

УДК 539.3; 534.131

DOI: 10.15593/2224-9982/2022.70.14

**В.Н. Яковкин<sup>1</sup>, А.Б. Пищальников<sup>1</sup>, И.И. Соколов<sup>1</sup>,  
М.Ш. Нихамкин<sup>2</sup>, Н.А. Саженов<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>ОДК-Авиадвигатель, Пермь, Россия

<sup>2</sup>Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Россия

## **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕМПФЕРА СУХОГО ТРЕНИЯ ДЛЯ ЗУБЧАТОГО КОЛЕСА ГАЗОТУРБИННОГО ДВИГАТЕЛЯ. ЧАСТЬ 2**

Существуют способы повышения вибрационной прочности конических зубчатых колес газотурбинных двигателей за счет применения демпферов сухого трения, способных демпфировать резонансные колебания и функционировать в экстремальных условиях. Эффективность применения таких демпферов существенно зависит от настройки его массово-жесткостных характеристик, усилия прижатия и других параметров. Для правильного выбора этих параметров на стадии проектирования необходимо понимание закономерностей работы демпферов, что решается за счет моделирования испытаний.

В настоящей работе проведена оценка пригодности математической модели, основанной на линеаризации кулоновского трения в контакте между демпфером и зубчатым колесом газотурбинного двигателя. Конические зубчатые колеса имеют сложную пространственную форму колебаний в зоне контакта с демпфером, поэтому проведено расчетное исследование поведения динамики линеаризованной системы зубчатое колесо – демпфер от расчетных параметров контакта, таких как плотность прилегания контакта, величины жесткости нормальных упругих элементов в контакте. Определены границы устойчивого решения с целью минимизации влияния неизвестных параметров на результат расчета при настройке демпфера. Результаты исследований использованы при настройке демпфера для зубчатого колеса авиационного двигателя. Сопоставлены экспериментальные данные тензометрирования зубчатого колеса с демпфером на двигателе с результатами расчета, получена удовлетворительная сходимость по уровню демпфирования.

**Ключевые слова:** логарифмический декремент колебаний, кулоновское трение, коническое зубчатое колесо, газотурбинный двигатель, демпфер сухого трения, резонанс, эффекты микроскольжения.

**V.N. Yakovkin<sup>1</sup>, A.B. Pischalnikov<sup>1</sup>, I.I. Sokolov<sup>1</sup>,  
M.Sh. Nikhamkin<sup>2</sup>, N.A. Sazhenkov<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>UEC-Aviadvigatel, Perm, Russian Federation

<sup>2</sup>Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

## **MATHEMATICAL SIMULATION OF THE DRY FRICTION DAMPER FOR THE GAS TURBINE ENGINE GEAR WHEEL. PART 2**

There are some methods to improve vibration strength of the gas turbine engine bevel gearwheels by using the dry friction dampers capable of damping resonance vibrations and operate under extreme conditions. The effectiveness of these dampers depends significantly on an adjustment of their mass-stiffness properties, pressure and other parameters. It is required to understand the damper operation laws to make a right choice of the parameters during designing, and that could be addressed by test simulations.

This paper provides an acceptability assessment of a mathematical model based on the Coulomb friction linearisation in a damper-to-gearwheel contact within the gas turbine engine. Bevel gearwheels have a complex dimensional mode configuration in the damper contact area, therefore a calculation analysis of dynamic behavior of the linearised gearwheel-damper system was carried out from the nominal contact parameters, such as contact fit, stiffness of the normal elastic members in the contact. It is concluded that the damper slipping and the surface roughness are proportional. The stable solution limits have been defined to minimise the unknown parameters effect on the calculation result when adjusting the damper. The research results are used when adjusting the damper for the aircraft engine gearwheel. The strain-gauging test data were compared to the calculation results for the engine damped gearwheel, an acceptable convergence on damping has been obtained.

**Keywords:** logarithmic decrement of vibrations, Coulomb friction, bevel gearwheel, gas turbine engine, dry friction damper, resonance, microslip effects, scaling factor.

Одними из наиболее нагруженных деталей газотурбинных авиационных двигателей являются зубчатые колёса центрального привода и коробки приводных агрегатов [1], так как именно через трансмиссию обеспечивается запуск двигателя и питание его агрегатов [2]. Из-за общей ограниченности пространства и с целью минимизации массы зубчатые колеса проектируют коническими, с тонкой диафрагмой и облегченным зубчатым венцом. Для высокоскоростных и податливых конических зубчатых колес основной проблемой является наличие резонансов в рабочем диапазоне частот вращения ротора двигателя.

Отстройка от резонансов зачастую не представляется возможной из-за высокой плотности спектра собственных частот колебаний зубчатого колеса и широкого рабочего диапазона частот вращения ротора двигателя. Мировая практика показывает, что основные потенциально-опасные резонансы конических зубчатых колес проявляются на формах колебаний, содержащих целое количество волн зубчатого венца. Как правило, это формы с двумя, тремя, четырьмя узловыми диаметрами [1, 3–5].

Данные резонансы возбуждаются зубцовой гармоникой при пересечении собственной частоты колебаний зубчатого колеса с учетом количества волн формы колебаний. Для зубчатого колеса, имеющего число зубьев  $Z = 35$ , резонансы по форме с тремя узловыми диаметрами проявятся на пересечении собственной частоты колеса с гармониками  $k_{32} = 35 - 3 = 32$  (назад бегущая волна) и  $k_{38} = 35 + 3 = 38$  (вперед бегущая волна) [1].

Высокая возбуждаемость зубчатого конического зубчатого колеса обусловлена:

- 1) замкнутостью волн на зубчатом венце по окружности;
- 2) отсутствием демпфирующих сочленений на зубчатом венце – вал, диафрагма и венец сделаны заодно;
- 3) большим выносом зубчатого венца от вала, то есть колебания сфокусированы по большей части на зубчатом венце и не передаются на вал;
- 4) основной вектор от силы зацепления направлен в сторону меньшей сопротивляемости диафрагмы зубчатого колеса;
- 5) низкими демпфирующими свойствами материала зубчатых колес.

Резонансные колебания опасны повышенным уровнем динамических напряжений, что может приводить к зарождению усталостных трещин. В работах [3, 5–8] рассмотрены случаи поломки зубчатых колес вследствие усталости. В работах указано, что усталостные трещины прорастают до критического состояния за несколько полетных циклов авиационного двигателя [6], что впоследствии приводит к поломке зубчатого колеса и остановке двигателя.

Существуют способы демпфирования резонансных колебаний зубчатых колес, за счет применения демпферов сухого трения [3, 4, 9], обычно это демпферы тарельчатого или кольцевого типа.

Эффективность применения таких демпферов зависит от правильного выбора усилия прижатия, жесткости конструкции, обработки поверхности контакта и материала деталей.

Оценка эффективности демпферов проводится посредством тензометрирования зубчатого колеса, при испытаниях в составе двигателя с проходом по диапазону рабочих частот вращения от режима малого газа до взлетного. Однако, такие испытания крайне затратны, поэтому, проведение исследований эффективности различных демпферов с целью подбора их конструктивных параметров, целесообразно проводить либо на модельных установках, либо расчётным способом, а на двигателе проверять уже выбранный и настроенный вариант конструкции.

Известны математические модели, которые позволяют учитывать нелинейное контактное взаимодействие демпфера с деталью газотурбинного двигателя в динамике и получать установившийся отклик детали с демпфером [4, 9–13]. Данные модели обладают двумя недостатками, которые вытекают из потребности в значительном сокращении времени расчета динамического отклика: 1) требование тщательной подготовки модели к расчету, заключающейся в проведении процедуры редуцирования матриц, настройке нелинейного контакта, подборе начальных условий; 2) реализация сложного математического аппарата, если применяются дополнительные способы ускорения расчета, такие как применение метода гармонического баланса с использованием не-

скольких гармоник в разложении ряда Фурье [10, 13]. Также в существующих моделях решаемые уравнения движения содержат набор неизвестных, которые существенно усложняют систему и затрудняют объективный анализ результата расчета системы с демпфером.

Математическая модель, представленная в работах [14, 15], основана на линеаризации контакта кулоновского трения и позволяет избежать названных недостатков.

Однако, при использовании предложенной модели с линеаризацией Кулоновского контакта для расчёта зубчатых колес, необходимо следить за адекватностью получаемых результатов, в виду некоторых особенностей функционирования этой детали. Например, необходимость подстройки параметров модели может быть связана со сложной пространственной формой колебаний зубчатого колеса, когда в месте контакта демпфера реализуются изгибно-крутильные колебания (рис. 1).

Поэтому представленное в настоящей работе исследование поведения динамики линеаризованной системы «зубчатое колесо – демпфер» обладает очевидной актуальностью. Исследование проведено на зубчатом колесе (рис. 2), описанном в работе [14], с целью оценки пригодности математической модели с линеаризацией Кулоновского трения для натуральных деталей ГТД, имеющих сложную пространственную форму колебаний. В частности, рассмотрено влияние расчетных параметров, таких как плотность прилегания контакта и жесткость нормальных упругих связей в контакте на эффективность демпфирования.

Определены границ устойчивого решения с целью минимизации влияния неизвестных параметров на результат расчета при настройке демпфера.

Проведено сопоставление экспериментальных данных тензометрирования зубчатого колеса с демпфером на двигателе и результатов расчета по предложенной модели.

Результаты проведенных исследований использованы для настройки демпферов для конических зубчатых колес различной конструкции.

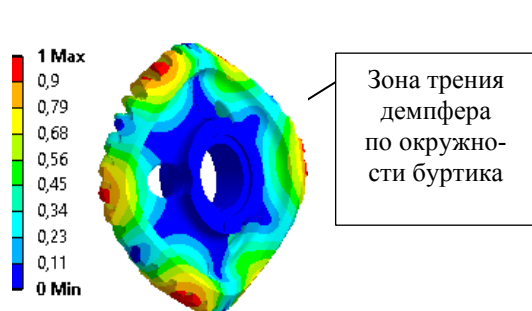


Рис. 1. Форма колебаний, распределение суммарных перемещений (безразмерных)

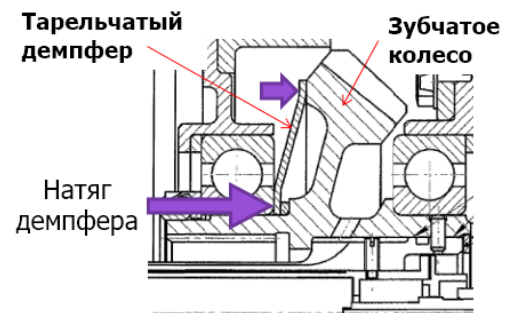


Рис. 2. Эскиз зубчатого колеса с тарельчатым демпфером

### Численное исследование влияния параметров линеаризованного контакта на результат расчета

Расчет демпфирующей способности тарельчатого демпфера проведен с использованием математической модели, основанной на линеаризации кулоновского трения в контакте [15]. Модель опирается на следующие основные допущения:

- 1) задача решается в упругой постановке, описываемой теорией малых деформаций [17];
- 2) для пространственных форм колебаний случаи отрыва демпфера от контактной поверхности не рассматриваются;
- 3) предполагается, что фрикционный демпфер преимущественно влияет на жесткость системы, инерционные эффекты демпфера не рассматриваются;
- 4) для описания сил трения применяется кулоновская модель, учитывающая только процессы макроскольжения;

5) в качестве критерия оценки работоспособности демпфера принята относительная характеристика демпфирования – логарифмический декремент колебаний  $\delta$  [16];

6) в рабочих условиях зубчатого колеса на резонансе форма колебаний имеет свойство движения по окружности, т.е. возникают вперед и назад бегущие волны [1]. Расчетное исследование проведено для стоячей волны, вращение колеса не учитывается;

7) зацепление передачи в расчете не учитывается.

Математическая модель описывается уравнением для поиска собственных форм и частот колебаний [17], для воспроизведения массово-жесткостных характеристик зубчатого колеса с демпфером использовался метод конечных элементов. Уравнение в матричной форме записи:

$$[M] \cdot \{\ddot{x}\} + [C + K + \xi] \cdot \{\dot{x}\} = 0. \quad (3)$$

где  $[M]$  и  $[C]$  – матрицы масс и жесткости системы соответственно,  $[K]$  – матрица жесткости демпфера;  $[\xi]$  – матрица упругих связей имитирующих влияние от действия силы трения в контакте;  $\{x\}$  – вектор узловых перемещений, точкой обозначено дифференцирование по времени  $t$ .

На рис. 3 представлены граничные условия в расчетной модели и модель контактного взаимодействия. Поскольку зубчатое колесо имеет сложную пространственную форму колебаний, в контакте необходимо учитывать два направления взаимодействия: по нормали к поверхности и в касательном направлении.

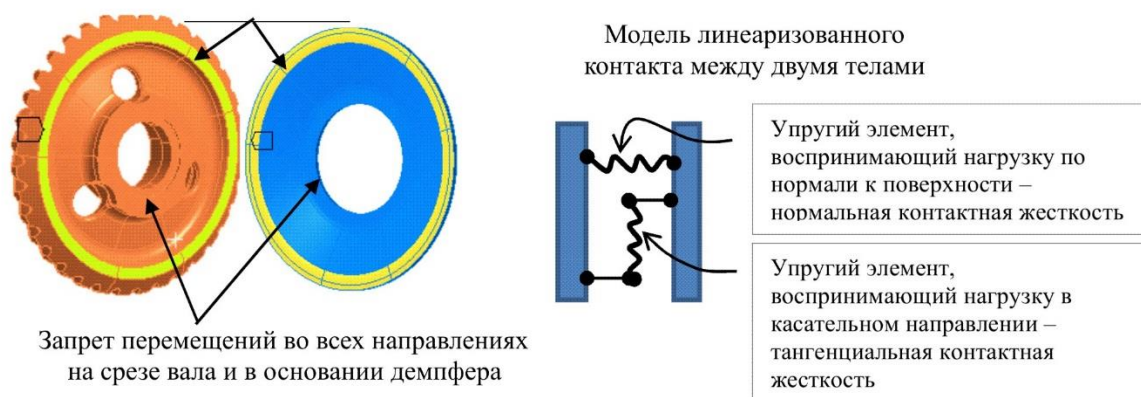


Рис. 3. Граничные условия при оценке эффективности демпфирования зубчатого колеса демпфером тарельчатого типа

На рис. 4 представлены результаты моделирования динамического отклика системы «зубчатое колесо-демпфер» с использованием линейаризованного контакта со значением нормальной жесткости  $10000 \text{ Н/мм/мм}^2$  и тангенциальной жесткости  $100 \text{ Н/мм/мм}^2$ . За счет относительно высокой нормальной жесткости имитируется прижатие демпфера (рис. 4, а), а за счет относительно малой тангенциальной жесткости его проскальзывание (рис. 4, а). На рис. 4, б представлено поле давления в контакте, полученное с линейаризованной моделью.

На рис. 4, в представлены контактные касательные смещения демпфера относительно поверхности зубчатого колеса. Полученные результаты говорят о том, что разработанная модель контактного взаимодействия способна воспроизводить режимы работы демпфера, когда в месте контакта демпфера и зубчатого колеса реализуются изгибно-крутильные колебания.

Важно отметить, что воспроизводящаяся в модели максимальная амплитуда перемещений зубчатого колеса характерна для типичного резонансного режима работы на двигателе –  $0,01 \text{ мм}$ . При этом значения касательных смещений демпфера и поверхности колеса имеют микронный порядок (рис. 4, в), это означает, что на эффективность демпфирования будут сильно влиять процессы микроскольжения.

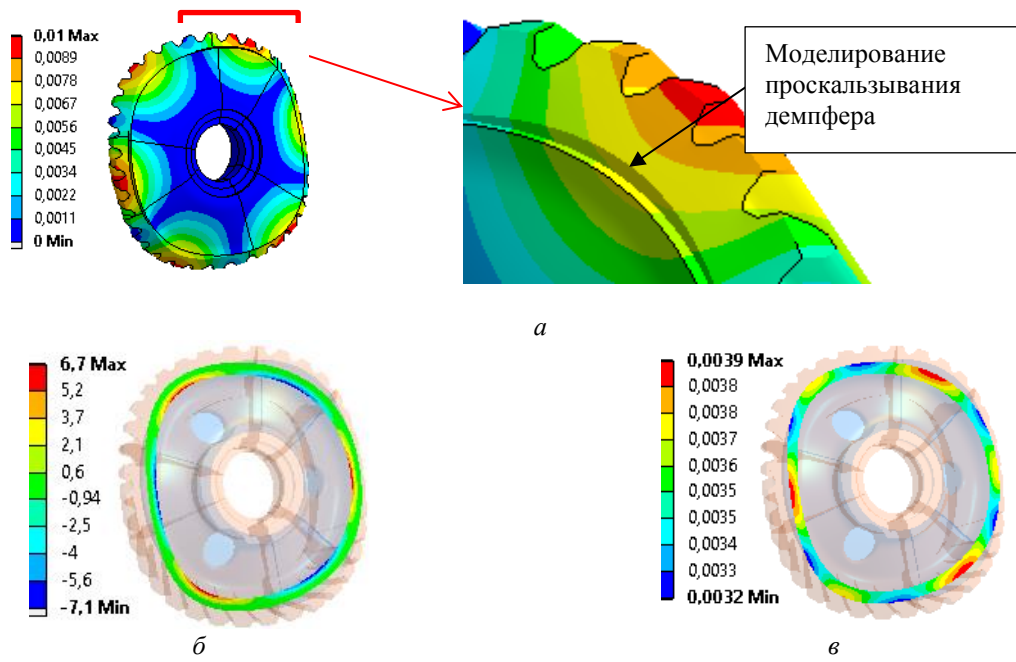


Рис. 4. Результаты моделирования контактного взаимодействия системы «демпфер-зубчатое колесо»: *а* – распределение суммарных перемещений на поверхности колеса, мм; *б* – распределение контактного давления в зоне контакта, МПа; *в* – распределение касательных смещений на поверхности контакта, мм

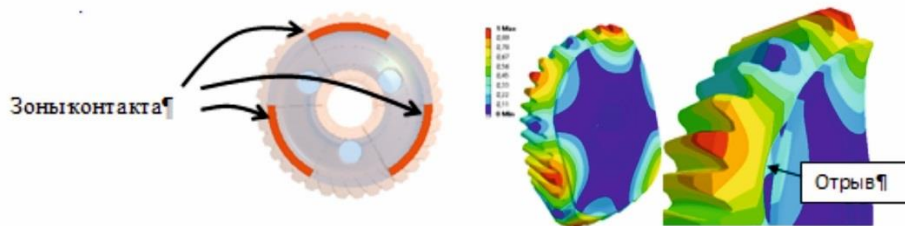


Рис. 5. Моделирование изменения величины контактной площади тарельчатого демпфера: *а* – зоны контакта, *б* – результаты расчета

Отдельно был проведен нелинейный статический расчет зубчатого колеса с демпфером натурной конструкции в ходе которого было установлено, что при деформировании зубчатого колеса по форме колебаний с тремя узловыми диаметрами (см. рис. 1), изменение в перераспределении контактных давлений и статуса контакта по окружности пренебрежимо мало. По-видимому, это связано с достаточной силой прижатия демпфера при малых перемещениях зубчатого колеса. С целью оценки влияния величины контактной площади на эффективность демпфирования были проведены расчеты с уменьшением площади, как представлено на рис. 5, по секторам, для конфигураций контактных поверхностей величинами: 1/1 контакта, 1/2 контакта и 1/3 контакта.

По результатам расчётов выяснилось, что снижение площади контакта негативно сказывается на эффективности тарельчатого демпфера. На рисунке 6 представлена зависимость декремента колебаний  $\delta$ , % от параметра  $P \cdot k / S$ , где  $P$  – сила прижатия демпфера,  $H$ ,  $k$  – коэффициент сухого трения,  $S$  – резонансные напряжения на зубчатом венце, МПа, для различной площади прилегания демпфера к зубчатому колесу. Видно, что постепенное снижение площади контакта приводит к уменьшению значения параметра  $P \cdot k / S$ , при котором демпфер показывает максимальную эффективность. Значение  $P \cdot k / S$  составило примерно 60, 100 и 170 для 1/3, 1/2 и 1/1 из возможной площади контакта соответственно.

То есть при снижении площади контакта демпфер ведет себя как при уменьшении жесткости, что было описано в [9].

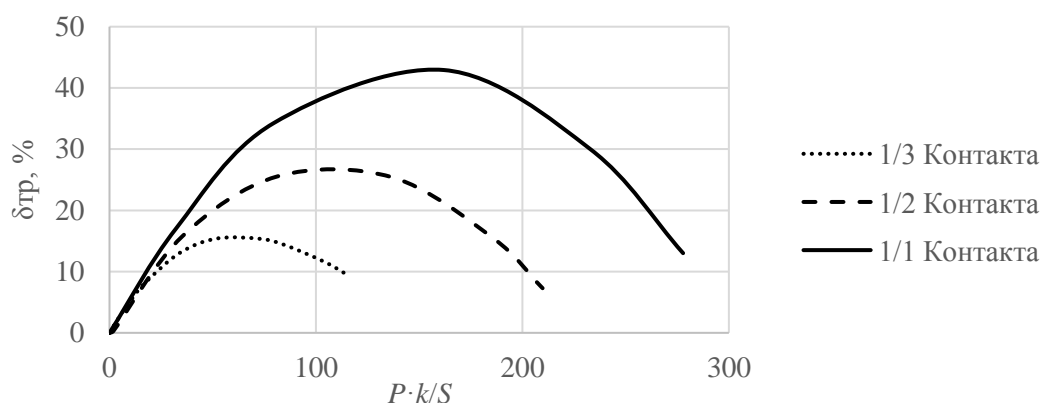


Рис. 6. Расчетная зависимость  $\delta(P \cdot k/S)$  при моделировании величины контактной площади

Действительно при расчетном переборе значений жесткости контакта от 100 до 1 000 000 Н/мм/мм<sup>2</sup> были получены зависимости  $\delta(P \cdot k/S)$ , представленные на рис. 7. Из полученных зависимостей можно сделать вывод, что стабильное решение достигается при значениях нормальных жесткостей от 1000–10 000 Н/мм/мм<sup>2</sup> и выше.

При этом результаты расчета при 100 Н/мм/мм<sup>2</sup> воспроизводили нефизическое поведение демпфера в виде пережестости с зубчатым колесом. Из этого можно сделать вывод, что суммарная жесткость контакта не должна быть меньше жесткости демпфера в осевом направлении.

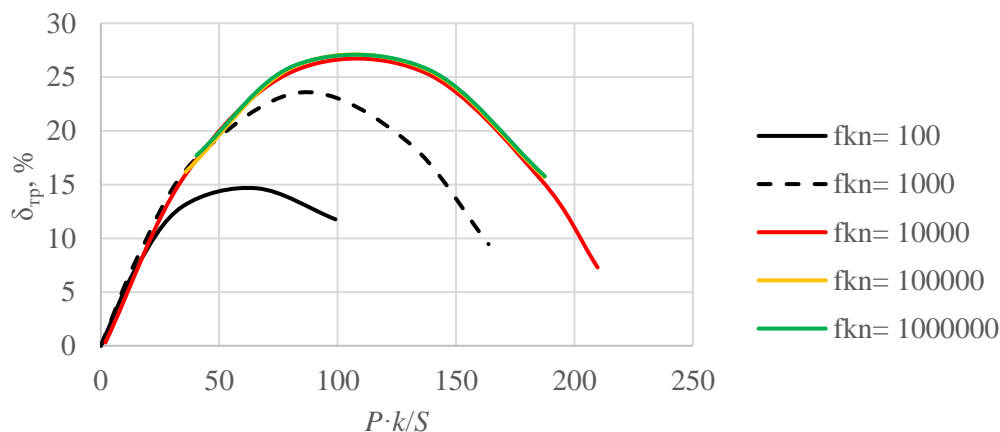


Рис. 7. Расчетная зависимость  $\delta(P \cdot k/S)$  при различных значениях контактной жесткости, Н/мм/мм<sup>2</sup>

### Экспериментальное подтверждение результатов моделирования

Разработанная математическая модель была использована для настройки параметров тарельчатого демпфера, эскиз которого представлен на рисунке 8. Для указанного демпфера, на основе математического моделирования, были подобраны геометрические и массо-жесткостные параметры, так, чтобы он обладал максимальной эффективностью для гашения резонансных колебаний зубчатого колеса по собственной форме с тремя узловыми диаметрами.

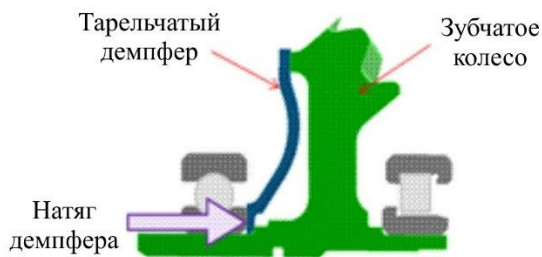


Рис. 8. Эскиз зубчатого колеса с демпфером

Затем зубчатое колесо было препарировано тензорезисторами и испытано в составе двигателя с установленным демпфером и без него. Результаты обработки данных представлены на рис. 9 в виде амплитудно-частотной характеристики полученной для тензорезистора, расположенного на венце зубчатого колеса со стороны малого модуля. Из представленных данных видно, что уровень динамических напряжений  $\sigma$  на резонансах с использованием демпфера значительно снизился.

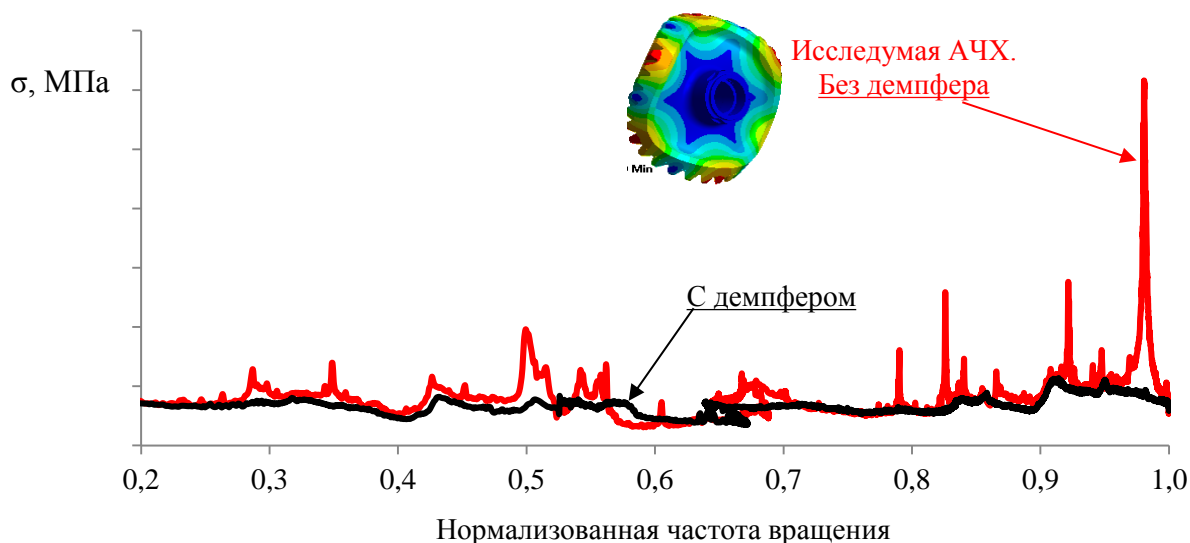


Рис. 9. Результаты тензометрирования зубчатого колеса (АЧХ – амплитудно-частотная характеристика)

На рис. 10 представлено сопоставление результатов расчета с экспериментом на графической зависимости  $\delta (P \cdot k / S)$ , где  $P$  – сила прижатия демпфера,  $H$ ,  $k$  – коэффициент сухого трения,  $S$  – амплитуда составляющей динамических напряжений  $\sigma$  на резонансе зубчатого колеса. Разброс экспериментальных точек объясняется допусками на величину натяга демпфера и разбросом значений логарифмического декремента колебаний зубчатого колеса без демпфера.

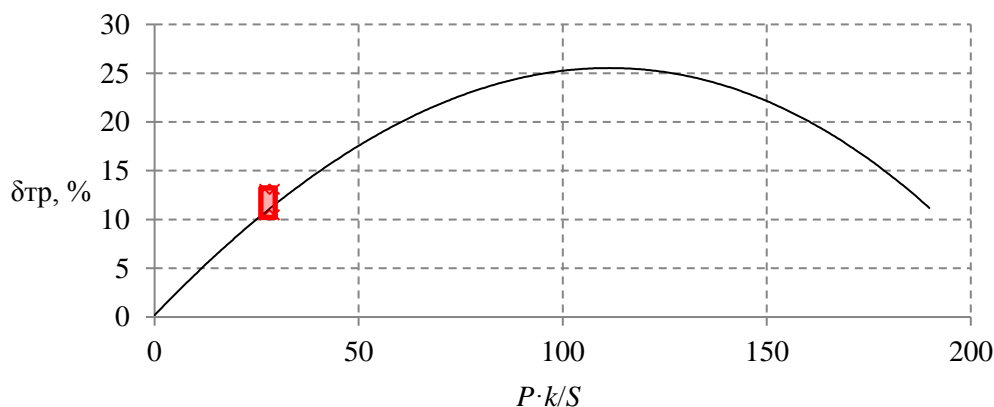


Рис. 10. Сопоставление результатов расчета с экспериментом на графической зависимости  $\delta (P \cdot k / S)$



## Выводы

Анализ проведенных расчетных исследований указывает на то, что разработанная линеаризованная модель контактного взаимодействия системы «зубчатое колесо-демпфер» способно имитировать процессы демпфирования с учетом сложной пространственной формы колебаний объекта исследования (три узловых диаметра).

Определен диапазон устойчивого решения задачи в указанной постановке, когда решение остается прежним при смене расчетных параметров, таких: как жесткость нормальных упругих элементов, площадь контакта демпфера. Для рассматриваемого зубчатого колеса этот диапазон соответствует параметру нагружения  $P \cdot k/S < 50$  (см. рис. 6, 7), в этом случае работа демпфера сопровождается интенсивным скольжением.

Последовательное уменьшение площади контактной поверхности, приводит к снижению диапазона значений параметра  $P \cdot k/S$ , в котором демпфер способен гасить колебания зубчатого колеса.

Значение  $P \cdot k/S$ , при котором достигается максимальная эффективность демпфера, составило примерно 60, 100 и 170 для 1/3, 1/2 и 1/1 реализуемой площади контакта соответственно.

Результаты проведенных расчетных исследований и разработанная модель, использованы при настройке демпфера для натурального конического зубчатого колеса авиационного двигателя (см. рис. 8).

Получена удовлетворительная сходимость результатов расчета с экспериментом по уровню демпфирования.

Это подтверждает пригодность математической модели с линеаризацией кулоновского трения для натуральных деталей ГТД, имеющих сложную пространственную форму колебаний, таких как конические зубчатые колеса с тарельчатыми демпферами.

## Библиографический список

1. Авиационные зубчатые передачи и редукторы: справочник / под ред. Э.Б. Вулгакова. – М.: Машиностроение, 1981. – 374 с.
2. Иноземцев А.А., Нихамкин М.А., Сандрацкий В.Л. Основы конструирования авиационных двигателей и энергетических установок. Т. 4: Динамика и прочность авиационных двигателей и энергетических установок. – М.: Машиностроение, 2008. – 191 с.
3. A Prediction Method for the Damping Effect of Ring Dampers Applied to Thin-Walled Gears Based on Energy Method / Yanrong Wang, Hang Ye, Xianghua Jiang, Aimei Tian // *Symmetry*. – 2018. – No. 10. – Art.677. – 12 p.
4. Zucca S., Fironne C. M. and Faccini M. A Method for the Design of Ring Dampers for Gears in Aeronautical Applications // *Journal of Mechanical Design*. – Vol. 134. – 2012. – P. 117–127.
5. Raymond Ji. D. Design Guidelines for High-Capacity Bevel Gear Systems // *Gear Technology*. – 1992. – January/February. – P. 16–29.
6. Шаняевский А.А., Никитин А.Д., Солдатенков А.П. Сверхмногоцикловая усталость металлов. Синергетика и физическая мезомеханика. – М.: Изд-во физико-математической литературы, 2022. – 496 с.
7. Шаняевский, А.А. Безопасное усталостное разрушение элементов авиаконструкций. Синергетика в инженерных приложениях. – Уфа: Монография, 2003. – 803 с.
8. Морозова Л.В., Орлов М.Р. Исследование причин разрушения зубчатых колес в процессе эксплуатации // *Авиационные материалы и технологии*. – 2015. – № S1. – С. 37–48.
9. Кожаринов Е.В., Темис Ю.М. Анализ влияния демпфера сухого трения на динамику конического зубчатого колеса // *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*. – 2015. – № 7 (664). – С. 20–28.
10. Szwedowicz J. Bladed Disks: Non-Linear Dynamics // *RTO-EN-AVT-207*. – 2012. – P. 9-1 – 9-46.
11. Расчетно-экспериментальная оценка эффективности демпфирующей вставки для снижения переменных напряжений в рабочих лопатках турбин / Б.Ф. Шорр, Г.В. Мельникова, Н.Н. Серебряков, Д.В.Шадрин, А.Д. Бортников // *Вестник Московского авиационного института*. – 2017. – Т. 24, № 4. – С. 89–99.
12. Friction Damping Modeling in High Stress Contact Areas Using Microslip Friction Model / F.J. Marquina, A. Coro, A. Gutie´rrez, R. Alonso, D.J. Ewins, G. Girini // *Proc. ASME. GT2008*. – 2008. – Vol. 5. – P. 309–318.



13. Firrone Ch. M., Zucca S. Modelling Friction Contacts in Structural Dynamics and its Application to Turbine Bladed Disks // Numerical Analysis – Theory and Application. – 2011. – Vol. 14. – P. 301–334.
14. Яковкин В.Н., Бессчетнов В.А. Расчет демпфирующей способности тарельчатого демпфера для конической шестерни коробки приводов газотурбинного двигателя // Труды МАИ. – 2014. – № 76. – 19 с.
15. Yakovkin V.N., Besschetnov V.A. Verification of a Mathematical Model of a Dry Friction Damper for a GTE Blade // Journal of Physics: Conference Series: materials of International Conference on Aviation Motors (ICAM 2020). Moscow, 18-21 May 2021. – 2021. – Vol. 1891. – P. 012037.0.
16. Бабаков И.М. Теория колебаний. – М.: Наука, 1968. – 560 с.
17. Прочность материалов и элементов конструкций в экстремальных условиях: в 2 т. / под ред. Г.С. Писаренко. – Киев: Наук. думка, 1980. – Т. 2. – 771 с. – С. 380–510.

## References

1. B. Vulgakov. Aviatсионnyye zubchatyye peredachi i reduktory: spravochnik [Aviation gears and reducers: reference book]. Moscow: Mashinostroyeniye, 1981, 374 p.
2. A.A. Inozemtsev, M.A. Nikhamkin, V.L. Sandratskiy. Osnovy konstruirovaniya aviatсионnykh dvigateley i energeticheskikh ustanovok. T.4: Dinamika i prochnost aviatсионnykh dvigateley i energeticheskikh ustanovok [Fundamentals of designing aircraft engines and power plants. Vol.4: Dynamics and strength of aircraft engines and power plants]. Moscow: Mashinostroyeniye, 2008, 191 p.
3. Yanrong Wang, Hang Ye, Xianghua Jiang, Aimei Tian. A Prediction Method for the Damping Effect of Ring Dampers Applied to Thin-Walled Gears Based on Energy Method / Symmetry, 2018, no. 10, Art.677, 12 p.
4. Zucca S., Firrone C. M. and Faccini M. A Method for the Design of Ring Dampers for Gears in Aeronautical Applications / Journal of Mechanical Design, vol. 134, 2012, pp. 117-127.
5. Raymond, Ji. D. Design Guidelines for High-Capacity Bevel Gear Systems / Ji. D. Raymond // Gear Technology, 1992, January/February, pp. 16-29.
6. Shanyavskiy A.A., Nikitin A.D., A.P. Soldatenkov. Sverkhmnogotsiklovaya ustalost metallov. Sinergetika i fizicheskaya mezomekhanika [High-cycle fatigue of metals. Synergetics and physical mesomechanics]. Moscow: Fizmatlit, 2022, 496 p.
7. Shanyavskiy A.A. Bezopasnoye ustalostnoye razrusheniye elementov aviakonstruktsiy. Sinergetika v inzhenernykh prilozheniyakh [Safe fatigue failure of aircraft structures. Synergetics in engineering applications]. Ufa: Monograph, 2003, 803 p.
8. L.V. Morozova, M.R. Orlov. Issledovaniye prichin razrusheniya zubchatykh koles v protsesse ekspluatatsii [Study of the causes of the destruction of gears during operation]. Aviation Materials and Technologies, 2015, no. S1, pp. 37-48.
9. E.V. Kozharinov, Yu.M. Temis. Analiz vliyaniya dempfera sukhogo treniya na dinamiku konicheskogo zubchatogo koleasa [Analysis of the influence of a dry friction damper on the dynamics of a bevel gear]. BMSTU Journal of Mechanical Engineering, 2015, no. 7(664), pp. 20-28.
10. Szwedowicz, J. Bladed Disks: Non-Linear Dynamics / J. Szwedowicz // RTO-EN-AVT-207, 2012, pp. 9-1 – 9-46.
11. Shorr B.F., et al. Raschetno-eksperimentalnaya otsenka effektivnosti dempfiroyushchey vstavki dlya snizheniya peremennykh napryazheniy v rabochikh lopatkakh turbin [Calculation and Experimental Evaluation of the Efficiency of a Damping Insert for Reducing Variable Stresses in Turbine Blades] / Shorr B.F., Melnikova G.V., Serebryakov N.N., Shadrin D.V., Bortnikov A.D. Aerospace MAI Journal, 2017, vol. 24, no. 4, pp. 89-99.
12. Marquina F.J. Friction Damping Modeling in High Stress Contact Areas Using Microslip Friction Model/F.J. Marquina, A. Coro, A. Gutierrez, R. Alonso, D.J. Ewins, G. Girini // Proc. ASME. GT2008, 2008, Vol. 5, pp. 309-318.
13. Christian Maria Firrone, Stefano Zucca. Modelling Friction Contacts in Structural Dynamics and its Application to Turbine Bladed Disks // Numerical Analysis – Theory and Application, 2011, Vol. 14, pp. 301-334.
14. V.N. Yakovkin, V.A. Besschetnov. Raschet dempfiroyushchey sposobnosti tarelchatogo dempfera dlya konicheskoy shesterni korobki privodov gazoturbinnogo dvigatelya [Calculation of the damping capacity of a cup damper for a bevel gear of a gas turbine engine drive box]. Trudy MAI, 2014, no. 76, 19 p.
15. Yakovkin, V. N. Verification of a Mathematical Model of a Dry Friction Damper for a GTE Blade / V.N. Yakovkin, V.A. Besschetnov // Journal of Physics: Conference Series: materials of International Conference on Aviation Motors (ICAM 2020). Moscow, 18-21 May 2021, Vol.1891, P. 012037.0
16. Babakov I.M. Teoriya kolebaniy [Oscillation theory]. Moscow: Nauka, 1968, 560 p.
17. G.S. Pisarenko. Prochnost materialov i elementov konstruktsiy v ekstremalnykh usloviyakh [Strength of materials and structural elements in extreme conditions]. Kiyev: «Naukova dumka», 1980, vol. 2, 771 p, pp. 380-510.

### Об авторах

**Яковкин Вадим Николаевич** (Пермь, Россия) – начальник бригады, ОДК-Авиадвигатель (Пермь, 614990, Комсомольский пр., 93, e-mail: jakovkin88@mail.ru)

**Пищальников Александр Борисович** (Пермь, Россия) – ведущий инженер ОДК-Авиадвигатель (Пермь, 614990, Комсомольский пр., 93, e-mail: pishalnikov2012@mail.ru).

**Соколов Илья Игоревич** (Пермь, Россия) – начальник бригады, ОДК-Авиадвигатель (Пермь, 614990, Комсомольский пр., 93, e-mail: Sokolov-ii@avid.ru).

**Нихамкин Михаил Шмерович** (Пермь, Россия) – доктор технических наук, профессор кафедры «Авиационные двигатели», Пермский национальный исследовательский политехнический университет (Пермь, 614990, Комсомольский пр., 29, e-mail: Nikhamkin@mail.ru).

**Саженов Николай Алексеевич** (Пермь, Россия) – кандидат технических наук, доцент кафедры «Авиационные двигатели», Пермский национальный исследовательский политехнический университет (Пермь, 614990, Комсомольский пр., 29, e-mail: sazhenkov\_na@mail.ru).

### About the authors

**Vadim N. Yakovkin** (Perm, Russian Federation) – Head of Team, UEC-Aviadvigatel (93, Komsomolsky av., Perm, 614990, e-mail: jakovkin88@mail.ru).

**Aleksandr B. Pishchalnikov** (Perm, Russian Federation) – Leading Engineer, UEC-Aviadvigatel (93, Komsomolsky av., 614990, Perm, e-mail: pishalnikov2012@mail.ru).

**Ilya I. Sokolov** (Perm, Russian Federation) – Head of Team, UEC-Aviadvigatel (93, Komsomolsky av., 614990, Perm, e-mail: Sokolov-ii@avid.ru).

**Mikhail Sh. Nikhamkin** (Perm, Russian Federation) – Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Aviation Engines, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., 614990, Perm, e-mail: Nikhamkin@mail.ru).

**Nikolay A. Sazhenkov** (Perm, Russian Federation) – CSc in Technical Sciences, Department of Aviation Engines, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., 614990, Perm, e-mail: sazhenkov\_na@mail.ru).

**Финансирование.** Исследование не имело спонсорской поддержки.

**Конфликт интересов.** Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

**Вклад авторов.** Все авторы сделали равный вклад в подготовку публикации.

Поступила: 31.10.2022

Одобрена: 31.10.2022

Принята к публикации: 10.11.2022

Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом: Математическое моделирование демпфера сухого трения для зубчатого колеса газотурбинного двигателя. Часть 2 / В.Н. Яковкин, А.Б. Пищальников, И.И. Соколов, М.Ш. Нихамкин, Н.А. Саженов // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника. – 2022. – № 70. – С. 150–159. DOI: 10.15593/2224-9982/2022.70.14

Please cite this article in English as: Yakovkin V.N., Pishchalnikov A.B., Sokolov I.I., Nikhamkin M.Sh., Sazhenkov N.A. Mathematical Simulation of the Dry Friction Damper for the gas turbine engine Gear Wheel. Part 2. *PNRPU Aerospace Engineering Bulletin*, 2022, no. 70, pp. 150-159. DOI: 10.15593/2224-9982/2022.70.14