной среды при различных скоростях с учетом эффектов сжимаемости, турбулентности и теплопереноса. В зависимости от условий используются различные модели турбулентности потока. Разработан алгоритм численной реализации на прямоугольной сетке с локальной адаптацией и подсеточным разрешением сложной геометрии. Методология численного решения уравнений динамики, описывающих обтекание криволинейной поверхности сжимаемым газом, основана на интегрировании движения жидкости и переноса скалярных величин в частных производных по объемам расчетных ячеек-многогранников.

С использованием программного комплекса Flow Vision выполнено моделирование обтекания сверхзвуковым воздушным потоком изделий различной формы применительно к трековым испытаниям. Это позволило определить ранее неизвестные зависимости коэффициентов аэродинамического сопротивления, подъемной силы и боковой силы от скорости движения, а также моменты аэродинамических сил для оценок вклада процессов обтекания воздушным потоком в общее вибрационное поле, воздействующее на трековую каретку с изделием.

Ключевые слова: рельсовый трек, ракетная каретка, численное моделирование, сверхзвуковой поток, турбулентность, алгоритмы адаптации сеток.

S.A. Astakhov¹, V.I. Biryukov², S.F. Timushev², A.V. Kataev^{1,2}¹State Research and Testing Ground for Aviation Systems named after L.K. Safronov, Beloozersky, Russian Federation²Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russian Federation

AERODYNAMIC INTERACTION SIMULATION DURING TRACK TESTING OF AIRCRAFT PRODUCTS

Ground track tests of modern ballistic-type aircraft products make it possible to simulate aerodynamic loads in conditions with a maximum medium density and having a significantly lower cost compared to flight tests. During track testing of products at supersonic speeds, intense vibrations of the structural elements of the movable track equipment and the product under test occur. The article deals with the processes of air flow around a rail installation moving with a high acceleration. Basic models are applied that describe the motion of a homogeneous medium at various velocities, accounting the effects of compressibility, turbulence, and heat transfer. Depending on the conditions, various flow turbulence models are used. An algorithm for numerical implementation on a rectangular grid with local adaptation and subgrid resolution of complex geometry is developed. The methodology for the numerical solution of the equations of dynamics describing the flow of a compressible gas around a curved surface is based on the integration of fluid motion and the transfer of scalar quantities in partial derivatives with respect to the volumes of computational cells-polyhedrons.

Using the FlowVision software package, the simulation of the supersonic air flow around products of various shapes was performed in relation to track tests. This made it possible to determine previously unknown dependences of the coefficients of aerodynamic drag, lift force and lateral force on the speed of motion, as well as the moments of aerodynamic forces for estimating the contribution of airflow processes to the total vibration field acting on the track carriage with the product.

Keywords: rail track, rocket carriage, numerical simulation, supersonic flow, turbulence, mesh adaptation algorithms.

В настоящее время методы вычислительной гидродинамики (CFD) широко используются при разработке и усовершенствовании инженерных конструкций, машин и летательных аппаратов. Можно констатировать, что методы CFD, в том числе расчет трехмерного турбулентного течения со сверхзвуковыми скоростями, стали стандартным инструментом инженерного анализа и концептуального проектирования.

Испытания изделий на экспериментальной установке «Ракетный рельсовый трек» в ФКП «ГкНИПАС им. Л.К. Сафронова» являются одним из этапов разработки новых образцов авиационной и ракетной техники или их элементов. Целью таких испытаний могут быть оценка несущей способности конструкции летательных аппаратов (ЛА), в том числе узлов, секций конструкции, отсеков и других элементов. Натурные динамические испытания изделий дают основания для подтверждения требуемой надежности многих частей конструкции и в целом ЛА, экспериментальной оценки фактической функции несущей способности, их аэродинамических характеристик и др. Из-за большой стоимости и сложности проведения летных испытаний различных аппаратов баллистического типа в настоящее время стало выгодно проводить экспериментальную отработку на ракетном рельсовом треке в условиях, близких к натурным. При треновых испытаниях на рельсовых направляющих размещается подвижная треновая каретка с закрепленным на ней испытуемым изделием. Для создания ускорения каретки используются ракетные двигатели твердого топлива (РДТТ) с различной тягой. Для оценки воздействий, распределенных по внешней поверхности испытуемого изделия и треновой каретки аэродинамических сил, необходимо их моделирование. Экспериментальные исследования пограничного слоя в задачах внешнего обтекания касаются в основном дозвуковых и звуковых режимов, например [1–4]. При квазистационарном течении предполагают, что аэродинамические силы зависят от распределения углов атаки в текущий момент по обтекаемой криволинейной поверхности тела. Часто используют метод стационарных вихрей либо метод циркуляций с гипотезой плоских сечений. Метод нестационарных вихрей разработан С.М. Белоцерковским, его основы изложены в работе [5]. Аэродинамические нагрузки определяются через напряженности нестационарных вихрей в каждый рассматриваемый момент времени из условий непротекания в контрольных точках на обтекаемой поверхности с учетом предыстории состояния всех дискретных вихрей.

Любая модель предполагает замену реальных нагрузок эквивалентными. Достоверностью эквивалентности является равенство реакции конструкции на воздействие реальной и эквивалентной действующих сил, изгибающих моментов, перемещений, в целом функций нагружения. Такое равенство возможно лишь в ограниченном диапазоне частот. Динамические модели конструкции ЛА упрощенно представляются в виде системы балок с переменной жесткостью и массой, а также в виде точечных масс, соединенных вязко-упругими элементами, обладающими определенной жесткостью. Математическая модель разделяется на две независимые системы уравнений, одна из которых описывает движение центра масс ЛА, а вторая описывает возмущенное движение относительно центра масс. Параметры невозмущенного движения центра масс позволяют определить значения квазистационарных аэродинамических нагрузок и коэффициентов перегрузок по всем осям из-за воздействия неслучайных внешних факторов [6]. В рассматриваемом случае применяется метод обращения движения, где неподвижная 3D-модель обдувается потоком воздуха с определенной скоростью. Задача нестационарного обтекания рассматривается как совокупность течений для различных фиксированных моментов времени, соответствующих определенным точкам трека. Таким образом, формируются зависимости коэффициентов аэродинамического сопротивления, подъемной силы и боковой силы от скорости движения. Для расчета моментов аэродинамических сил в модель закладываются координаты фокуса аэродинамических сил. Расчет аэродинамических сил может выполняться как для отдельных элементов, так и для всей каретки программным пакетом Flow Vision, методология излагается ниже. Численное моделирование течения газа состоит из следующих основных этапов: выбор расчетной области, задание математической модели, задание начальных и граничных условий, задание расчетной сетки, собственно проведение расчета и анализ полученных результатов. Проведение численного экспе-

римента основано на знаниях основ теоретической газо-гидродинамики [2, 4–9], принципов дискретизации дифференциальных уравнений в частных производных на расчетной сетке [10–15] и базовых численных методов интегрирования уравнений в частных производных, реализованных в прикладном пакете программного обеспечения [16].

Основные уравнения аэродинамики и методы их решения для высокоскоростных газовых потоков базируются на трех основных законах сохранения массы, импульса и энергии.

Уравнение непрерывности:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{V}) = 0. \quad (1)$$

Уравнение сохранения импульса:

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{V})}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{V} \otimes \mathbf{V}) = -\nabla P + \nabla \cdot \hat{\mathbf{t}}, \quad (2)$$

где

$$\mathbf{V} \otimes \mathbf{V} = \begin{Bmatrix} V_x V_x & V_y V_x & V_z V_x \\ V_x V_y & V_y V_y & V_z V_y \\ V_x V_z & V_y V_z & V_z V_z \end{Bmatrix}. \quad (3)$$

Тензор напряжений

$$\hat{\mathbf{t}} = (\mu + \mu_t) \left[2\hat{\mathbf{e}} - \frac{2}{3} \right] (\nabla \cdot \mathbf{V}) \hat{\mathbf{I}}, \quad (4)$$

здесь t – время;

ρ – плотность;

$\mathbf{V} = (V_1, V_2, V_3) = (V_x, V_y, V_z)$ – вектор скорости;

P – давление;

μ – динамическая вязкость;

μ_t – турбулентная вязкость;

$\hat{\mathbf{I}}$ – единичный тензор.

Элементы тензора скоростей деформаций:

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right). \quad (5)$$

Уравнение сохранения энергии:

$$\frac{\partial(\rho H)}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{V} H) = \frac{\partial P}{\partial t} - \nabla(\mathbf{J} + \hat{\mathbf{t}} \cdot \mathbf{V}), \quad (6)$$

где $H = C_p T + \mathbf{V}^2/2$ – полная энтальпия.

Тепловой поток в уравнении энергии определяется так:

$$\mathbf{J} = - \left(\lambda + \frac{\mu_t C_p}{Pr_t} \right) \nabla T = - \left(\lambda + \frac{\mu_t C_p}{Pr_t} \right) (\nabla H - \mathbf{V} \cdot (\nabla \cdot \mathbf{V})), \quad (7)$$

здесь T – температура;

C_p – удельная теплоемкость;

λ – коэффициент теплопроводности;

Pr_t – турбулентное число Прандтля.

В процессе численного моделирования обтекания корпуса применены базовые модели, которые описывают движение однородной среды при различных скоростях с учетом эффектов сжимаемости, турбулентности и теплопереноса.

При расчете аэродинамики задаются так называемые опорные величины, их обозначения и размерность приведена в таблице.

Опорные величины

Наименование	Обозначение	Размерность
Температура	T_{ref}	К
Плотность	ρ_{ref}	кг/м ³
Давление	P_{ref}	Па

Абсолютные значения переменных определяются через опорные и относительные f величины следующим образом:

$$f_{abs} = f + f_{ref}.$$

При определении граничных и начальных условий используются относительные величины.

В основе заложена модель полностью сжимаемого газа, которая описывает нестационарное либо квазистационарное турбулентное движение газа при любых числах Маха. К модели добавлены уравнение состояния идеального газа

$$\rho = \frac{M}{R_0} \cdot \frac{P + P_{ref}}{T + T_{ref}}, \quad (8)$$

где R_0 – универсальная газовая постоянная,

M – молярная масса газа.

Также включено уравнение стандартной k - ϵ модели турбулентности [13–14], где турбулентная вязкость μ_t выражается через величины k - ϵ следующим образом:

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\epsilon}, \quad (9)$$

Уравнения для k и ϵ :

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{V}k) = \nabla \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + \rho(P_k + G_k) - \rho\epsilon \left(1 + \xi \left(\max(M_t^2, M_{t0}^2) - M_{t0}^2 \right) \right), \quad (10)$$

$$\frac{\partial(\rho\epsilon)}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{V}\epsilon) = \nabla \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \nabla \epsilon \right] + C_1 \frac{\epsilon}{k} \rho(P_k + G_k) - C_2 \rho \frac{\epsilon^2}{k}, \quad (11)$$

$$G_k = \nu_t \frac{\beta}{Pr_t} g \nabla T, \quad (12)$$

$$\beta = \frac{1}{T_{abs}}, \quad (13)$$

$$P_k = \nu_t \left(S - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{V})^2 \right) - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{V}) k, \quad (14)$$

$$S = \sum_{i,j} \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial V_j}{\partial x_i}, \quad (15)$$

$$M_t^2 = \frac{2k}{c^2}, \quad (16)$$

где k – турбулентная энергия;
 ε – скорость диссипации турбулентной энергии;
 ν_t – турбулентная кинематическая вязкость;
 β – коэффициент объемного расширения газа;
 c – скорость звука.
 Значения параметров k - ε модели равны:

$$\sigma_k = 1; \sigma_\varepsilon = 1,3; C_1 = 1,44; C_2 = 1,92; C_\mu = 0,09; \xi = 1,5; M_{t0} = 0,25.$$

Граничное условие для скорости жидкости в турбулентном течении на стенке задается с использованием численной аппроксимации логарифмического закона для тангенциальной компоненты скорости на стенке U , которая определяется из соотношений «пристеночные функции».

В расчетах принято, что стенка является гидравлически гладкой. В дальнейшем возможен учет влияния шероховатости стенки с использованием экспериментальных данных, учитывающих влияние на характеристики пограничного слоя эквивалентной «песочной шероховатости».

Вблизи стенки касательная составляющая вектора скорости жидкости меняется по линейному закону в «ламинарном подслое», а потом плавно переходит к зависимости «логарифмической закономерности».

Рассмотрим случай безотрывного обтекания. Более полное рассмотрение приведено, например, в [18].

Обозначим напряжение на стенке и динамическую скорость так:

$$\tau_w = \mu \frac{\partial U}{\partial y} \Big|_{y=0}, \quad (17)$$

$$U_* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}, \quad (18)$$

В основе реконструкции гладкого профиля U лежит идея «пути смешения» Прандтля [19]. В результате можно получить гладкий профиль изменения скорости у стенки, который представляется в виде

$$\frac{U}{U_*} = \begin{cases} y^+, y^+ \rightarrow 0 \\ u^+, y^+ \rightarrow \infty \end{cases}, \quad (19)$$

где

$$u^+ = \frac{1}{k} \ln(Ey^+), \quad (20)$$

$$y^+ = \frac{\rho U_* h}{\mu}. \quad (21)$$

Здесь постоянная Кармана $k=0,41$, $E=9$, h – расстояние от стенки до центра приграничной ячейки.

Начальные значения k_{mi} и ϵ_{mi} турбулентной энергии и диссипации генерируются автоматически в зависимости от распределения скоростей, получаемого в конце первого шага по времени.

Численный метод реализован на прямоугольной сетке с локальной адаптацией и подсеточным разрешением сложной геометрии. Во всей расчетной области вводится прямоугольная сетка. Выделяются подобласти с особенностями геометрии или течения, в которых необходимо провести расчет на более мелкой, чем исходная, сетке. При этом расчетная ячейка, в которую попала выделяемая особенность, делится на 8 равных ячеек. Далее, если необходимо, ячейки делятся еще раз – и так до достижения необходимой точности. Ячейки начальной сетки называются ячейками уровня «0», ячейки, получаемые измельчением уровня «0», называются ячейками уровня «1» и т.д. При генерации сетки накладывается условие, что гранями и ребрами могут граничить друг с другом только ячейки с номерами уровней, отличающимися не более чем на единицу. Размеры соседних ячеек не должны отличаться более чем в два раза по соответствующему направлению.

Метод подсеточного разрешения геометрии предназначен для аппроксимации криволинейных границ на прямоугольной сетке, в том числе и свободной границы жидкости. Ячейки, через которые проходит граница, расщепляются на 2, 3 ячейки и т.д. При этом они теряют свою первоначальную форму параллелепипеда и превращаются в многогранники произвольной формы. Уравнения математической модели аппроксимируются для этих многогранников. В целом такой подход позволяет с достаточной степенью точности производить расчеты эффективно, используя минимальные вычислительные ресурсы. Опыт показывает, что использование такой технологии позволяет получать инженерные решения на сетках с количеством узлов в 10 раз меньше, чем традиционные методы, при соответствующем снижении процессорного времени. Методология численного интегрирования уравнений, описывающих течения сжимаемого газа, основывается на методе конечных объемов. Метод конечных объемов [15–24] предполагает интегрирование уравнений движения жидкости и переноса скалярных величин в частных производных по объемам расчетных ячеек-многогранников. По теореме Гаусса для произвольной векторной или тензорной величины \mathbf{F}

$$\int_{\Omega} (\nabla \cdot \mathbf{F}) d\Omega = \sum_i (\mathbf{F}_i \cdot \mathbf{n}_i) \cdot \Delta S_i, \quad (22)$$

где \mathbf{n}_i – внешняя нормаль к i -границе ячейки;

ΔS_i – площадь i -границы ячейки;

Ω – объем ячейки.

Таким образом, при интегрировании решаемых уравнений в ячейке производится суммирование потоков массы, импульса, энергии и турбулентных величин, вычисленных на гранях ячеек. Поскольку каждая грань разделяет две соседние ячейки, соответствующий поток входит в дискретные уравнения для обеих ячеек с разными знаками. Этим обеспечивается консервативность массы, импульса, энергии и других искомым величин в расчетной области.

В основе метода расщепления по физическим процессам лежит представление системы уравнений Навье – Стокса (уравнения непрерывности и уравнения импульсов) в виде двух уравнений – уравнения для скорости и уравнения для давления. Запишем уравнения непрерывности и импульсов в полудискретном виде:

$$\frac{\rho^{n+1} - \rho^n}{\Delta t} + \frac{1}{\Omega} \sum_f (\rho^{n+1} \mathbf{V}^{n+1} \cdot \mathbf{n} \cdot \Delta S)_f = 0, \quad (23)$$

$$\frac{\rho^{n+1} \mathbf{V}^{n+1} - \rho^n \mathbf{V}^n}{\Delta t} + \frac{1}{\Omega} \sum_f (\rho^{n+1} \mathbf{V}^{n+1} \cdot \mathbf{n} \cdot \Delta S)_f \mathbf{V}_f^{n+1} = \frac{1}{\Omega} \sum_f (\hat{\boldsymbol{\tau}}^{n+1} \cdot \mathbf{n} \cdot \Delta S)_f - \nabla P^{n+1}. \quad (24)$$

Последнее уравнение можно расщепить на два следующих уравнения:

$$\frac{\tilde{\rho}^{n+1} \tilde{\mathbf{V}}^{n+1} - \rho^n \mathbf{V}^n}{\Delta t} + \frac{1}{\Omega} \sum_f (\rho^{n+1} \mathbf{V}^{n+1} \cdot \mathbf{n} \cdot \Delta S)_f \tilde{\mathbf{V}}_f^{n+1} = \frac{1}{\Omega} \sum_f (\hat{\boldsymbol{\tau}}^{n+1} \cdot \mathbf{n} \cdot \Delta S)_f - \nabla P^n, \quad (25)$$

$$\frac{\rho^{n+1} \mathbf{V}^{n+1} - \tilde{\rho}^{n+1} \tilde{\mathbf{V}}^{n+1}}{\Delta t} = -\nabla P^{n+1} + \nabla P^n. \quad (26)$$

Знаком «тильда» обозначены промежуточные значения искомых величин.

Выразим массовую скорость на $(n + 1)$ -слое по времени из уравнения (26)

$$\rho^{n+1} \mathbf{V}^{n+1} = \tilde{\rho}^{n+1} \tilde{\mathbf{V}}^{n+1} - \Delta t (\nabla P^{n+1} - \nabla P^n). \quad (27)$$

Подставляя (27) в уравнение непрерывности (23), получаем уравнение Пуассона для давления

$$\frac{\rho^{n+1} - \rho^n}{\Delta t} + \frac{1}{\Omega} \sum_f (\tilde{\rho}^{n+1} \tilde{\mathbf{V}}^{n+1} \cdot \mathbf{n} \cdot \Delta S)_f = \Delta t (\Delta P^{n+1} - \Delta P^n). \quad (28)$$

В неявной схеме сначала решается уравнение для давления (28) с использованием поля скоростей $\rho^n \mathbf{V}^n$ для получения поля давления и плотности в центрах ячеек на $(n + 1)$ -м – временном слое. Далее с использованием соотношения (27) вычисляются окончательные консервативные скорости на гранях ячеек $\rho^{n+1} \mathbf{V}^{n+1}$.

На следующем этапе решается уравнение для скорости

$$\frac{\rho^{n+1} \mathbf{V}^{n+1} - \rho^n \mathbf{V}^n}{\Delta t} + \frac{1}{\Omega} \sum_f (\rho^{n+1} \mathbf{V}^{n+1} \cdot \mathbf{n} \cdot \Delta S)_f \mathbf{V}_f^{n+1} = \frac{1}{\Omega} \sum_f (\hat{\boldsymbol{\tau}}^{n+1} \cdot \mathbf{n} \cdot \Delta S)_f - \nabla P^n, \quad (29)$$

для получения окончательного неконсервативного поля скорости на верхнем временном слое \mathbf{V}^{n+1} . После этого решаются уравнения для турбулентных характеристик и энтальпии. По найденным значениям скорости и энтальпии рассчитывается поле температуры на верхнем временном слое T^{n+1} .

В случае применения явной схемы все конвективно-диффузионные уравнения интегрируются явным образом (без обращения матриц на $(n + 1)$ -м временном слое).

$$\frac{\rho^{n+1} \mathbf{V}^{n+1} - \rho^n \mathbf{V}^n}{\Delta t} + \frac{1}{\Omega} \sum_f (\rho^n \mathbf{V}^n \cdot \mathbf{n} \cdot \Delta S)_f \mathbf{V}_f^n = \frac{1}{\Omega} \sum_f (\hat{\boldsymbol{\tau}}^n \cdot \mathbf{n} \cdot \Delta S)_f - \nabla P^n, \quad (30)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\rho^{n+1} H^{n+1} - \rho^n H^n}{\Delta t} + \frac{1}{\Omega} \sum_f (\rho^n \mathbf{V}^n \cdot \mathbf{n} \cdot \Delta S)_f H_f^n = \\ & = \frac{P^{n+1} - P^n}{\Delta t} - \frac{1}{\Omega} \sum_f (\mathbf{J}^n \cdot \mathbf{n} \cdot \Delta S)_f + \frac{1}{\Omega} \sum_f (\hat{\boldsymbol{\tau}}^n \cdot \mathbf{n} \cdot \Delta S)_f. \end{aligned} \quad (31)$$

Уравнение Пуассона для давления в явной схеме интегрируется неявным образом. Для моделирования конвективного переноса компонент вектора скорости, характеристик турбулентности, энтальпии необходимо вычислять их конвективные потоки на гранях ячеек. Для этого реализуются методы аппроксимации первого и второго порядка точности [24]. Реконструкция 1-го порядка точности предполагает «ступенчатое» представление искомой переменной f : значения в центрах соседних ячеек f_{i-1} и f_i полагаются известными. На грань «носится» значение из той ячейки, откуда поток вытекает. В основе реконструкции 2-го порядка точности лежит монотонная противопотоковая схема. Эта схема предполагает, что неменяющийся профиль переменной переносится потоком за временной шаг. Смысл схемы заключается в реконструкции решения и интегрировании полученного решения вдоль обратной характеристики, выходящей из центра грани ячейки. Монотонность схемы достигается монотонной билинейной реконструкцией решения внутри ячейки. Реконструкция решения в одномерном представлении обеспечивается следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} f_{i-1/2} &= \frac{1}{|V_n| \Delta t} \int_{x_{i-1/2} - V_n \Delta t}^{x_{i-1/2}} f_x(x) dx, \text{ если } V_n > 0, \\ f_{i-1/2} &= \frac{1}{|V_n| \Delta t} \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i-1/2} + V_n \Delta t} f_x(x) dx, \text{ если } V_n < 0, \end{aligned} \quad (32)$$

где V_n – нормальная компонента скорости на грани ячейки; Δt – шаг по времени.

Значения в центрах соседних ячеек f_{i-1} , f_i и f_{i+1} полагаются известными. Необходимое условие реконструкции решения:

$$f_i^n = \frac{1}{\Omega_i} \int_{\Omega_i} f^n(\mathbf{r}) d\Omega, \quad (33)$$

где \mathbf{r} – радиус-вектор произвольной точки в ячейке.

Трехмерная реконструкция зависимостей (32) представляет собой суперпозицию одномерных реконструкций. Она обеспечивает 2-й порядок аппроксимации уравнений по пространству: $O(h^2)$ (h – средний линейный размер ячейки). Описанный выше конвективный оператор предполагает 5-точечный шаблон в каждом измерении. При неявном интегрировании уравнений предпочтительнее иметь компактный конвективный оператор на верхнем временном слое (3-точечный шаблон в каждом измерении). Предлагается неявный конвективный оператор, определяемый следующим соотношением [24] в следующем виде:

$$\sum_f (f^{n+1} \rho \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} \cdot \Delta S)_f = \sum_f (f_1^{n+1} \rho \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} \cdot \Delta S)_f - \sum_f (f_1^n \rho \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} \cdot \Delta S)_f + \sum_f (f_{\Pi}^n \rho \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} \cdot \Delta S)_f, \quad (34)$$

где f_{Π}^n – значение величины f , полученное на грани ячейки с помощью реконструкции 2-го порядка; f_1^{n+1} и f_1^n – значения величины f , полученные на грани ячейки с помощью реконструкции 1-го порядка на (n) -м и $(n+1)$ -м временном слое.

Таким образом, на $(n+1)$ -м временном слое аппроксимируется конвективный оператор на компактном 7-точечном (в трех измерениях) шаблоне. Оператор (34) обеспечивает порядок аппроксимации нестационарного решения $O(h^2 + h \cdot \Delta t)$.

Для аппроксимации диффузионных потоков определение градиентов на гранях ячеек производится стандартным шаблоном с центральными разностями. Это аппроксимирует диффу-

зионный оператор на компактном 7-точечном (в трех измерениях), обеспечивающем 2-й порядок аппроксимации диффузионных членов по пространству. Если прямая, проходящая через центры соседних ячеек, смещена относительно центра рассматриваемой грани либо не перпендикулярна ей, то применяется схема с вычислением значения функции в промежуточной точке, которое вычисляется посредством линейной интерполяции значений из центров ячеек с последующим применением соответствующего конечно-разностного шаблона.

Дискретизация уравнений гидродинамики приводит к необходимости решения системы линейных алгебраических уравнений вида

$$Ax = B \quad (35)$$

с неструктурированными сильно разреженными матрицами большой размерности. В настоящее время для эффективного решения таких систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) используются предобусловленные итерационные методы. В качестве предобусловливателя используется ILU2, являющийся несимметричным обобщением предобусловливателя ICN2 [10–15]. В качестве итерационной схемы используются методы типа подпространства Крылова [18], метод сопряженных градиентов CG в симметричном случае, алгоритм GMRES и алгоритм Ланцоша в несимметричном случае [20–21].

Исходные данные и граничные условия

При построении расчетных моделей использованы основные геометрические размеры корпуса испытуемого аппарата, который помещен в прямоугольную расчетную область. На входе расчетной области задано граничное условие «нормальная скорость». На остальных границах задано условие «свободный выход» – нулевые градиенты расчетных параметров. На стенках установлены граничные условия «прилипания» с применением пристеночных функций.

На рис. 1 приведен пример формирования расчетной модели для экспериментальной четырехкопной трековой каретки.

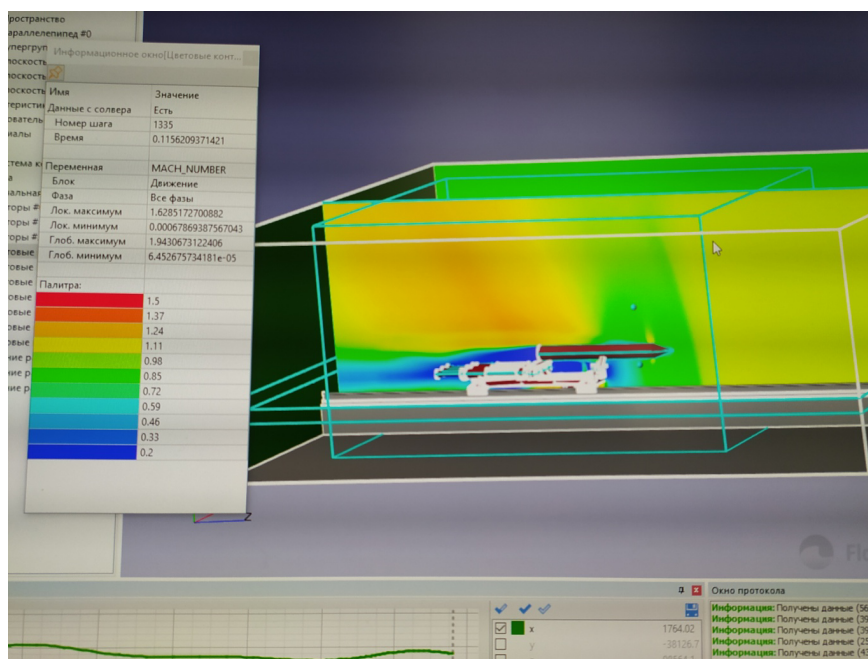


Рис. 1. Иллюстрация вычислительного эксперимента нестационарного обтекания 3D-модели трековой четырехкопной каретки с пятью РДТТ и испытуемым изделием при ускорении, равном 12 g

Моделирование в вычислительном эксперименте

На рис. 2 изображена 3D-модель снаряжения монорельсовой каретки с объектом испытания.

На рис. 3 показан фрагмент сетки 6-го уровня адаптации на стенке корпуса летательного аппарата.

На рис. 4–10 представлены примеры численных расчетов обтекания различных моделей при разных скоростях обтекания летательных аппаратов.

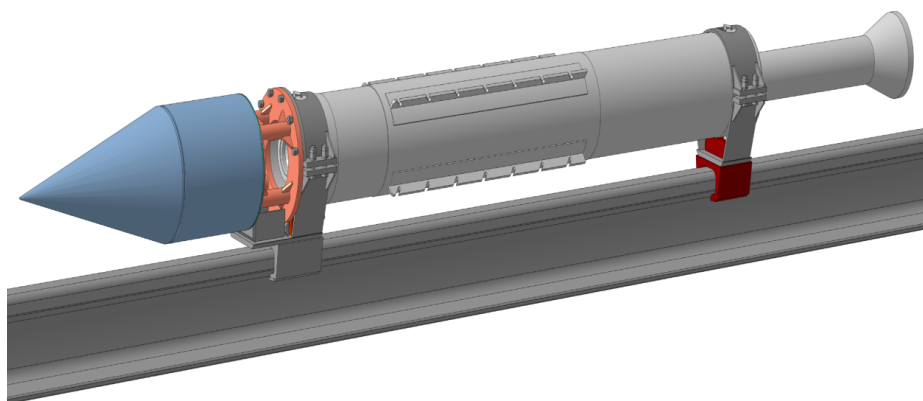


Рис. 2. Модель снаряжения монорельсовой каретки для трековых испытаний (состав: испытуемый объект обтекаемой формы; РДТТ с передним и задним ложементами, соединенными с опорами скольжения. Сзади вынесено сопло двигателя)

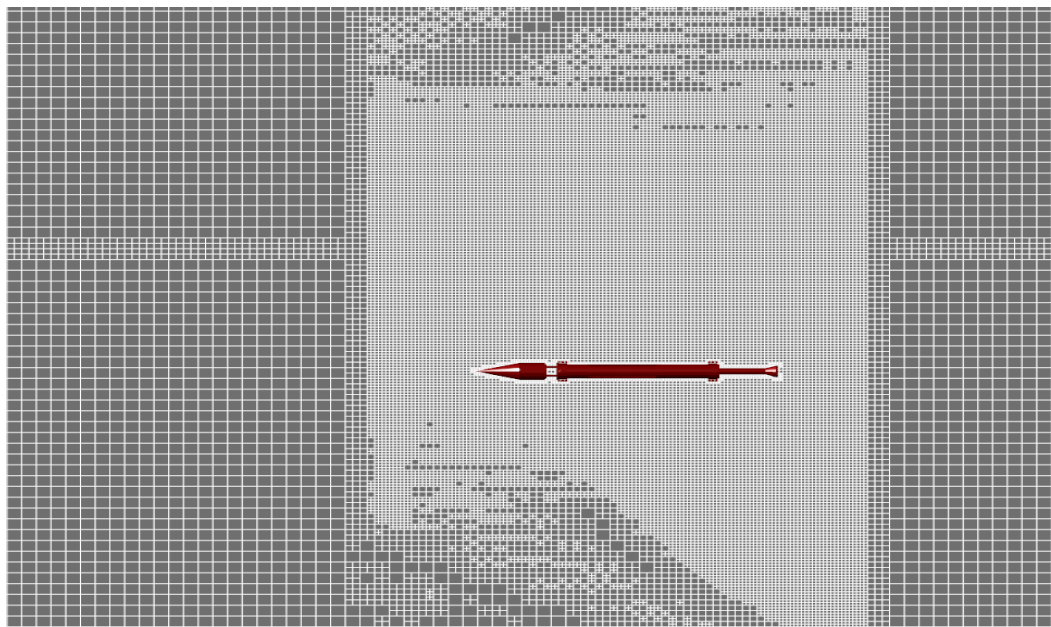


Рис. 3. Фрагмент сетки 6-го уровня адаптации. Расчеты выполнены на сетках разного уровня адаптации для оценки сеточной сходимости

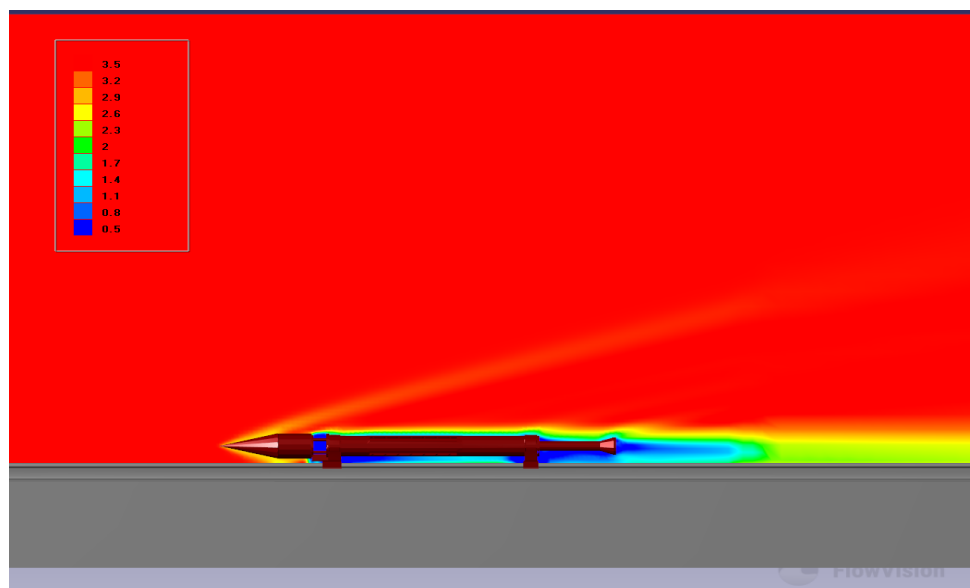


Рис. 4. Фронтальный вид картины обтекания ЛА со скоростью 1250 м/с

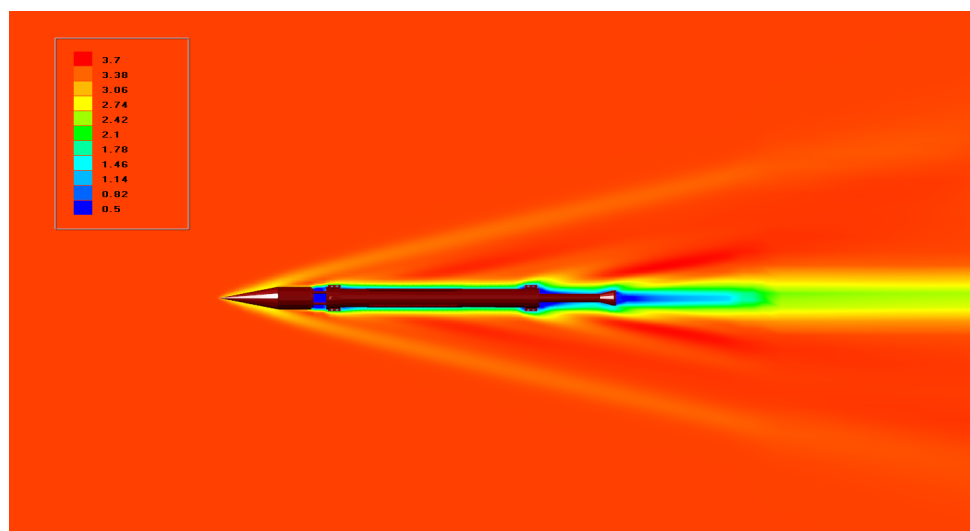


Рис. 5. Картина обтекания монорельсовой каретки сверхзвуковым потоком. Вид в плане (сверху).
Скорость 1250 м/с

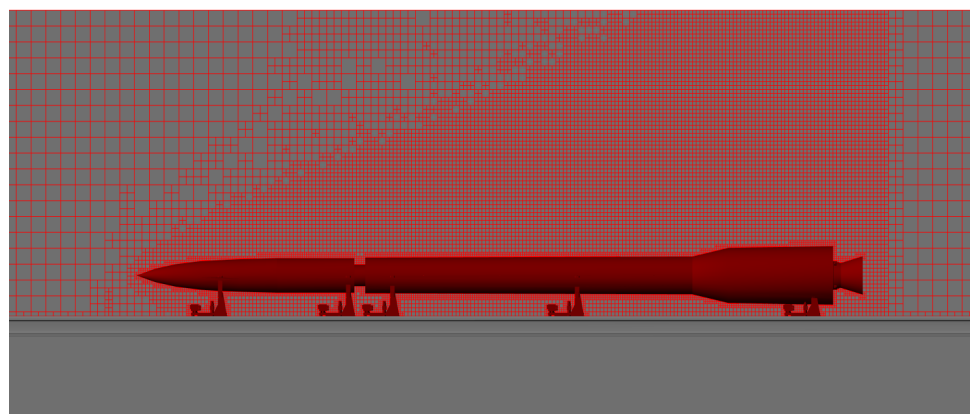


Рис. 6. 3D-модель летательного аппарата. РДТГ размещен на трех опорах сзади трекового снаряжения. Сетка порядка 5 млн ячеек

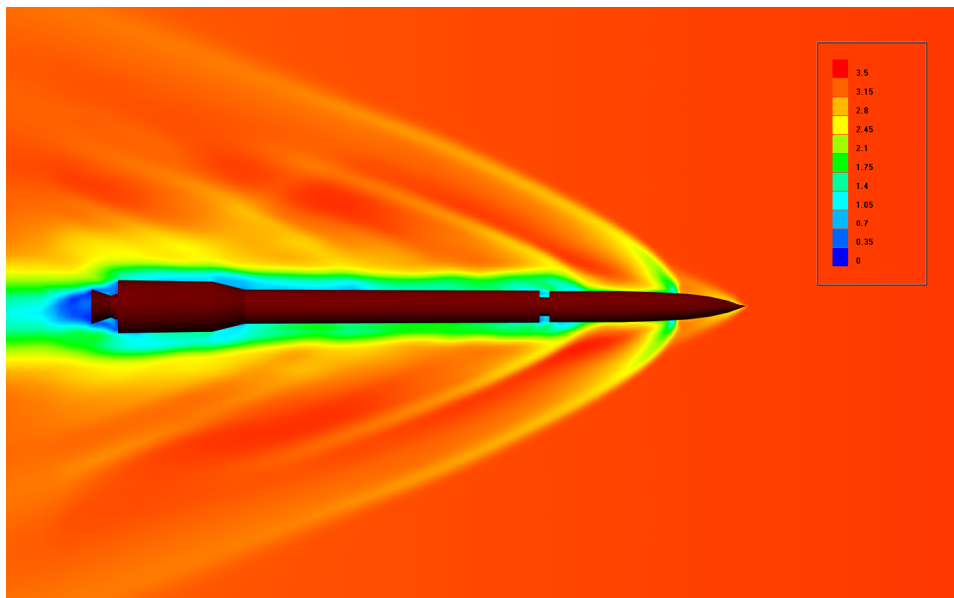


Рис. 7. Моделирование обтекания при скорости 1200 м/с. Изображена интерференция скачков уплотнения включая отраженные от рельефа трекового полотна

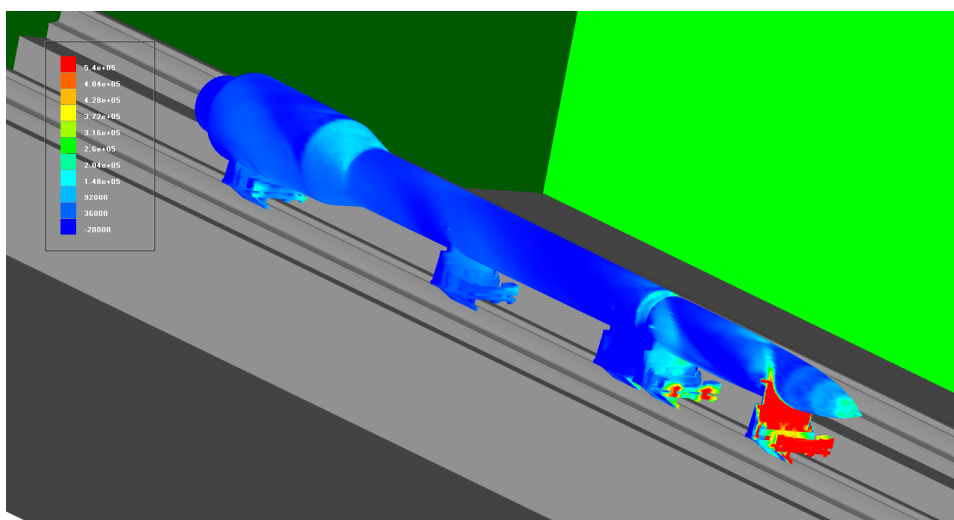


Рис. 8. Распределение аэродинамических сил сопротивления при скорости 1200 м/с

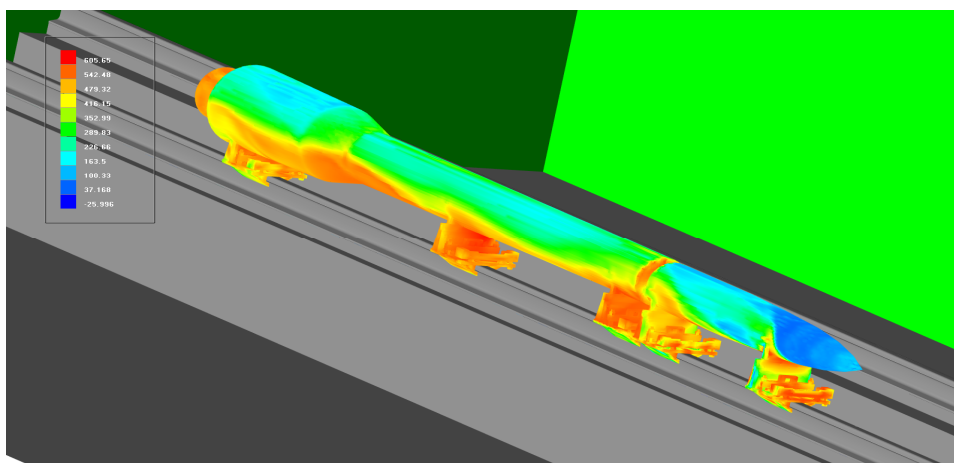


Рис. 9. Распределение температуры по поверхности трековой каретки при скорости 1200 м/с

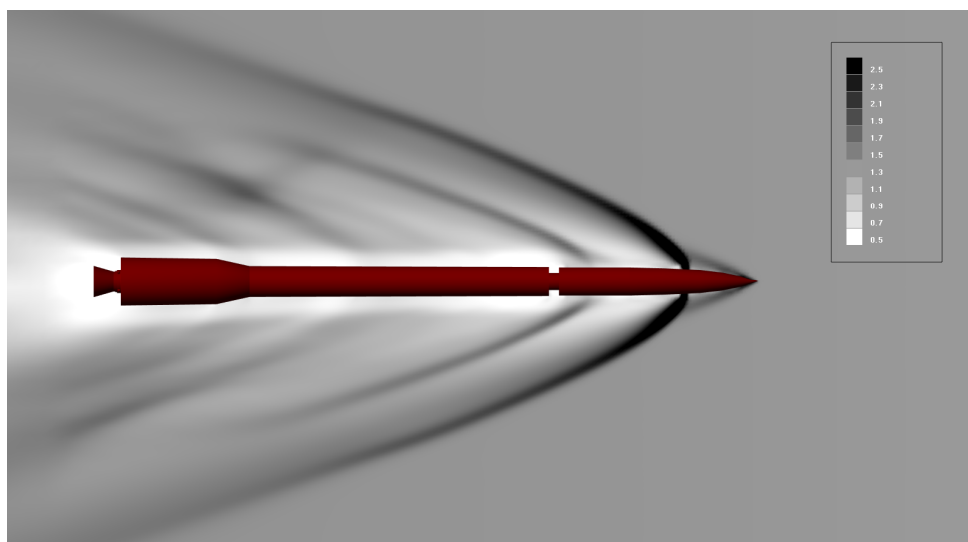


Рис. 10. Картина обтекания летательного аппарата. Распределение плотности при скорости 1200 м/с

Заключение

На основании проведенных численных экспериментов получены аэродинамические характеристики различных летательных аппаратов в направлении осей X , Y , Z в условиях испытания на ракетном рельсовом треке. Аэродинамическое сопротивление снаряжения каретки, изображенной на рис. 6–10, составило 186 кН. Подъемная сила равна 15 кН. Боковая сила имеет величину 3,4 кН. Численное моделирование процессов обтекания позволяет прогнозировать нагрузки, воздействующие на элементы трекового снаряжения и на объект испытания.

Библиографический список

1. Гиневский А.С., Колесников А.В., Власов Е.В. Аэроакустические взаимодействия. – М.: Машиностроение, 1978. – 177 с.
2. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя / пер. Г.А. Вольперта с 5-го нем. изд., испр. по 6-му (амер.) изд.; под ред. Л.Г. Лойцянского. – М.: Наука, 1974. – 711 с.
3. Струминский В.В., Харитонов А.М., Черных В.В. Экспериментальное исследование перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный при сверхзвуковых скоростях // Известия АН СССР. МЖГ. – 1972. – № 2. – С. 30–34.
4. Репик Е.У., Соседко Ю.П. Обзор экспериментальных исследований пристеночной турбулентности // Труды III Всесоюз. семинара по моделям механики сплошной среды: сб. науч. тр. / под ред. Н.Н. Яненко (27 июня – 6 июля 1975; Петродворец). – Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1976. – С. 7–35.
5. Белоцерковский С.М., Скрипач Б.К., Табачников В.Г. Крыло в нестационарном потоке газа / под ред. С.М. Белоцерковского. – М.: Наука, 1971. – 767 с.
6. Астахов С.А., Бирюков В.И., Боровиков Д.А. Моделирование высокоскоростных трековых испытаний изделий авиационной и ракетной техники // Прикладная математика и механика в аэрокосмической отрасли: материалы 14 Междунар. конф. (4–13 сентября 2022 г., Алушта). – М.: Изд-во Моск. авиац. ин-та, 2022. – С. 263–264.
7. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: учеб. пособие: в 10 т. – 3-е изд., перераб. – М.: Наука, 1986. – Т. VI. Гидродинамика. – 736 с.
8. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа: учебник для вузов. – 7-е изд., испр. – М.: Дрофа, 2003. – 840 с.
9. Роуч П.Д. Вычислительная гидродинамика / пер. с англ. В.А. Гущина и В.Я. Митниченко; под ред. П.И. Чушкина. – М.: Мир, 1980. – 616 с.
10. Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен: в 2 т. / пер. с англ. С.В. Сенина, Е.Ю. Шальмана; под ред. Г.Л. Подвидза. – М.: Мир, 1990. – Т. 1. – 384 с.

11. Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен: в 2 т. / пер. с англ. С.В. Сенина, Е.Ю. Шальмана; под ред. Г.Л. Подвидза. – М.: Мир, 1990. – Т. 2. – 392 с.
12. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей: в 2 т. / пер. с англ. А.И. Державиной; под ред. В.П. Шидловского. – М.: Мир, 1991. – Т.1. – 504 с.
13. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей: в 2 т. / пер. с англ. В.Ф. Каменецкого; под ред. Л.И. Турчака. – М.: Мир, 1991. – Т.2. – 552 с.
14. Применение пакетов прикладных программ при изучении курсов механики жидкости и газа: учеб. пособие / Т.В. Кондранин, Б.К. Ткаченко, М.В. Березникова, А.В. Евдокимов, А.П. Зуев. – М.: МФТИ, 2005. – 104 с.
15. Anderson J.D. Computational Fluid Dynamics: The Basics with Applications. – McGraw–Hill, Inc. 1995. – 547 p.
16. Wilcox D.C. Turbulence modeling for CFD. – DCW Industries, Inc., 1994. – 460 p.
17. Chu D., Karniadakis G. A direct numerical simulation of laminar and turbulent flow over riblet-mounted surfaces // *Journal of Fluid Mechanics*. – 1993. – Vol. 250. – P. 1–42. – DOI: 10.1017/S0022112093001363
18. Моделирование отрывных течений в программном комплексе FlowVision–HPC / С.В. Жлуктов, А.А. Аксенов, С.А. Харченко, И.В. Москалев, Г.Б. Сушко, А.С. Шишаева // *Вычислительные методы и программирование*. – 2010. – Т. 11, № 2. – С. 76–87.
19. Kaporin I.E. High Quality Preconditioning of a General Symmetric Positive Definite Matrix Based on its $U^T U + U^T R + R^T U$ decomposition // *Numer. Linear Algebra Appl.* – 1998. – Vol. 5. – P. 483–509.
20. Bensi M., Golub G., Liesen J. Numerical solution of saddle point problems // *Acta Numerica*. – 2005. – Vol. 14. – P. 1–137. – DOI: 10.1017/S0962492904000212
21. FlowVision. Руководство пользователя / ООО «ТЕСИС». – М., 1999–2021.
22. Мартыненко С.И. Универсальная многосеточная технология / под ред. М.П. Галанина. – М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 2014. – 244 с.
23. Тыртышников Е.Е. Краткий курс численного анализа. – М.: Всерос. ин-т науч. и техн. информации, 1994. – 220 с.
24. Saad Y., Schultz M.H. GMRES: A generalized minimum residual algorithm for solving non-symmetric linear systems // *SIAM J. Sci. Comput.* – 1986. – Vol. 7, No. 3. – P. 856–859.

References

1. Ginevskiy A.S., Kolesnikov A.V., Vlasov Ye.V. Aeroakusticheskiye vzaimodeystviya [Aeroacoustic interactions]. Moscow, Mashinostroenie, 1978, 177 p.
2. Schlichting H. Teoriya pogranichnogo sloya [Boundary layer theory]. Moscow, Nauka, 1974, 711 p.
3. Struminskij V.V., Haritonov A.M., Chernyh V.V. Eksperimentalnoye issledovaniye perekhoda laminarnogo pogranichnogo sloya v turbulentnyy pri sverkhzvukovykh skorostyakh [Experimental study of the transition from a laminar boundary layer to a turbulent one at supersonic speeds]. *Izvestia RAN, Mekhanika Zhidkosti i Gaza*, 1972, no. 2, pp. 30-34.
4. Repik E.U., Sosledko Yu.P. Obzor eksperimentalnykh issledovaniy pristenochnoy turbulentnosti [Overview of experimental studies of near-wall turbulence]. Proceedings of the III All-Union Seminar on Models of Continuum Mechanics: Collection of scientific papers “Trudy III Vsesoyuznogo seminaru po modelyam mekhaniki sploshnoj sredy” (27 June – 6 July 1975; Petrodvorec), Novosibirsk, 1976, pp. 7-35.
5. Belocerkovskij S.M., Skripach B.K., Tabachnikov V.G. Krylo v nestacionarnom potoke gaza [A wing in an unsteady gas flow]. Moscow, Nauka, 1971, 767 p.
6. Astahov S.A., Biryukov V.I., Borovikov D.A. Modelirovaniye vysokoskorostnykh trekovykh ispytaniy izdeliy aviatsionnoy i raketnoy tekhniki [Simulation of high-speed track tests of aircraft and rocket products]. Proceedings of the 14th International Conference (September 4–13, 2022, Alushta) “Prikladnaya matematika i mekhanika v aerokosmicheskoy otrasli”, Moscow, MAI, 2022, pp. 263-264.
7. Landau L.D., Lifshic E.M. Teoreticheskaya fizika: Uchebnoe posobie. V 10 t. T. VI. Gidrodinamika. [Theoretical physics: A textbook. In 10 vols. Vol. VI. Hydrodynamics]. Moscow, Nauka, 1986, 736 p.
8. Lojcyanskij L.G. Mekhanika zhidkosti i gaza: Uchebnik dlya vuzov [Fluid and Gas Mechanics: Textbook for universities]. Moscow, Drofa, 2003, 840 p.
9. Roach P.D. Vychislitel'naya gidrodinamika [Computational fluid dynamics]. Moscow, Mir, 1980, 616 p.
10. Anderson D., Tannehill Dzh., Pletcher R. Vychislitel'naya gidromekhanika i teploobmen. V 2 t. T. 1. [Computational hydromechanics and heat transfer. In 2 vols. Vol. 1]. Moscow, Mir, 1990, 384 p.

11. Anderson D., Tannehill Dzh., Pletcher R. Vychislitel'naya gidromekhanika i teploobmen. V 2 t. T. 2. [Computational hydromechanics and heat transfer. In 2 vols. Vol. 2]. Moscow, *Mir*, 1990, 392 p.
12. Fletcher C.A.J. Vychislitel'nye metody v dinamike zhidkostej: V 2 t. T. 1 [Computational methods in fluid dynamics. In 2 vols. Vol. 1]. Moscow, *Mir*, 1991, 504 p.
13. Fletcher C.A.J. Vychislitel'nye metody v dinamike zhidkostej: V 2 t. T. 2 [Computational methods in fluid dynamics. In 2 vols. Vol. 2]. Moscow, *Mir*, 1991, 552 p.
14. Kondranin T.V., Tkachenko B.K., Bereznikova M.V., et. al. Primenenie paketov prikladnykh programm pri izuchenii kursov mekhaniki zhidkosti i gaza: Uchebnoe posobie [Application of application software packages in the study of fluid mechanics courses: Textbook]. Moscow, Moscow Institute of Physics and Technology, 2005, 104 p.
15. Anderson J.D. Computational Fluid Dynamics: The Basics with Applications, McGraw-Hill, Inc., 1995, 547 p.
16. Wilcox D.C. Turbulence modeling for CFD, DCW Industries, Inc., 1994, 460 p.
17. Chu D., Karniadakis G. A direct numerical simulation of laminar and turbulent flow over riblet-mounted surfaces. *Journal of Fluid Mechanics*, 1993, vol. 250, pp. 1-42.
18. Zhluktov S.V., Aksenov A.A., Harchenko S.A., et. al. Modelirovaniye otrivnykh techeniy v programnom komplekse FlowVision–HPC [Simulation of separated flows in the FlowVision–HPC software package]. *Numerical Methods and Programming*, 2010, vol. 11, no. 2, pp. 76-87.
19. Kaporin I.E. High Quality Preconditioning of a General Symmetric Positive Definite Matrix Based on its $U^T U + U^T R + R^T U$ decomposition. *Numerical Linear Algebra Appl.*, 1998, vol. 5, pp. 483-509.
20. Bensi M., Golub G., Liesen J. Numerical solution of saddle point problems. *Acta Numerica*, 2005, vol. 14, pp. 1-137.
21. FlowVision. Rukovodstvo polzovatelya [FlowVision. User manual]. ООО “TESIS”. 1999-2021, Moscow.
22. Martynenko S.I. Universalnaya mnogosetochnaya tekhnologiya [Universal multigrid technology]. Moscow, Keldysh Institute of Applied Mathematics of Russian Academy of Sciences, 2014, 244 p.
23. Tyrtysnikov E.E. Kratkij kurs chislennogo analiza [The short course in numerical analysis]. Moscow, Russian Institute for Scientific and Technical Information, 1994, 220 p.
24. Saad Y., Schultz M.H. GMRES: A generalized minimum residual algorithm for solving non-symmetric linear systems. *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing.*, 1986, vol. 7, no. 3, pp. 856-859.

Об авторах

Астахов Сергей Анатольевич (Белоозерский, Россия) – кандидат технических наук, директор, Государственный казенный научно-испытательный полигон авиационных систем имени Л.К. Сафронова (140250, Воскресенский р-н, пос. Белоозерский, e-mail: info@gknpas.ru).

Бирюков Василий Иванович (Москва, Россия) – доктор технических наук, профессор, Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет) (125993, Москва, Волоколамское шоссе, 4, e-mail: aviatex@mail.ru).

Тимушев Сергей Федорович (Москва, Россия) – доктор технических наук, профессор, Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет) (125993, Москва, Волоколамское шоссе, 4, e-mail: irico.harmony@gmail.com).

Катаев Андрей Владимирович (Москва, Россия) – ведущий инженер, Государственный казенный научно-испытательный полигон авиационных систем имени Л.К. Сафронова (140250, Воскресенский р-н, пос. Белоозерский); аспирант, Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет) (125993, Москва, Волоколамское шоссе, 4, e-mail: a-kataev@mail.ru).

About the authors

Sergey A. Astakhov (Beloozersky, Russian Federation) – CSc in Technical Sciences, Director, State Research and Testing Ground for Aviation Systems named after L.K. Safronov (140250, Voskresensk district, Beloozersky, e-mail: info@gknpas.ru).

Vasily I. Biryukov (Moscow, Russian Federation) – Doctor of Technical Sciences, Professor, Moscow Aviation Institute (National Research University) (4, Volokolamskoe Highway, 125993, Moscow, e-mail: aviatex@mail.ru).

Sergey F. Timushev (Moscow, Russian Federation) – Doctor of Technical Sciences, Professor, Moscow Aviation Institute (National Research University) (4, Volokolamskoe Highway, 125993, Moscow, e-mail: irico.harmony@gmail.com).

Andrey V. Kataev (Moscow, Russian Federation) – Leading Engineer, State Research and Testing Ground for Aviation Systems named after L.K. Safronov (140250, Voskresensk district, Beloozersky); post-graduate student, Moscow Aviation Institute (National Research University) (4, Volokolamskoe Highway, 125993, Moscow, e-mail: a-kataev@mail.ru).

Финансирование. Исследование не имело спонсорской поддержки.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов. Все авторы сделали равный вклад в подготовку публикации.

Поступила: 27.10.2022

Одобрена: 20.01.2023

Принята к публикации: 28.02.2023

Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом: Моделирование аэродинамического взаимодействия при трековых испытаниях изделий авиационной техники / С.А. Астахов, В.И. Бирюков, С.Ф. Тимушев, А.В. Катаев // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника. – 2023. – № 72. – С. 5–20. DOI: 10.15593/2224-9982/2023.72.01

Please cite this article in English as: Astakhov S.A., Biryukov V.I., Timushev S.F., Kataev A.V. Aerodynamic interaction simulation during track testing of aircraft products. *PNRPU Aerospace Engineering Bulletin*, 2023, no. 72, pp. 5-20. DOI: 10.15593/2224-9982/2023.72.01