

DOI: 10.15593/2224-9982/2022.69.06

УДК 62-135.1

О.В. Репецкий, Хоанг Динь Кыонг

Иркутский государственный аграрный университет им. А.А. Ежевского, Иркутск, Россия

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЧИСЛЕННАЯ ОЦЕНКА
ДОЛГОВЕЧНОСТИ РАДИАЛЬНЫХ РАБОЧИХ КОЛЕС ТУРБОМАШИН**

Радиальные лопаточные диски номинально спроектированы так, чтобы быть циклическими симметричными. Но характеристики вибрации всех радиальных лопаток на диске немного отличаются из-за производственных допусков, отклонений в свойствах материала и износа во время работы. Эти небольшие изменения нарушают циклическую симметрию, разбивают пары собственных значений колебаний и влияют на долговечность радиальных рабочих колес турбомашин. В дальнейшей работе конструкции таких систем могут выйти из строя до расчетного ресурса или срока службы. Поэтому при проектировании, изготовлении и эксплуатации турбомашин необходимо понимать влияние расстройки параметров для управления ресурсом и обеспечения требуемого уровня прочности, надежности и долговечности радиальных турбомашин.

В настоящем исследовании предлагается методика математического моделирования и прогнозирования многоциклового усталостного долговечности радиальных рабочих колес турбин с учетом динамической нагрузки. Численная оценка долговечности выполнена на примере радиального рабочего колеса с десятью лопатками, изготовленного фирмой Schiele (Германия). Результаты получены при расчете динамической нагрузки в программе MATLAB и многоциклового усталости в программе ANSYS.

Ключевые слова: долговечность, конечно-элементная модель, надежность, ресурс, радиальная лопатка, турбомашин, частота колебаний.

O.V. Repetckii, Hoang Dinh Cuong

Irkutsk State Agrarian University named after A.A. Ezhevsky, Irkutsk, Russian Federation

**MATHEMATICAL MODELING AND NUMERICAL ASSESSMENT
OF THE DURABILITY OF RADIAL WHEEL TURBOMACHINES**

The radial blade discs are nominally designed to be cyclically symmetrical. But the vibration characteristics of all the radial blades on the disc are slightly different due to manufacturing tolerances, variations in material properties and wear during operation. These small changes break the cyclic symmetry, break the pairs of eigenvalues and affect the durability of the radial impellers of turbomachines. In further work, the designs of such systems may fail before the estimated resource or service life. Therefore, when designing, manufacturing, and operating turbomachines, it is necessary to understand the effect of parameter mistuning to manage the resource and ensure the required level of strength, reliability, and durability of radial turbomachines.

This study proposes a technique for mathematical modeling and prediction of high-cycle fatigue life of radial wheels turbines, taking into account dynamic loading. Numerical assessment of durability was performed on the example of a radial wheel with 10 blades manufactured by Schiele (Germany). The results were obtained when calculating the dynamic load in the MATLAB program and high-cycle fatigue in the ANSYS program.

Keywords: durability, finite element model, reliability, resource, radial blade, turbomachine, vibration frequencies.

В настоящее время фактически отсутствует численная оценка долговечности сложных механических изделий, таких как радиальные рабочие колеса турбомашин. Важным фактором для оценки долговечности радиальных рабочих колес является динамическая нагрузка, которая должна быть рассчитана дополнительно. В данном исследовании предлагается метод прогнозирования многоциклового усталостного долговечности радиального рабочего колеса турбин по программе ANSYS с учетом динамической нагрузки, полученной в программе

MATLAB на основе предположения о парциальности подвода газового потока [1].

Объектом исследования в данной работе является радиальное рабочее колесо с десятью лопатками, изготовленное фирмой Schiele (Германия), специализирующейся на производстве агрегатов для химической и газовой промышленности и вентиляционного оборудования. Для исследования собственных частот, статических напряжений и долговечности технических систем использован метод конечных элементов (МКЭ).

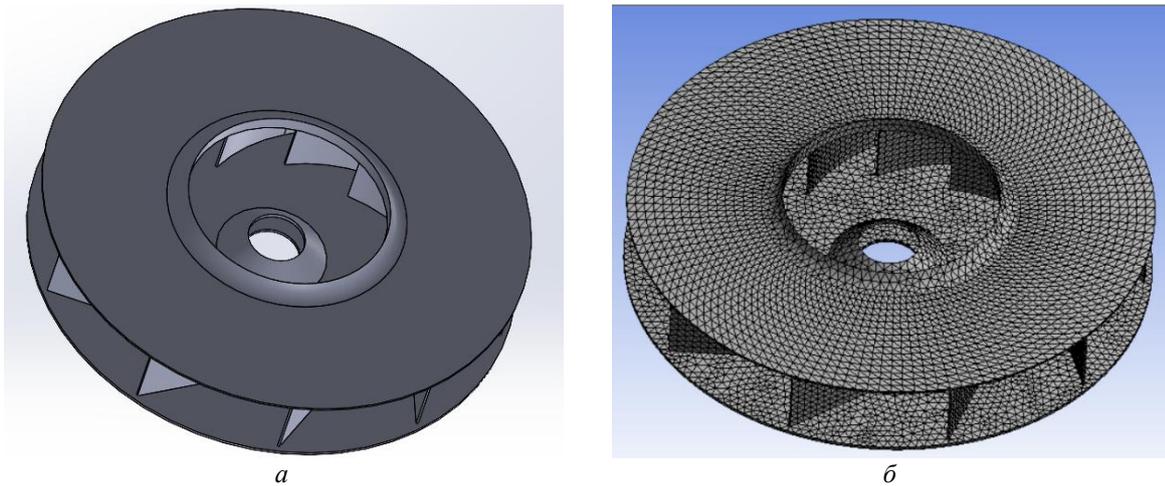


Рис. 1. Радиальное рабочее колесо с десятью лопатками:
 а – общий вид, б – конечно-элементная модель

Основные механические характеристики конструкции имеют вид: материал рабочего колеса – сталь, модуль Юнга – $2,1 \cdot 10^5$ МПа, плотность – 7850 кг/м^3 , коэффициент Пуассона – 0,3. Общий вид рабочего колеса представлен на рис. 1, а, где конструкция объекта была жестко закреплена по ободу диска. В качестве конечно-элементной модели применяется конечный элемент ТЕТ10 программы ANSYS WORKBENCH с общим количеством конечных элементов 58 382 и 115 590 узловыми точками. Количество степеней свободы составляет 346 770 (рис. 1, б).

МКЭ является актуальным и широко применяемым методом, который обычно используется в технических областях в различных вычислительных программных комплексах, например коммерческих системах, таких как ANSYS WORKBENCH, SOLID WORKS или инициативных пакетам программ, например BLADIS+ [2–5] для решения задач статики, колебаний и расчета ресурса различных технических систем. МКЭ имеет общий алгоритм, который позволяет быстро выполнить расчеты различных вариантов сложных конструкций [6–9]. Для исследования динамических характеристик и прогнозирования долговечности лопаточных дисков турбомашин МКЭ является самым эффективным инженерным средством и применен во многих научно-практических работах в области турбиностроения.

Основной расчет долговечности по методу конечных элементов анализирует следующие этапы:

- построение конечно-элементной сетки, определение координат узлов, топологии конечных элементов и задание граничных условий;
- определение основных матриц конечных элементов;
- задание нагрузок;
- составление и решение системы алгебраических уравнений;
- определение статистических и динамических характеристик конструкций;
- расчетная оценка ресурса (долговечности).

Динамическая нагрузка от парциальности подвода пара или газа может быть определена как [1; 10–14]:

$$f_i = \frac{2P_z}{\pi} \frac{\sin(v\mu\pi)}{v}, \quad (1)$$

где v – гармоники возбуждения, μ – расстояние между лопатками статора, P_z – аэродинамическая или газовая нагрузка, f_i – динамическая нагрузка (спектр возбуждения).

Нагрузка P_z определяется в виде (рис. 2):

$$P_z = L_r \cos(\psi_r - \delta_r - \alpha) - D_r \sin(\psi_r - \delta_r - \alpha), \quad (2)$$

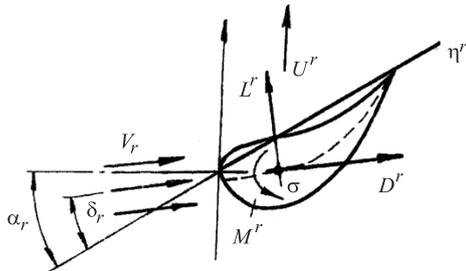


Рис. 2. Распределение аэродинамических сил

здесь L_r, D_r – соответственно подъемная сила и сила сопротивления.

Подъемная сила может быть определена по формуле [10]:

$$L_r = P(1 + 0,05 \cos(\varphi) + 0,25 \cos(2\varphi)), \quad (3)$$

где P – статическая амплитуда распределения силы по длине лопатки равная 100 Н, а α – угол закрутки лопатки, ψ_r – угол установки лопатки по радиусу относительно корня, δ_r – угол между хордой и направлением скорости течения, а φ – фаза периодического возбуждения от прохождения сопла [10].

Уравнения движения с использованием метода конечных элементов для статики и свободных колебаний могут быть представлены в виде [15–17]:

$$(K_E + K_G + K_R)\delta = F_\Omega + F_T + F_G, \quad (4)$$

а для свободной вибрации:

$$M\ddot{\delta} + C\dot{\delta} + (K_E + K_G + K_R)\delta = 0, \quad (5)$$

где δ – вектор перемещений, K_E и M – матрицы упругой жесткости и массы соответ-

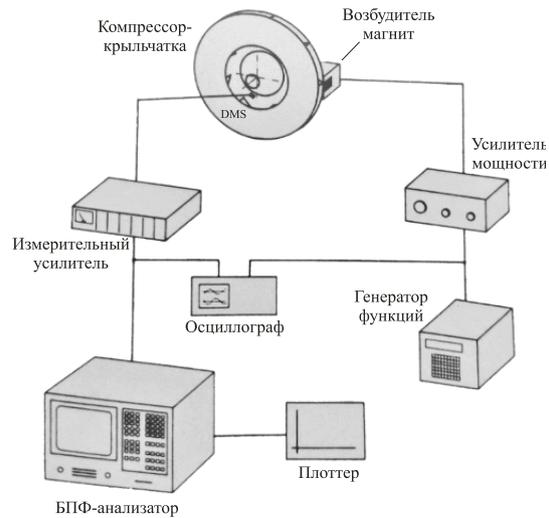


Рис. 3. Экспериментальная установка для анализа собственных частот колебаний радиальных рабочих колес с учетом вращения (БПФ – быстрое преобразование Фурье)

венно, K_G – матрица геометрической жесткости, зависящая от скорости и температуры, K_R – дополнительная матрица жесткости, возникающая в результате вращения, F_Ω, F_T, F_G – векторы, соответствующие силам вращения, температуры и давления газа соответственно, C – матрица демпфирования.

Рис. 3 показывает экспериментальную установку для анализа собственных частот колебаний радиальных рабочих колес с учетом вращения [17].

Диаграмма Кэмпбелла, или резонансная диаграмма, представлена на рис. 4. Красным треугольником отмечена критическая скорость, составляющая 43,6 1/с (резонанс на 1-й гармонике возбуждения).

В диаграмме Кэмпбелла представлены четыре основные формы колебаний для радиального рабочего колеса с десятью лопатками. Каждая форма обладает разнообразной деформацией, по критерию количества узловых диаметров и числа узловых окружностей n/m . Таким образом, имеем для формы № 3 – 0/0, формы № 1 – 1/0, формы № 5 – 2/0 и для формы № 10 – 5/0. Все данные формы колебаний показаны на рис. 5.

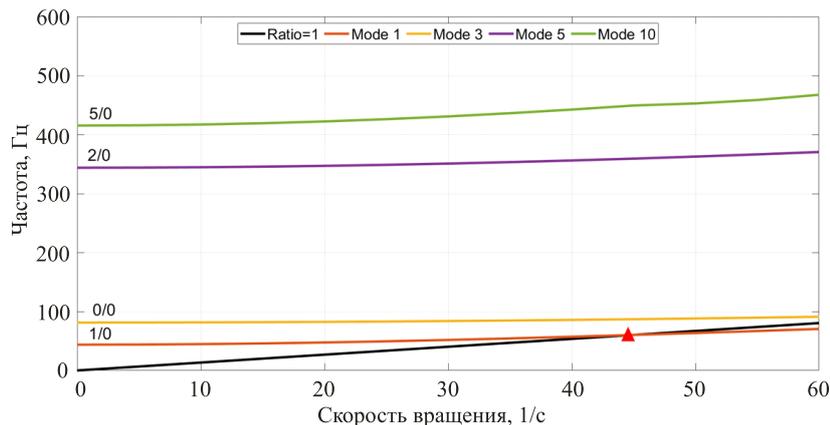


Рис. 4. Диаграмма Кэмпбелла радиального рабочего колеса

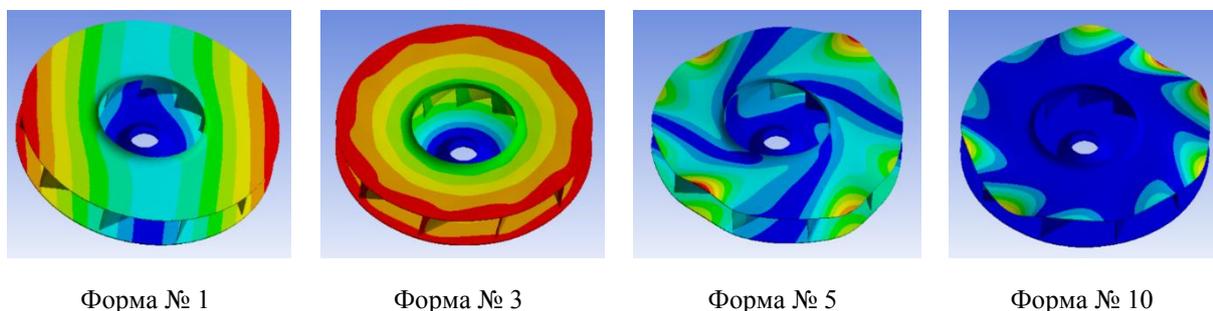


Рис. 5. Некоторые формы колебаний радиального рабочего колеса

Собственные частоты колебаний радиального рабочего колеса

Форма n / m	Эксперимент, Гц	Собственные частоты без учета упругости вала, Гц (ANSYS – слева и BLADIS + справа)	
		ANSYS	BLADIS +
0 / 0	–	81,075	–
1 / 0	44	43,675	–
2 / 0	341	342,91	349,0
5 / 0	–	413,04	402,1

Результаты собственных частот колебаний радиального рабочего колеса с десятью лопатками в сравнении с экспериментом, полученные в программе ANSYS WORKBENCH и BLADIS+ [10], приведены в таблице.

Анализ таблицы показал, что значения собственных частот колебаний в программе ANSYS приблизительно согласуются с экспериментом (для формы 1 / 0 отклоняются на 0,74 %, а для формы 2 / 0 на 0,56 %).

Известно, что динамическая нагрузка характеризуется быстрым изменением её значений и направления во времени и вызывает в

элементах конструкции значительные силы. В данной работе приведен расчет динамической нагрузки радиального колеса с десятью лопатками.

Данный расчет динамической нагрузки выполнен для значений: $v=1$; $\mu=0,23$ м; $P=100$ Н; $t=1...10$ с; $\omega=60$ 1/с; $\alpha=23^\circ$; $\psi_r=90^\circ$; $\delta_r=26^\circ$. Все углы подбираются по чертежу радиального рабочего колеса (рис. 6). Расстояние между лопатками статора $\mu=0,23$ м определено из рис. 7, показывающего распределение нагрузки при прохождении рабочими лопатками статора радиального рабочего колеса.

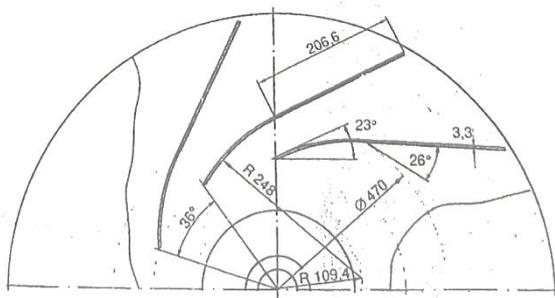


Рис. 6. Чертеж радиального рабочего колеса

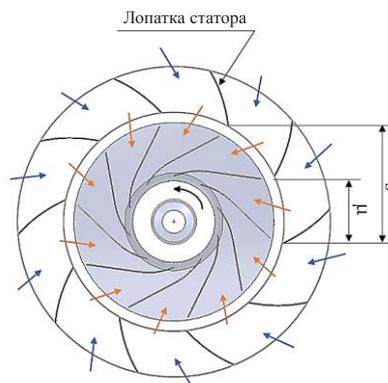


Рис. 7. Распределение нагрузки при прохождении рабочими лопатками лопаток статора

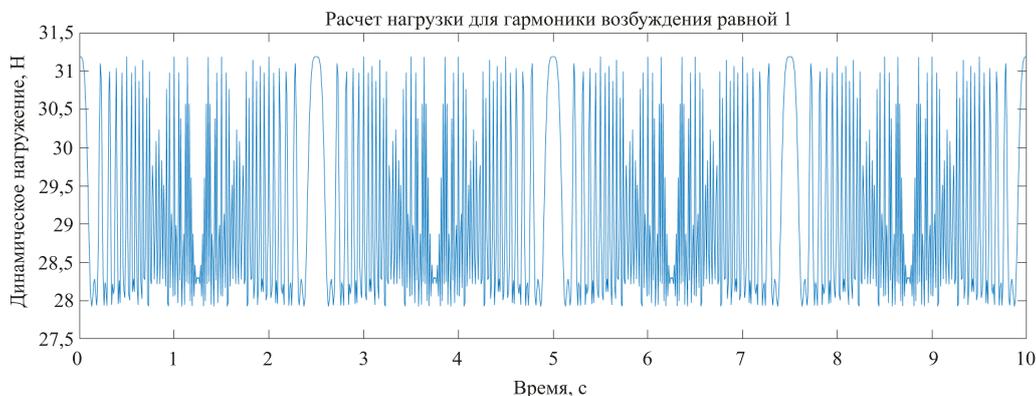


Рис. 8. Расчет динамической нагрузки для гармоники возбуждения $\nu = 1$

Таким образом, результат расчета динамической нагрузки для гармоники возбуждения, равной единице, вычислен и изображен на рис. 8.

Когда нагрузка повторяется через равные промежутки времени, это называется периодической нагрузкой. В данном случае показано, что нагрузка повторяется периодически через каждый 2,5 с.

Результат расчета динамической нагрузки вычисляется в программе MATLAB и передается в программу ANSYS WORKBENCH для расчета долговечности радиального колеса. Динамическая нагрузка располагается вдоль и перпендикулярно к плоскостям лопаток. Условие распределения динамической нагрузки на радиальных лопатках представлено на рис. 9.

На рис. 10 показан расчет динамического напряжения радиального рабочего колеса.

Среднее значение динамического напряжения для 1-й гармоники возбуждения составляет 30,095 МПа. Согласно рис. 10 динамическое напряжение быстрее изменяется в начальный период от 0 до 0,5 с. После 0,5 с динамическое напряжение повторяется периодически через каждые 2,5 с.

Расчет долговечности радиального рабочего колеса по многоцикловой усталости проведен на рис. 11. Максимальное количество циклов работы до разрушения рабочего колеса составляет $1,0 \cdot 10^6$. Минимальное количество циклов радиального рабочего колеса – $2,0938 \cdot 10^5$. Таким образом, радиальные лопатки колеса могут иметь разрушение при достижении $2,0938 \cdot 10^5$ цикла на середине входной кромки радиальных лопаток.

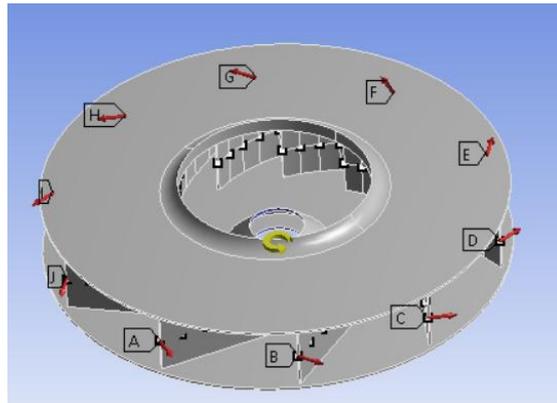


Рис. 9. Распределение динамической нагрузки на радиальных лопатках

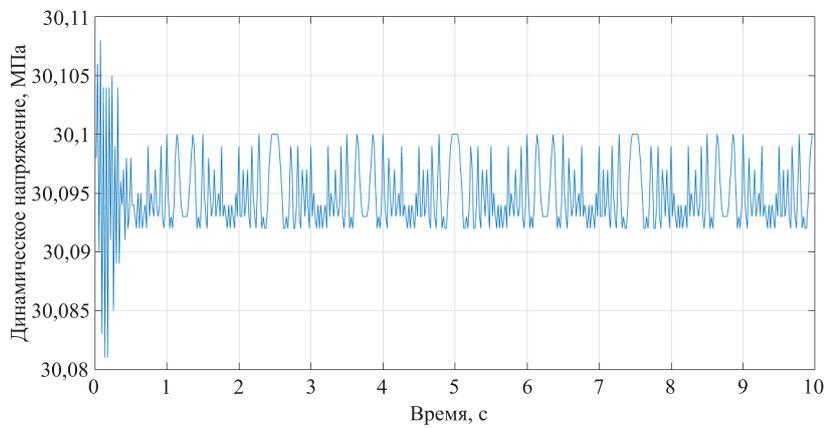


Рис. 10. Расчет динамических напряжений для гармоники возбуждения $\nu = 1$

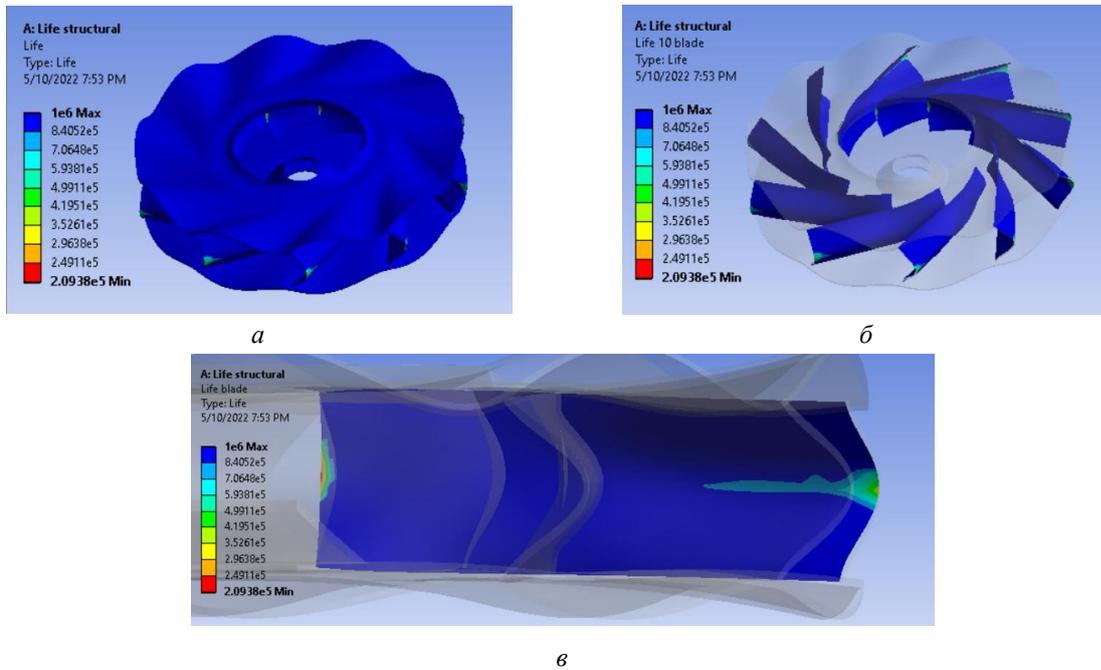


Рис. 11. Расчет долговечности радиального рабочего колеса:
а – с покрывным диском, *б* – отдельно для десяти лопаток,
в – для одной лопатки

Выводы

Представлен результат оценки долговечности радиального колеса с десятью лопатками, изготовленное фирмой Schiele.

Предложен метод прогнозирования многоциклового усталостной долговечности радиального рабочего колеса турбин, состоящий из метода расчета динамической нагрузки в программе MATLAB и многоциклового усталости в программе ANSYS. Построена резонансная диаграмма с подмножеством форм колебаний. Выполнено сравнение результатов собственных частот колебаний радиального рабочего колеса с экспериментом и численными исследованиями авторов, полученными в про-

грамме ANSYS WORKBENCH и BLADIS+. Описан алгоритм для оценки долговечности данного радиального колеса.

Данные результаты исследования позволяют использовать разработанные математические модели для оценки возможных вариантов при проектировании или эксплуатации радиальных лопаток рабочих колес турбомашин в области энергетического, химического и транспортного машиностроения. Дальнейшим развитием данных результатов является решение задачи анализа долговечности рабочих колес с расстройкой параметров и учетом чувствительности и вводом преднамеренной расстройки.

Библиографический список

1. Костюк А.Г. Динамика и прочность турбомашин. – М.: Изд. дом МЭИ, 2007. – 476 с.
2. Когаев В.П., Махутов Н.А., Гусенков А.П. Расчеты деталей машин и конструкций на прочность и долговечность. – М.: Машиностроение, 1985. – 224 с.
3. Forced response reduction of a blisk by means of intentional mistuning / B. Beirow, A. Kühhorn, F. Figashevsky, A. Bornhorn, O. Repetckii // Proceed. of ASME Turbo Expo. – 2019. – Vol. 141 (1). – GT2018-76584. – 8 p.
4. Lupini A., Epureanu B.I. A friction-enhanced tuned ring damper for bladed disks // J. Eng. Gas Turbines Power. – 2021. – Vol. 143(1). – № 011002. – 8 p.
5. Effect of mistuning and damping on the forced response of a compressor blisk rotor / B. Beirow, A. Kühhorn, F. Figashevsky, J. Nipkau // Proceed. of ASME Turbo Expo. – 2015. – GT2015-42036. – V07BT32A001. – 12 p.
6. Whitehead D.S. Effect of mistuning on forced vibration of blades with mechanical coupling // J. of Mech. Sci. – 1976. – No. 6. – P. 306–307.
7. Optimization-aided forced response analysis of a mistuned compressor blisk / B. Beirow, T. Giersch, A. Kühhorn, J. Nipkau // J. of Eng. for Gas. Turb. and Power. – 2015. – Vol. 137 (1). – P. 10.
8. Figashevsky F., Kühhorn A. Analysis of mistuned blade vibrations based on normally distributed blade individual natural frequencies // ASME Paper. – 2015. – No. 1. – GT2015-43121. – V07BT32A020. – 13 p.
9. Castanier M.P., Pierre C. Using intentional mistuning in the design of turbomachinery rotors // AIAA J. – 2002. – Vol. 40(10). – P. 2077–2086.
10. Репецкий О.В. Компьютерный анализ динамики и прочности турбомашин. – Иркутск: Изд-во ИрГТУ, 1999. – 301 с.
11. Beck J.A., Brown J.M., Kaszynski A.A., Daniel L. Gillaugh D.L. Numerical methods for calculating component modes for geometric mistuning reduced-order models // J. Eng. Gas Turbines Power. – 2022. – Vol. 144 (3). – № 031006. – 9 p.
12. Hoffmann T., Scheidt L., Wallaschek J. Single Nodal Diameter Excitation of Turbine Blades: Experimental and Theoretical Study // J. Eng. Gas Turbines Power. – 2021. – Vol. 143 (9), 091028. – 8 p.
13. Fatigue load estimations of intermittent wind dynamics based on a blade element momentum method / C.M. Schwarz, S. Ehrich, R. Martin and J. Peinke // Journal of Physics: Conference Series, IOP Publishing. – 2018. – Vol. 1037. – № 072040. – 8 p.
14. Reduced order method based on an adaptive formulation and its application to fan blade system with dovetail joints / J. Yuan, C. Schwingshackl, L. Salles, C. Wong, S. Patsias // Proceedings of ASME Turbo Expo. – 2020. – GT2020-14227. – P. V011T30A004.
15. Репецкий О.В., Хоанг Д.К. Анализ преднамеренной расстройки параметров при изменении толщины радиальных лопаток турбомашин // Весник Нижегород. гос. инженер.-экон. ун-та. – 2022. – Vol. 130 (3). – С. 7–23.

16. Репецкий О.В., Хоанг Д.К., Нгуен В.В. Численное исследование преднамеренной расстройки параметров при сверлении отверстий в лопатках энергетических турбомашин // Вестник Нижегород. гос. инженер.-экон. ун-та. – 2021. – Vol. 127 (12). – С. 17–34.

17. Repetckii O.V., Cuong H.D. Physical and mathematical modeling and computer analysis of radial impellers for chemical and power engineering, taking into account ecology // IOP Conf. Ser. Earth Environ. Sci. – 2022. – Vol. 990, № 012044. – 6 p.

References

1. Kostyuk A.G. Dinamika i prochnost turbomashin [Dynamics and strength of turbomachines]. Moscow: Izdatelskiy dom MEI, 2007. 476 p.

2. Kogayev V.P., Makhutov N. A., Gusenkov A. P. Raschety detaley mashin i konstruksiy na prochnost i dolgovechnost [Calculations of machine parts and structures for strength and durability]. Moscow: Mashinostroyeniye, 1985. 224 p.

3. Beirow B., Kühhorn A., Figashevsky F., Bornhorn A., Repetckii O. Forced response reduction of a blisk by means of intentional mistuning. Proceedings of ASME Turbo Expo, 2019, 141(1), GT-2018-76584, 8 p.

4. Lupini A., Epureanu B.I. A friction-enhanced tuned ring damper for bladed disks. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2021, 143(1): 011002, 8 p.

5. Beirow B., Kühhorn A., Figashevsky F., Nipkau J. Effect of mistuning and damping on the forced response of a compressor blisk rotor. Proceed. of ASME Turbo Expo., 2015, GT2015-42036, V07BT32A001, 12 p.

6. Whitehead D.S. Effect of mistuning on forced vibration of blades with mechanical coupling. Journal of Mechanical Science, 1976, No. 6, pp. 306-307.

7. Beirow B., Giersch T., Kühhorn A., Nipkau J. Optimization-aided forced response analysis of a mistuned compressor blisk. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2015, 137(1), 10 p.

8. Figashevsky F., Kühhorn A. Analysis of mistuned blade vibrations based on normally distributed blade individual natural frequencies. ASME Paper., 2015, No. 1, GT2015-43121, V07BT32A020, 13 p.

9. Castanier M.P., Pierre C. Using intentional mistuning in the design of turbomachinery rotors. AIAA Journal, 2002, 40(10), pp. 2077-2086.

10. Repetckii O.V. Kompyuternyy analiz dinamiki i prochnosti turbomashin [Computer analysis of the dynamics and strength of turbomachines]. Irkutsk: Irkutsk National Research Technical University, 1999. 301 p.

11. Beck J.A., Brown J.M., Kaszynski A.A., Daniel L. Gillaugh D.L. Numerical methods for calculating component modes for geometric mistuning reduced-order models. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power., 2022, 144(3), 031006, 9 p.

12. Hoffmann T., Scheidt L., Wallaschek J. Single Nodal Diameter Excitation of Turbine Blades: Experimental and Theoretical Study. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power., 2021, 143(9), 091028, 8 p.

13. C.M. Schwarz, S. Ehrich, R. Martin and J. Peinke. Fatigue load estimations of intermittent wind dynamics based on a blade element momentum method. Journal of Physics: Conference Series, IOP Publishing., 2018, Vol. 1037, 072040, 8 p.

14. Yuan J., Schwingshackl C., Salles L., Wong C., Patsias S. Reduced order method based on an adaptive formulation and its application to fan blade system with dovetail joints. Proceedings of ASME Turbo Expo, 2020, GT2020-14227, pp. V011T30A004.

15. Repetckii O.V., Khoang D.K. Analiz prednamerennoy rasstroyki parametrov pri izmenenii tolshchiny radialnykh lopatok turbomashin [Analysis of intentional detuning of parameters when changing the thickness of radial blades of turbomachines]. Bulletin NGIEI, 2022, 130 (3), pp. 7-23.

16. Repetckii O.V., Khoang D.K., Nguyen V.V. Chislennoye issledovaniye prednamerennoy rasstroyki parametrov pri sverlenii otverstiy v lopatkakh energeticheskikh turbomashin [Numerical study of intentional detuning of parameters when drilling holes in the blades of power turbomachines]. Bulletin NGIEI, 2021, 127 (12), pp. 17-34.

17. Repetckii O.V., Cuong H.D. Physical and mathematical modeling and computer analysis of radial impellers for chemical and power engineering, taking into account ecology. IOP Conference Series: Earth and Environmental Science, 2022, Vol. 990, 012044, 6 p.

Об авторах

Репецкий Олег Владимирович (Иркутск, Россия) – доктор технических наук, профессор, проректор по международным связям, Иркутский государственный аграрный университет имени А.А. Ежевского (Иркутск, 664038, пос. Молодежный), e-mail: repetckii@igsha.ru.

Хоанг Динь Кыонг (Иркутск, Россия) – аспирант кафедры «Электрооборудование и физика», Иркутский государственный аграрный университет имени А.А. Ежевского (Иркутск, 664038, пос. Молодежный), e-mail: hoanguonghd95@gmail.com.

About the authors

Oleg V. Repetckii (Irkutsk, Russian Federation) – Doctor of Technical Sciences, Professor, Vice-Rector for International Relations, Irkutsk State Agrarian University named after A.A. Ezhevsky (Molodezhny settlement, 664038, Irkutsk), e-mail: repetckii@igsha.ru.

Hoang Dinh Cuong (Irkutsk, Russian Federation) – Postgraduate student of the Department «Electrical power and physics», Irkutsk State Agrarian University named after A.A. Ezhevsky (Molodezhny settlement, 664038, Irkutsk), e-mail: hoanguonghd95@gmail.com.

Финансирование. Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования в рамках научного проекта FEUG-2020-0013.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов. Все авторы сделали равный вклад в подготовку публикации.

Поступила: 26.05.2022

Одобрена: 27.05.2022

Принята к публикации: 04.08.2022

Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом: Репецкий, О.В. Математическое моделирование и численная оценка долговечности радиальных рабочих колес турбомашин / О.В. Репецкий, Хоанг Динь Кыонг // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника. – 2022. – № 68. – С. 53–61. DOI: 10.15593/2224-9982/2022.69.06

Please cite this article in English as: Repetckii O.V., Cuong Hoang Dinh. Mathematical modeling and numerical assessment of the durability of radial wheel turbomachines. *PNRPU Aerospace Engineering Bulletin*, 2022, no. 68, pp. 53-61. DOI: 10.15593/2224-9982/2022.69.06