

Научная статья

DOI: 10.15593/2224-9397/2022.1.07

УДК 621.876.1

**С.П. Круглов, С.А. Иванченко, С.В. Ковыршин**

Иркутский государственный университет путей сообщения, Иркутск, Россия

## **РЕШЕНИЕ ПРЯМОЙ РАСШИРЕННОЙ ЗАДАЧИ КИНЕМАТИКИ ДЛЯ МАНИПУЛЯТОРА ИНВАЛИДНОГО КРЕСЛА**

Научная работа по созданию манипулятора для погрузки-выгрузки инвалидного кресла в/из багажника автомобиля водителя-инвалида является достаточно востребованной, поскольку направлена на то, чтобы водитель автомобиля с ограниченными возможностями, пользующемуся инвалидной коляской, без посторонней помощи мог получить свободу в перемещении. Для реализации такого проекта требуется решить ряд задач: разработать конструкцию манипулятора; получить математическое описание прямой задачи кинематики для всех звеньев манипулятора; на основании последней найти решение обратной задачи манипулятора и, наконец, сформировать систему автоматического управления приводами манипулятора. Данная работа посвящена решению второй задачи на основе уже разработанной авторской кинематической схемы манипулятора и выбранных его приводов. **Цель:** решение расширенной прямой задачи кинематики специального шестизвенного манипулятора, связывающей угловую ориентацию и положение в пространстве переносимого инвалидного кресла и других звеньев манипулятора в зависимости от степени отработки силовых приводов. **Методы:** указанная задача решается с использованием известного метода на основе представления Денавита–Хартенберга, только в отличие от известных подобных решений здесь рассматривается расширенная задача – прямая задача кинематики для всех звеньев. Кроме того, определяются угловые положения звеньев в абсолютном пространстве на основе углов вращения Эйлера. **Результаты:** задача решается поэтапно. Вначале считается, что углы поворота шарниров являются независимыми (присоединенными) переменными. Находится решение прямой задачи кинематики для всех шести звеньев по отдельности. Далее определяется взаимосвязь вращения всех шарниров от четырех силовых приводов. Получены диапазоны изменения углового движения сочленений манипулятора. **Практическая значимость:** полученные результаты будут использоваться для решения обратной задачи кинематики, дающей законы управления приводами для обеспечения движения кресла манипулятора по назначенной траектории с учетом ограничений и с заданным угловым положением в абсолютном пространстве, связанным с автомобилем.

**Ключевые слова:** манипулятор, инвалидное кресло, кинематические соотношения, представление Денавита–Хартенберга.

**S.P. Kruglov, S.A. Ivanchenko, S.V. Kovyrrshin**

Irkutsk State Railway University, Irkutsk, Russian Federation

## **SOLUTION OF DIRECT EXTENDED PROBLEM OF KINEMATICS FOR WHEELCHAIR MANIPULATOR**

The scientific work on the creation of a manipulator for loading and unloading a wheelchair to/from the trunk of a disabled driver's car is quite in demand, since it is aimed at ensuring that the driver of a disabled car and a wheelchair user can gain freedom of movement. To implement such a project, it is necessary to solve a number of tasks: to develop the design of the manipulator; get a mathematical description of the direct problem of kinematics for all links of the manipulator; on the basis of the latter, find a solution to the inverse problem of the manipulator; and, finally, to form an automatic control system for manipulator drives. This work is devoted to solving the second problem on the basis of the already developed author's kinematic scheme of the manipulator and its selected drives. **The purpose of the study:** solution of the extended direct problem of the kinematics of a special six-link manipulator, relating the angular orientation and position in space of a portable wheelchair and other parts of the manipulator, depending on the degree of development of power drives. **Methods:** the indicated problem is solved using the well-known method based on the Denavit-Hartenberg representation, only in contrast to the well-known similar solutions, an extended problem is considered here - a direct kinematics problem for all links. In addition, the angular positions of the links in absolute space are determined based on the Euler rotation angles. **Results:** the problem is solved step by step. Initially, it is considered that the angles of rotation of the hinges are independent (attached) variables. The solution of the direct problem of kinematics is found for all six links separately. Next, the relationship between the rotation of all hinges from four power drives is determined. The ranges of changes in the angular motion of the joints of the manipulator are obtained. **Practical relevance:** The results obtained will be used to solve the inverse problem of kinematics, which gives the laws of control of drives to ensure the movement of the manipulator chair along the designated trajectory, taking into account restrictions and with a given angular position in the absolute space associated with the car.

**Keywords:** manipulator, wheelchair, kinematic relations, Denavit-Hartenberg representation.

### **Введение**

Научная работа по созданию манипулятора для погрузки-выгрузки инвалидного кресла в/из багажника автомобиля водителя-инвалида достаточно востребована, так как позволяет водителю с ограниченными возможностями, пользующемуся инвалидной коляской, без посторонней помощи получить свободу в перемещении. Особенно это важно для отечественных водителей-инвалидов, поскольку такие системы в РФ не выпускаются, а зарубежный заказ требует слишком больших средств.

Аналогичные зарубежные системы представлены решениями [1–9] с разным местом расположения инвалидного кресла в автомобиле и способом его доставки водителю. Они имеют ряд недостатков (помимо высокой стоимости):

- поэтапное выдвигание звеньев манипулятора, что значительно снижает скорость сработки манипулятора;
- отсутствие системы оценки наличия препятствий по пути движения манипулятора;
- фиксированная траектория движения манипулятора, создающая сложность эксплуатации в стесненных условиях.

Проводимая авторами статьи научная работа направлена на преодоление указанных недостатков. Она включает ряд задач: обоснование конструкции манипулятора, описание кинематических соотношений, формирование системы автоматического управления. Была разработана конструкция манипулятора, состоящая из 6 звеньев и 4 приводов. В работе [10] предложена конструкция по креплению манипулятора в багажнике отечественного автомобиля, а также решены сопутствующие задачи.

Настоящая работа посвящена решению задачи математического описания манипулятора, а именно прямой расширенной задачи кинематики, предполагающей определение угловой ориентации и места положения в пространстве переносимого манипулятором инвалидного кресла и всех по отдельности звеньев в зависимости от степени срабатывания приводов манипулятора. Это важная задача, ответ на которую даст возможность строить законы управления манипулятором, на движение которого в стесненном пространстве накладывается множество ограничений.

Решению прямой задачи многозвенного манипулятора посвящено много публикаций, начиная с фундаментальных описаний, приведенных, например, в [11–13], более современных [14, 15], а также включая специальные задачи, например, [16, 17]. Настоящая работа посвящена специальному авторскому манипулятору и требует своего разрешения. Данному вопросу уже были посвящены работы авторов [18,19], но они не до конца решают поставленную задачу, а также, в частности, сопряжены с достаточно сложными соотношениями, требующими более простого выражения.

## **1. Описание основных кинематических соотношений манипулятора**

На рис. 1 представлен общий вид части автомобиля с манипулятором и креслом в разложенном виде (сверху – вид сбоку, внизу – вид сзади).

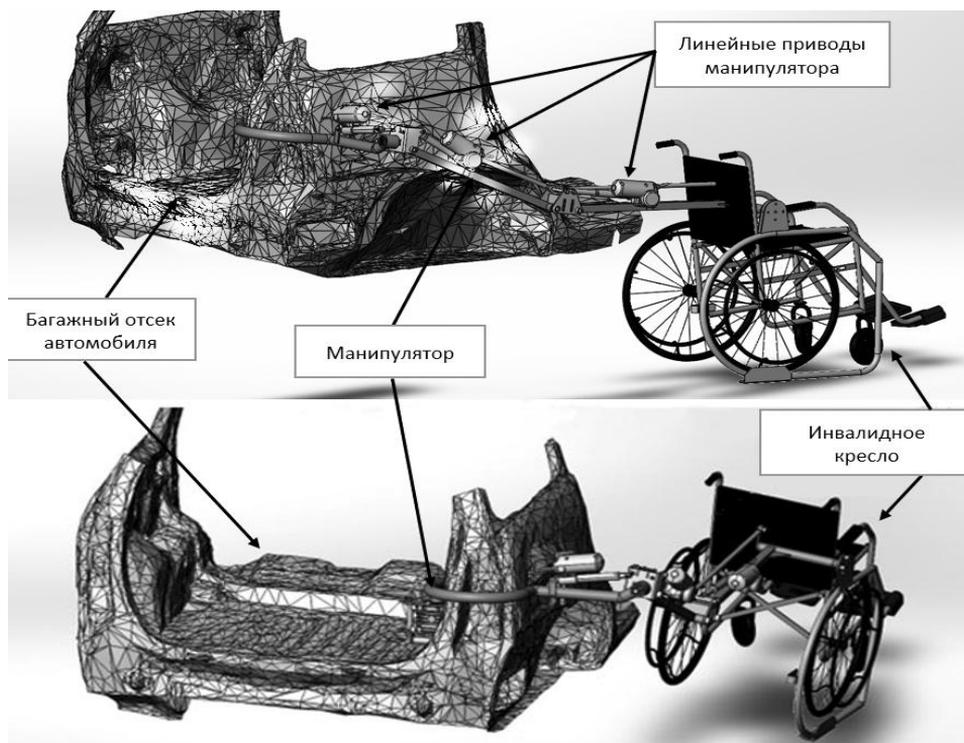


Рис. 1. Общий вид части автомобиля с манипулятором и креслом в разложенном виде

Манипулятор можно рассматривать как разомкнутую цепь, состоящую из нескольких жёстких тел (звеньев), поочередно соединённых вращательными сочленениями, приводимыми в движение силовыми приводами (первый из них поворотный, а три линейные). Начало манипулятора расположено в багажном отсеке автомобиля, и соединённый с двигателем конец манипулятора состоит из рамы, где крепится инвалидное кресло. Движения звеньев осуществляются с помощью сочленений.

Конструкция манипулятора для его жесткости имеет параллельную кинематику (рис. 2).

Задачи кинематики обычно решаются с использованием представления Денавита–Хартенберга [8–10]. Для применения этого представления необходимо исключить из рассмотрения параллельные звенья. На рис. 2 указаны номера выбранных основных звеньев и сочленений, при этом остальные не рассматриваются и считаются зависимыми от основных.

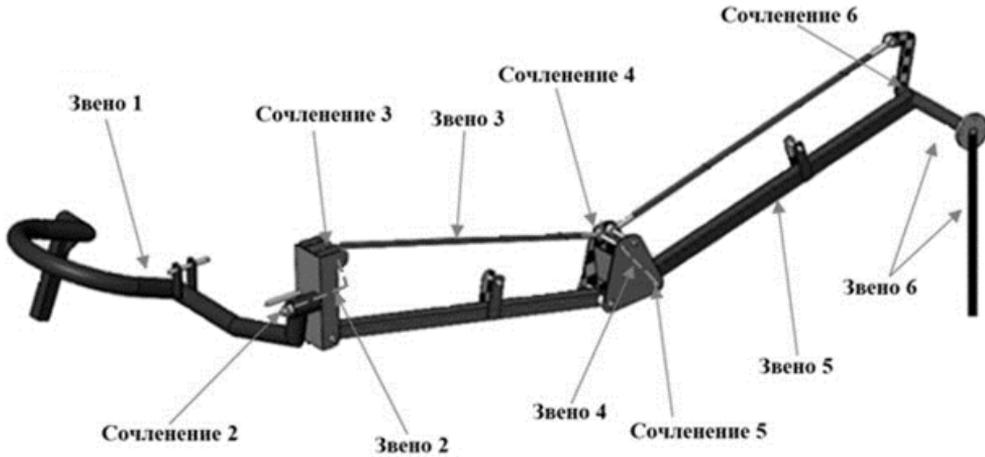


Рис. 2. Звенья и сочленения манипулятора

На рис. 3 представлена упрощенная кинематическая схема манипулятора, удобная для составления аналитических зависимостей. На ней обозначены 6 систем координат, связанных с соответствующими звеньями:  $O_i, x_i, y_i, z_i$  –  $i$ -я система координат,  $i = 0 \dots 6$  – номера звеньев (систем координат). При этом считается, что нулевая система координат связана с абсолютным пространством (корпус автомобиля и окружающая среда), а шестая – представляет собой крепление кресла к манипулятору.

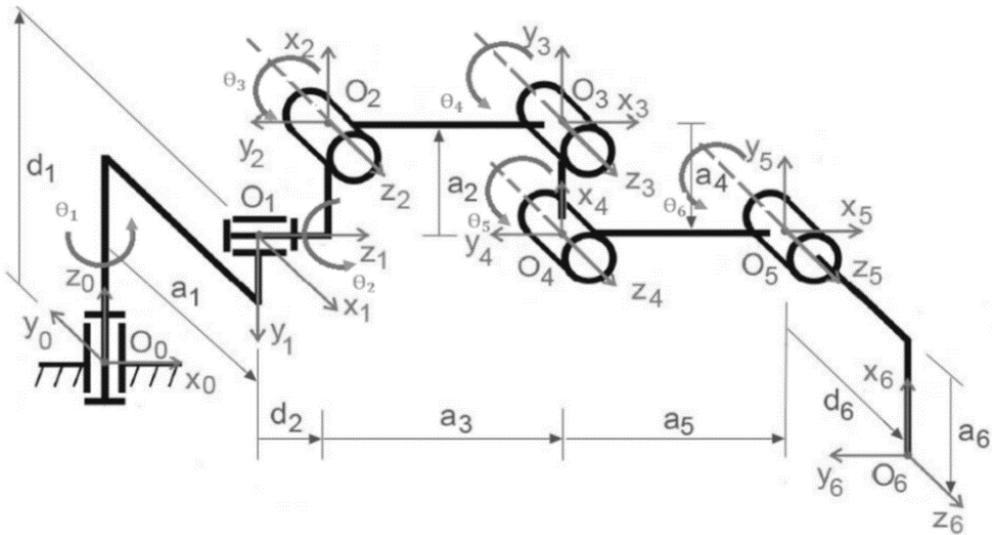


Рис. 3. Упрощенная кинематическая схема манипулятора в горизонтально разложенном положении

Каждое звено шестизвеного манипулятора описывается по представлению Денавита–Хартенберга следующими параметрами: расстояниями между соседними звеньями ( $d_i$ ), длинами звеньев ( $a_i$ ), углами между соседними звеньями ( $\theta_i$ ) и углами скрутки звеньев ( $\alpha_i$ ). Для простоты дальнейших рассуждений углы между соседними звеньями ( $\theta_i$ ) вначале будем рассматривать как независимые (присоединенные) переменные. Параметры звеньев и сочленений представлены в табличном виде (таблица).

Параметры сочленений и звеньев

| Параметры                                      | 1-е звено        | 2-е звено        | 3-е звено        | 4-е звено       | 5-е звено        | 6-е звено       |
|--|------------------|------------------|------------------|-----------------|------------------|-----------------|
| Расстояние между соседними звеньями (м)        | $d_1 = 0,35$     | $d_2 = 0,14$     | $d_3 = 0$        | $d_4 = 0$       | $d_5 = 0$        | $d_6 = 0,23$    |
| Длины звеньев (м)                              | $a_1 = 0,84$     | $a_2 = 0,09$     | $a_3 = 0,8$      | $a_4 = -0,096$  | $a_5 = 0,8$      | $a_6 = -0,4$    |
| Углы между соседними звеньями по рис. 3 (град) | $\theta_1 = -90$ | $\theta_2 = -90$ | $\theta_3 = -90$ | $\theta_4 = 90$ | $\theta_5 = -90$ | $\theta_6 = 90$ |
| Углы скрутки звеньев (град)                    | $\alpha_1 = -90$ | $\alpha_2 = -90$ | $\alpha_3 = 0$   | $\alpha_4 = 0$  | $\alpha_5 = 0$   | $\alpha_6 = 0$  |

В соответствии с представлением Денавита–Хартенберга используем матрицу однородных преобразований  $T^i_{i-1}$ , связывающую  $i$ -ю систему координат с  $(i-1)$ -й. Для этой матрицы известна зависимость [5]:

$$T^i_{i-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & -\sin \alpha_i \cos \theta_i & a_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Отсюда находим все 6 матриц пересчета координат (однородных матриц преобразования):

$$T_0^1(\theta_1) = \begin{pmatrix} \cos(\theta_1) & 0 & -\sin(\theta_1) & 0,84\cos(\theta_1) \\ \sin(\theta_1) & 0 & \cos(\theta_1) & 0,84\sin(\theta_1) \\ 0 & -1 & 0 & 0,35 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$T_1^2(\theta_2) = \begin{pmatrix} \cos(\theta_2) & 0 & -\sin(\theta_2) & 0,09\cos(\theta_2) \\ \sin(\theta_2) & 0 & \cos(\theta_2) & 0,09\sin(\theta_2) \\ 0 & -1 & 0 & 0,14 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$T_2^3(\theta_3) = \begin{pmatrix} \cos(\theta_3) & -\sin(\theta_3) & 0 & 0,8\cos(\theta_3) \\ \sin(\theta_3) & \cos(\theta_3) & 0 & 0,8\sin(\theta_3) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$T_3^4(\theta_4) = \begin{pmatrix} \cos(\theta_4) & -\sin(\theta_4) & 0 & -0,096\cos(\theta_4) \\ \sin(\theta_4) & \cos(\theta_4) & 0 & -0,096\sin(\theta_4) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$T_4^5(\theta_5) = \begin{pmatrix} \cos(\theta_5) & -\sin(\theta_5) & 0 & 0,8\cos(\theta_5) \\ \sin(\theta_5) & \cos(\theta_5) & 0 & 0,8\sin(\theta_5) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$T_5^6(\theta_6) = \begin{pmatrix} \cos(\theta_6) & -\sin(\theta_6) & 0 & -0,4\cos(\theta_6) \\ \sin(\theta_6) & \cos(\theta_6) & 0 & -0,4\sin(\theta_6) \\ 0 & 0 & 1 & 0,23 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Перемножение матриц однородных преобразований дает итоговую матрицу, связывающую все системы координат и дающую возможность пересчитать координаты из шестой системы координат в нулевую (абсолютную):

$$T_0^6 = T_0^1(\theta_1) T_1^2(\theta_2) T_2^3(\theta_3) T_3^4(\theta_4) T_4^5(\theta_5) T_5^6(\theta_6) \triangleq \begin{bmatrix} nx_6 & sx_6 & ax_6 & Px_6 \\ ny_6 & sy_6 & ay_6 & Py_6 \\ nz_6 & sz_6 & az_6 & Pz_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где в  $T_0^6$  правая верхняя подматрица размером  $3 \times 3$  – это матрица поворота шестой системы координат в координатах нулевой системы координат. Правый вектор с элементами  $Px_6, Py_6, Pz_6$  – вектор сдвига шестой системы координат в отсчетах нулевой системы координат.

Для получения матрицы  $T_0^6$  производилось перемножение шести однородных матриц в среде MathCad с использованием аппарата символьных вычислений. Для получения более простых зависимостей нужно учесть механическую структуру манипулятора. Несложно видеть, что звенья 3–6 имеют подобную друг другу кинематику, а звенья 1 и 2 – кинематику, отличную от указанных звеньев. Поэтому для реализации произведения (2) вначале были получены произведения групп матриц  $(T_0^1 T_1^2)$  и  $(T_2^3 T_3^4 T_4^5 T_5^6)$ , их упрощение с наиболее эффективными подобными преобразованиями, а только затем перемножение указанных групп. В результате получены следующие зависимости элементов  $T_0^6$ :

$$\begin{aligned} nx_6(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6) &= \sin(\theta_1)\sin(\theta_3+\theta_4+\theta_5+\theta_6) + \\ &+ \cos(\theta_1)\cos(\theta_2)\cos(\theta_3+\theta_4+\theta_5+\theta_6); \\ ny_6(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6) &= -\cos(\theta_1)\sin(\theta_3+\theta_4+\theta_5+\theta_6) + \\ &+ \sin(\theta_1)\cos(\theta_2)\cos(\theta_3+\theta_4+\theta_5+\theta_6); \\ nz_6(\theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6) &= -\sin(\theta_2)\cos(\theta_3+\theta_4+\theta_5+\theta_6); \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} sx_6(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6) &= \sin(\theta_1)\cos(\theta_3+\theta_4+\theta_5+\theta_6) - \\ &- \cos(\theta_1)\cos(\theta_2)\sin(\theta_3+\theta_4+\theta_5+\theta_6); \\ sy_6(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6) &= -\cos(\theta_1)\cos(\theta_3+\theta_4+\theta_5+\theta_6) - \\ &- \sin(\theta_1)\cos(\theta_2)\sin(\theta_3+\theta_4+\theta_5+\theta_6); \\ sz_6(\theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6) &= \sin(\theta_2)\sin(\theta_3+\theta_4+\theta_5+\theta_6); \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} ax_6(\theta_1, \theta_2) &= -\cos(\theta_1)\sin(\theta_2); \\ ay_6(\theta_1, \theta_2) &= -\sin(\theta_1)\sin(\theta_2); \\ az_6(\theta_2) &= -\cos(\theta_2); \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned}
 Px_6(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6) = & 0,4\cos(\theta_1 - \theta_3) - 0,4\cos(\theta_1 + \theta_3) + \\
 & + 0,84\cos(\theta_1) - 0,14\sin(\theta_1) + 0,8\sin(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5)\sin(\theta_1) - \\
 & - 0,4\sin(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5 + \theta_6)\sin(\theta_1) - 0,096\sin(\theta_3 + \theta_4)\sin(\theta_1) + \\
 & + 0,09\cos(\theta_1)\cos(\theta_2) - 0,23\cos(\theta_1)\sin(\theta_2) - 0,4\cos(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5 + \theta_6) \times \\
 & \times \cos(\theta_1)\cos(\theta_2) - 0,096\cos(\theta_3 + \theta_4)\cos(\theta_1)\cos(\theta_2) + 0,8\cos(\theta_1) \times \\
 & \times \cos(\theta_2)\cos(\theta_3) + 0,8\cos(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5)\sin(\theta_1)\cos(\theta_2);
 \end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}
 Py_6(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6) = & 0,115\cos(\theta_1 + \theta_2) - 0,115\cos(\theta_1 - \theta_2) + \\
 & + 0,14\cos(\theta_1) + 0,84\sin(\theta_1) - 0,8\sin(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5)\cos(\theta_1) + \\
 & + 0,4\sin(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5 + \theta_6)\cos(\theta_1) + 0,096\sin(\theta_3 + \theta_4)\cos(\theta_1) + \\
 & + 0,09\cos(\theta_2)\sin(\theta_1) - 0,8\cos(\theta_1)\sin(\theta_3) - 0,4\cos(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5 + \theta_6) \times \\
 & \times \cos(\theta_2)\sin(\theta_1) - 0,096\cos(\theta_3 + \theta_4)\cos(\theta_2)\sin(\theta_1) + \\
 & + 0,8\cos(\theta_2)\cos(\theta_3)\sin(\theta_1) + 0,8\cos(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5)\cos(\theta_2)\sin(\theta_1);
 \end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}
 Pz_6(\theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6) = & 0,4\cos(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5 + \theta_6)\sin(\theta_2) - 0,09\sin(\theta_2) - \\
 & - 0,8\cos(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5)\sin(\theta_2) - 0,23\cos(\theta_2) + 0,096\cos(\theta_3 + \\
 & + \theta_4)\sin(\theta_2) - 0,8\cos(\theta_3)\sin(\theta_2) + 0,35.
 \end{aligned} \tag{8}$$

Анализ уравнений (3)–(5) показывает (получено символьным моделированием в среде MathCad), что они представляют собой матрицу трех поворотов по углам Эйлера шестой системы координат относительно нулевой (абсолютной) системы координат с исходным состоянием, когда обе системы координат совпадают) [20]:

– первый поворот – угол прецессии (обозначим как  $\mu_6$ ) – вокруг оси  $O_0Z_0$  абсолютной системы координат на угол:

$$\mu_6 = \theta_1 + 90^\circ; \tag{9}$$

– второй поворот – угол нутации (обозначим как  $\eta_6$ ) – вокруг собственной оси  $O_6X_6$  шестой системы координат на угол:

$$\eta_6 = \theta_2 + 180^\circ; \tag{10}$$

– третий поворот – угол собственного вращения (обозначим как  $\vartheta_6$ ) – вокруг собственной оси  $O_6Z_6$  шестой системы координат на угол:

$$\vartheta_6 = \theta_3 + \theta_4 + \theta_5 + \theta_6 + 90^\circ. \tag{11}$$

Несложно определить, что положение шестой системы координат относительно нулевой по рис. 3 как раз соответствует соотношениям (9)–(11) для значений углов  $\theta_i, i = 1...6$  по табл.1:  $\mu_6 = 0^\circ, \eta_6 = 90^\circ, \vartheta_6 = 90^\circ$ .

В результате анализа полученных зависимостей (6)–(8) и использования известных тригонометрических тождеств, было проведено дальнейшее упрощение, позволяющих вместо указанных соотношений использовать более простые:

$$\begin{cases} Px_6(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6) = \cos(\theta_1) \cdot f_{61}(\theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6) - \\ \sin(\theta_1) \cdot f_{62}(\theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6); \\ Py_6(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6) = \sin(\theta_1) \cdot f_{61}(\theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6) + \\ + \cos(\theta_1) \cdot f_{62}(\theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6); \\ Pz_6(\theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6) = 0,35 - \sin(\theta_2) \cdot f_{60}(\theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6) - \\ - 0,23\cos(\theta_2), \end{cases} \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} f_{60}(\cdot) &= 0,09 - 0,4\cos(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5 + \theta_6) + 0,8\cos(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5) - \\ &- 0,096\cos(\theta_3 + \theta_4) + 0,8\cos(\theta_3); \\ f_{61}(\cdot) &= 0,84 - 0,23\sin(\theta_2) + \cos(\theta_2) \cdot f_{60}(\theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6); \\ f_{62}(\cdot) &= 0,14 + 0,4\sin(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5 + \theta_6) - \\ &- 0,8\sin(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5) + 0,096\sin(\theta_3 + \theta_4) - 0,8\sin(\theta_3). \end{aligned}$$

Подобным образом решены другие частные задачи кинематики манипулятора: прямая задача кинематики для других звеньев манипулятора в отдельности. Ниже приведены готовые решения этих задач. Смысл обозначений тот же самый, только нижними индексами 5, 4, 3, 2, 1 обозначены их принадлежности для соответствующих систем координат (звеньев). Для пятой системы координат:

$$\mu_5 = \theta_1 + 90^\circ; \eta_5 = \theta_2 + 180^\circ; \vartheta_5 = \theta_3 + \theta_4 + \theta_5 + 90^\circ. \quad (13)$$

$$\begin{cases} Px_5(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5) = \cos(\theta_1) \cdot f_{51}(\theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5) - \\ - \sin(\theta_1) \cdot f_{52}(\theta_3, \theta_4, \theta_5); \\ Py_5(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5) = \sin(\theta_1) \cdot f_{51}(\theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5) + \\ + \cos(\theta_1) \cdot f_{52}(\theta_3, \theta_4, \theta_5); \\ Pz_5(\theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5) = 0,35 - \sin(\theta_2) \cdot f_{50}(\theta_3, \theta_4, \theta_5), \end{cases} \quad (14)$$

где  $f_{50}(\cdot) = 0,09 + 0,8\cos(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5) - 0,096\cos(\theta_3 + \theta_4) + 0,8\cos(\theta_3)$ ;

$$f_{51}(\cdot) = 0,4 + \cos(\theta_2) \cdot f_{50}(\theta_3, \theta_4, \theta_5);$$

$$f_{52}(\cdot) = 0,4 - 0,8\sin(\theta_3 + \theta_4 + \theta_5) + 0,096\sin(\theta_3 + \theta_4) - 0,8\sin(\theta_3).$$

Для четвертой системы координат:

$$\mu_4 = \theta_1 + 90^\circ; \quad \eta_4 = \theta_2 + 180^\circ; \quad \vartheta_4 = \theta_3 + \theta_4 + 90^\circ. \quad (15)$$

$$\begin{cases} Px_4(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4) = \cos(\theta_1) \cdot f_{41}(\theta_2, \theta_3, \theta_4) - \sin(\theta_1) \cdot f_{42}(\theta_3, \theta_4); \\ Py_4(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4) = \sin(\theta_1) \cdot f_{41}(\theta_2, \theta_3, \theta_4) + \cos(\theta_1) \cdot f_{42}(\theta_3, \theta_4); \\ Pz_4(\theta_2, \theta_3, \theta_4) = 0,35 - \sin(\theta_2) \cdot f_{40}(\theta_3, \theta_4), \end{cases} \quad (16)$$

где

$$f_{40}(\cdot) = 0,09 - 0,096\cos(\theta_3 + \theta_4) + 0,8\cos(\theta_3);$$

$$f_{41}(\cdot) = 0,84 + \cos(\theta_2) \cdot f_{40}(\theta_3, \theta_4);$$

$$f_{42}(\cdot) = 0,14 + 0,096\sin(\theta_3 + \theta_4) - 0,8\sin(\theta_3).$$

Для третьей системы координат:

$$\mu_3 = \theta_1 + 90^\circ; \quad \eta_3 = \theta_2 + 180^\circ; \quad \vartheta_3 = \theta_3 + 90^\circ. \quad (17)$$

$$\begin{cases} Px_3(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = \cos(\theta_1) \cdot f_{31}(\theta_2, \theta_3) - \sin(\theta_1) \cdot f_{32}(\theta_3); \\ Py_3(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = \sin(\theta_1) \cdot f_{31}(\theta_2, \theta_3) + \cos(\theta_1) \cdot f_{32}(\theta_3); \\ Pz_3(\theta_2, \theta_3) = 0,35 - \sin(\theta_2) \cdot f_{30}(\theta_3), \end{cases} \quad (18)$$

где  $f_{30}(\cdot) = 0,09 + 0,8\cos(\theta_3)$ ;  $f_{31}(\cdot) = 0,84 + \cos(\theta_2) \cdot f_{30}(\theta_3)$ ;

$$f_{32}(\cdot) = 0,14 - 0,8\sin(\theta_3).$$

Для второй системы координат:

$$\mu_2 = \theta_1 + 90^\circ; \quad \eta_2 = \theta_2 + 180^\circ; \quad \vartheta_2 = 90^\circ. \quad (19)$$

$$\begin{cases} Px_2(\theta_1, \theta_2) = \cos(\theta_1) \cdot f_{21}(\theta_2) - 0,14\sin(\theta_1); \\ Py_2(\theta_1, \theta_2) = \sin(\theta_1) \cdot f_{21}(\theta_2) + 0,14\cos(\theta_1); \\ Pz_2(\theta_2) = 0,35 - 0,09\sin(\theta_2), \end{cases} \quad (20)$$

где  $f_{21}(\cdot) = 0,84 + 0,09\cos(\theta_2)$ .

Для первой системы координат ( $v_1$  – второй поворот первой системы координат вокруг собственной оси  $O_1 y_1$  в отличие от ранее рассмотренной системы поворотов):

$$\mu_1 = \theta_1 + 90^\circ; \quad v_1 = 90^\circ; \quad \vartheta_1 = -90^\circ. \quad (21)$$

$$\begin{cases} Px_1(\theta_1) = 0,84\cos(\theta_1); \\ Py_1(\theta_1) = 0,84\sin(\theta_1); \\ Pz_1 = 0,35. \end{cases} \quad (22)$$

## 2. Зависимость углов $\theta_2 - \theta_6$ от линейных приводов

Выше было принято считать углы  $\theta_i, i = 1...6$  независимыми. На самом деле это не так. Независимым является только угол  $\theta_1$ , соответствующий первому поворотному приводу. Остальные углы:  $\theta_i, i = 2...6$  зависят от 3 линейных приводов (второго, третьего и четвертого), указанных на рис. 1. Их линейные перемещения обозначим как  $c_2, c_3, c_4$ . Поэтому истинными независимыми (присоединенными) переменными рассматриваемого манипулятора являются переменные:  $\theta_1, c_2, c_3, c_4$ . Далее рассмотрим зависимости углов  $\theta_i, i = 2...6$  от переменных  $c_2, c_3, c_4$ .

1) Зависимость  $\theta_2(c_2)$ . Кинематика взаимодействия второго (линейного) привода с углом  $\theta_2$  и представлена на рис. 4.

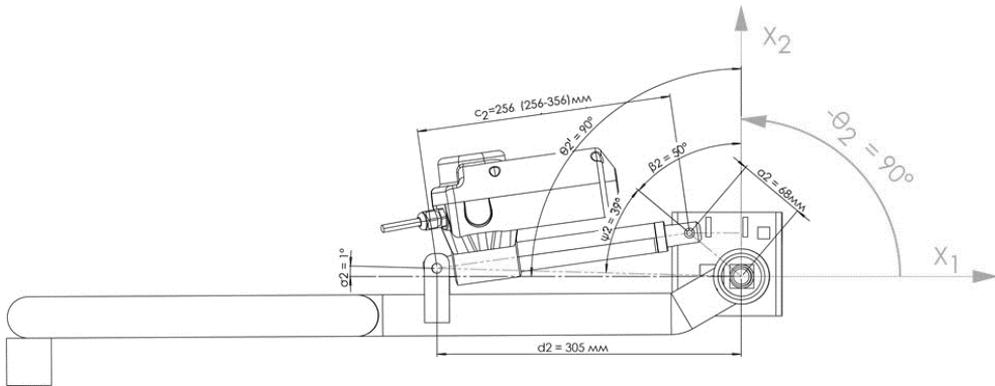


Рис. 4. Кинематика взаимодействия второго (линейного) привода с углом  $\theta_2$

На рисунке указаны соответствующие линейные и угловые параметры при  $c_2 = 0,256$  м. При этом параметры  $a_2, d_2, \beta_2, \sigma_2$  – постоянные, а параметры  $c_2$  (линейный привод),  $\psi_2, \theta_2'$  – переменные.

По теореме косинусов несложно определить  $\psi_2$  [20]:

$$\psi_2 = \arccos \frac{a_2^2 + d_2^2 - c_2^2}{2 a_2 d_2}.$$

Из рисунка несложно определить:  $\theta_2' = \psi_2 + \beta_2 + \sigma_2$ , следовательно, искомый угол определяется как

$$\theta_2(c_2) = \arccos \frac{a_2^2 + d_2^2 - c_2^2}{2 a_2 d_2} + \beta_2 + \sigma_2 - 180^\circ, \quad (23)$$

где  $a_2 = 0,068$  м ;  $d_2 = 0,305$  м ;  $c_2$  – длина второго привода, изменяющаяся в диапазоне 0,256–0,356 м;  $\beta_2 = 50^\circ$ ,  $\sigma_2 = 1^\circ$ .

2) Зависимости  $\theta_3(c_3)$  и  $\theta_4(c_3)$ . Кинематика взаимодействия третьего (линейного) привода с углами  $\theta_3$  и  $\theta_4$  представлена на рис. 5.

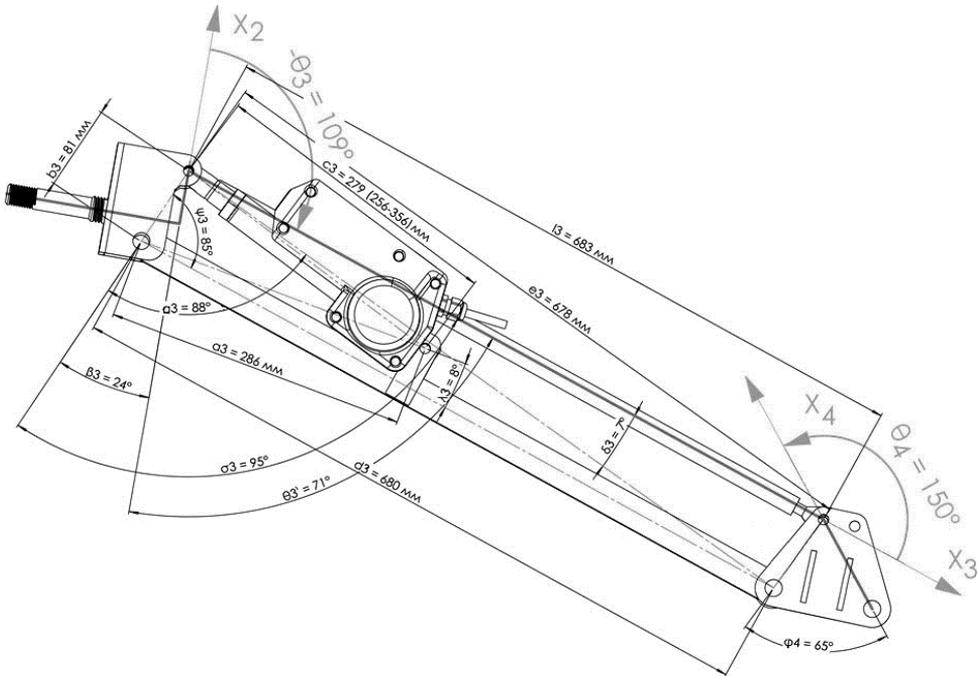


Рис. 5. Кинематика взаимодействия третьего (линейного) привода с углами  $\theta_3$ ,  $\theta_4$

На рисунке указаны соответствующие линейные и угловые параметры при  $c_3 = 0,279$  м. При этом параметры  $a_3$ ,  $b_3$ ,  $d_3$ ,  $l_3$ ,  $\beta_3$ ,  $\lambda_3$ ,  $\phi_4$  – постоянные, а параметры  $c_3$  (линейный привод),  $\psi_3$ ,  $e_3$ ,  $\alpha_3$ ,  $\delta_3$ ,  $\theta_3'$  – переменные.

Аналогично рассуждая и учитывая свойства фигуры, близкой к параллелограмму ( $d_3, b_3, l_3, b_3$ ), получим зависимости:

$$\theta_3(c_3) = \theta_3' - 180^\circ; \quad \theta_4(c_3) \approx \psi_3 + \varphi_4, \quad (24)$$

где  $\psi_3 = \arccos\left(\frac{a_3^2 + b_3^2 - c_3^2}{2 a_3 b_3}\right) + \lambda_3$ ;  $e_3 = \sqrt{d_3^2 + b_3^2 - 2 d_3 b_3 \cos \psi_3}$ ;

$$\alpha_3 = \arccos\left(\frac{b_3^2 + e_3^2 - d_3^2}{2 b_3 e_3}\right); \quad \delta_3 = \arccos\left(\frac{e_3^2 + l_3^2 - b_3^2}{2 e_3 l_3}\right);$$

$\sigma_3 = \delta_3 + \alpha_3$ ;  $\theta_3' = \sigma_3 - \beta_3$ ;  $a_3 = 0,286$  м;  $b_3 = 0,08054$  м;  $c_3$  – длина третьего привода, изменяющаяся в диапазоне 0,256–0,356 м;  $d_3 = 0,680$  м;  $l_3 = 0,683$  м;  $\beta_3 = 24^\circ$ ;  $\lambda_3 = 8^\circ$ ;  $\varphi_4 = 65^\circ$ .

3) Зависимости  $\theta_5(c_4)$  и  $\theta_6(c_4)$ . Кинематика взаимодействия четвертого (линейного) привода с углами  $\theta_5$  и  $\theta_6$  представлена на рис. 6.

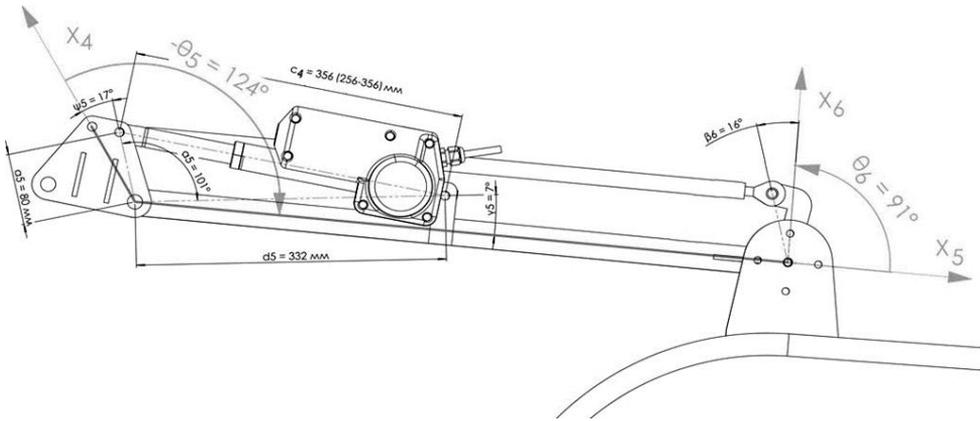


Рис. 6. Кинематика взаимодействия четвертого (линейного) привода с углами  $\theta_5, \theta_6$

На рисунке указаны соответствующие линейные и угловые параметры при  $c_4 = 0,356$  м. При этом параметры  $a_5, d_5, \psi_5, \gamma_5, \beta_6$  – постоянные, а параметры  $c_4$  (линейный привод),  $\alpha_5$  – переменные.

Аналогично рассуждая и также используя внутренний параллелограмм, найдем:

$$\theta_5(c_4) = -(\alpha_5 + \psi_5 + \gamma_5); \quad \theta_6(c_4) = \alpha_5 + \gamma_5 - \beta_6, \quad (25)$$

где  $\alpha_5 = \arccos\left(\frac{a_5^2 + d_5^2 - c_4^2}{2 a_5 d_5}\right)$ ;  $a_5 = 0,08$  м;  $d_5 = 0,332$  м;  $c_4$  – длина четвертого привода, изменяющаяся в диапазоне 0,256–0,356 м;  $\psi_5 = 17^\circ$ ;  $\gamma_5 = 7^\circ$ ;  $\beta_6 = 16^\circ$ .

Полученные зависимости углов от линейных перемещений приводов достаточно сложны в аналитическом описании, поэтому далее выполняется их аппроксимация. Она была проведена с среде MathCad. Ниже приведены полученные аппроксимационные зависимости (линейные перемещения измеряются в метрах, угловые – в радианах):

$$\begin{cases} \theta_2(c_2) \approx -491,59 \arctg(c_2 - 0,264) + 506,48 c_2 - 135,13; \\ \theta_3(c_3) \approx -46,34 c_3^2 + 13,97 c_3 - 2,175; \\ \theta_4(c_3) \approx 47,18 c_3^2 - 14,4 c_3 + 2,944; \\ \theta_5(c_4) \approx 40,4 c_4^2 - 38,82 c_4 + 6,545; \\ \theta_6(c_4) \approx -40,5 c_4^2 + 38,88 c_4 - 7,131. \end{cases} \quad (26)$$

На рис. 7 дано их сравнение с соответствующими равенствами (23)–(25), для наглядности углы представлены в градусах. Зависимости по (23)–(25) указаны сплошными кривыми, а (26) – аппроксимирующие зависимости обозначены точками. Аппроксимационные зависимости даны с точностью до нескольких процентов.

Из рис. 1, 2, 7, выражений (9)–(11), (13), (15), (17), (19), (21), (26) и располагаемых изменений линейных приводов можно определить диапазоны изменения рассмотренных выше углов:

$$\begin{aligned} \theta_1 &\in [-90^\circ, -270^\circ]; \quad \theta_2 \in [-90^\circ, 5^\circ]; \quad \theta_3 \in [-92^\circ, -178^\circ]; \\ \theta_4 &\in [133^\circ, 219^\circ]; \quad \theta_5 \in [-39^\circ, -124^\circ]; \quad \theta_6 \in [6^\circ, 91^\circ]; \\ \theta_3 + \theta_4 &\cong 41^\circ; \quad \theta_5 + \theta_6 \cong -33^\circ; \quad \theta_3 + \theta_4 + \theta_5 + \theta_6 \cong 8^\circ; \\ \mu_1 - \mu_6 &\in [0^\circ, -180^\circ]; \quad \eta_2 - \eta_6 \in [90^\circ, 185^\circ]; \\ \vartheta_3 &\in [-2^\circ, -88^\circ]; \quad \vartheta_4 \cong 131^\circ; \quad \vartheta_5 \in [92^\circ, 7^\circ]; \quad \vartheta_6 \cong 98^\circ. \end{aligned} \quad (27)$$

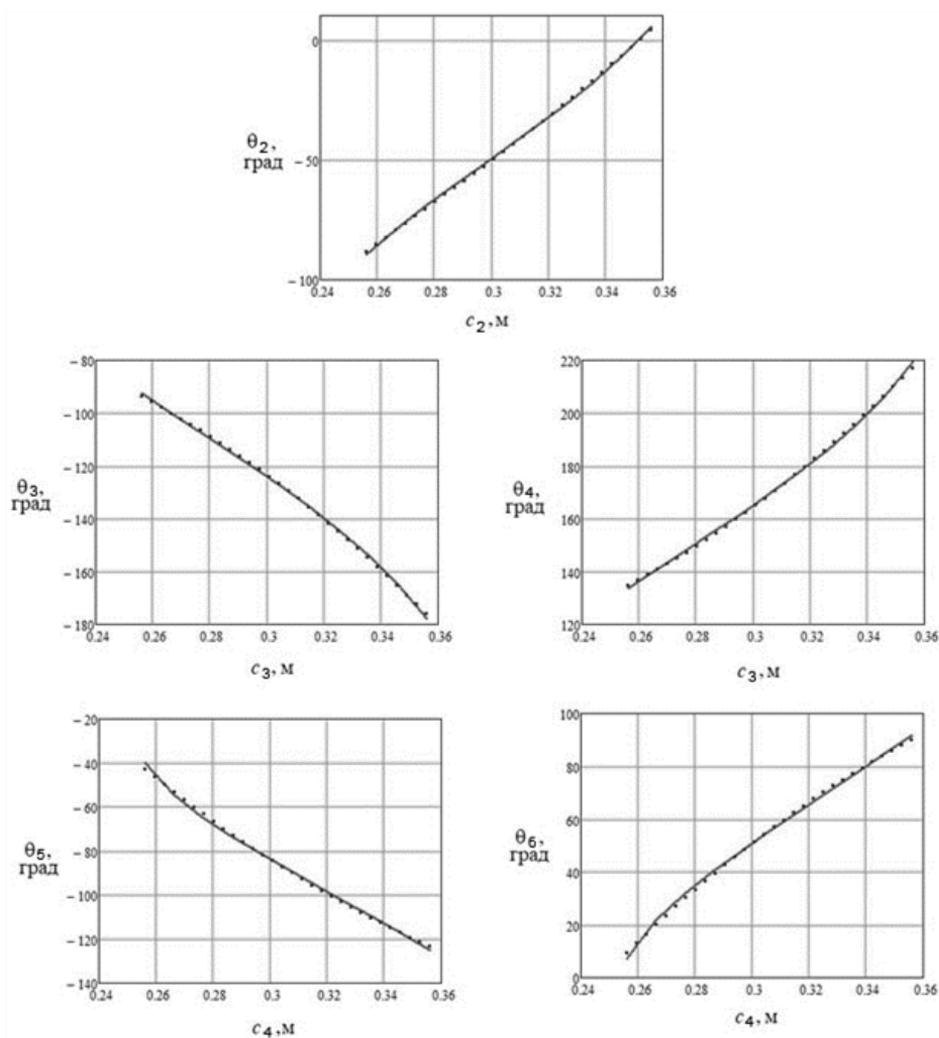


Рис. 7. Точные и аппроксимирующие зависимости углов манипулятора от линейных приводов

Таким образом, соотношения (16) совместно с ранее полученными зависимостями (3)–(5), (9)–(22), а также (27) достаточно полно описывают прямую расширенную задачу кинематики манипулятора для каждой системы координат манипулятора.

### Заключение

При решении прямой расширенной задачи кинематики для определения угловой ориентации и пространственного положения переносимого кресла в абсолютной системе координат, связанной с автомо-

билем, был произведен расчет общей однородной матрицы, связывающей систему координат кресла с абсолютной. Получены зависимости углового положения инвалидного кресла на основе системы углов Эйлера от поворотов сочленений манипулятора. Они описываются соотношениями (9)–(11). Координаты точки начала системы координат кресла в абсолютном измерении (также в зависимости от углов поворота сочленений) описываются выражениями (12). Подобным образом решены другие прямые задачи кинематики для остальных звеньев манипулятора – соотношения (13)–(22).

Окончательное решение прямой расширенной задачи кинематики – определение углового и пространственного положения переносимого кресла и остальных звеньев манипулятора в зависимости от используемых приводов – получено путем определения взаимосвязи углов поворота манипулятора от используемых линейных приводов. Они описываются соотношениями (26), диапазоны изменения углов – (27).

Решение прямой расширенной задачи кинематики является важной задачей, ответ на которую даст возможность строить законы управления манипулятором, на движение которого в стесненном пространстве накладывается множество ограничений.

### **Библиографический список**

1. Apparatus for lifting a wheelchair onto the roof of an automobile: Patent US 4440540 A / D. Gottlieb, E. Zer. Apr. 3, 1984. – URL: <https://patents.google.com/patent/US4440540A/>
2. Wheelchair dockage and storage system: Patent US 4565482 A / G.W. Baker. Jan. 21, 1986. – URL: <https://patents.google.com/patent/US4565482A/en?q=US+4565482A+>
3. Collapsible wheel-chair and apparatus for lifting the wheel-chair into and out from an automobile: Patent US 4661035 A / J.-E. Danielsson. Apr. 28, 1987. – URL: <https://patents.google.com/patent/US4661035A/>
4. Trunk loading apparatus for wheelchair: Patent US 4753567 A / N.S. Achee. Jun. 28, 1988. – URL: <https://patents.google.com/patent/US4753567A>
5. Car and a device for inserting and taking out a wheel chair from a luggage compartment: Patent EP 0563892 A1 / D. Shtekler. Mar. 3, 1993. – URL: <https://patents.google.com/patent/EP0563892A1/>

6. Wheelchair lift apparatus: Patent US 5308214 A / J.E. Crain, M.T. Cadis, J.J. Todd, L.J. Teal. May 3, 1994. – URL: <https://patents.google.com/patent/US5308214A>

7. Mechanism for insertion of a wheelchair into a car: Patent WO 2006/006145 A1 / A. Krichevsky. Jan. 01, 2006. – URL: <https://patents.google.com/patent/WO2006006145A1/en?assignee=igor+gaghis&oq=igor+gaghis++>

8. Assist device: Patent US 2007/0189885 A1 / A.J. Madormo, J.S. Ptacek. Aug. 16, 2007. – URL: <https://patents.google.com/patent/US20070189885A1/en?inventor=Anthony+Madormo>

9. Wheelchair loading system: Patent US 10500110 B2 / T. Taschner. Dec.10, 2019. – URL: <https://patents.google.com/patent/US10500110B2/en>

10. Иванченко С.А., Круглов С.П., Ковыршин С.В. Устройство для крепления манипулятора для погрузки-выгрузки инвалидного кресла из багажного отсека автомобиля [Электронный ресурс] // Молодая наука Сибири: электрон. науч. журн. – 2020. – № 2(8). – URL: <http://mnv.irkups.ru/ustroystvo-dlya-krepleniya-manipulyatora-dlya-pogruzki-vygruzki-invalidnogo-kresla-iz-bagazhnogo> (дата обращения: 01.02.2021).

11. Шахинпур М. Курс робототехники: пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 527 с.

12. Фу К., Гонсалес Р., Ли К. Робототехника: пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 624 с.

13. Зенкевич С.Л., Ющенко А.С. Основы управления манипуляционными роботами: учебник для вузов. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 480 с.

14. Разработка управляющих программ промышленных роботов / А.С. Климчик, Р.И. Гомолицкий, Ф.В. Фурман, К.И. Сёмкин; Белорус. гос. ун-т информатики и радиоэлектроники. – Минск, 2008.

15. Борисов О.И., Громов В.С., Пыркин А.А. Методы управления робототехническими приложениями / Университет ИТМО. – СПб., 2016.

16. Методика определения рабочей области перемещения видеокамеры многозвенным манипулятором / В.В. Завьялов, А.И. Кимяев, А.Е. Мусатов, О.С. Роганова, М.И. Ходненко, В.В. Шеваль // Известия Тульск. гос. ун-та. Технические науки. – 2020. – № 4. – С. 127–136. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/metodika-opredeleniya-rabochey->

oblasti-peremescheniya-videokamery-mnogozvennym-manipulyatorom (дата обращения: 01.09.2021).

17. Эпштейн Ю.П. Управление роботами-манипуляторами лесных машин // Труды лесоинженерного факультета ПетрГУ. – 1999. – № 2. – С. 198–203. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/upravlenie-robotami-manipulyatorami-lesnyh-mashin> (дата обращения: 01.09.2021).

18. Иванченко С.А., Круглов С.П. Математическая модель манипулятора для погрузки-выгрузки инвалидного кресла из багажного отсека автомобиля [Электронный ресурс] // Молодая наука Сибири: электрон. науч. журн. – 2020. – № 4. – URL: <https://mnv.irkups.ru/toma/410-2020> (дата обращения: 25.05.2021).

19. Уточнение математической модели манипулятора для загрузки-выгрузки инвалидного кресла в багажник автомобиля [Электронный ресурс] / С.А. Иванченко, В.Г. Щёкина, Р.А. Богданов, С.П. Круглов, С.В. Ковыршин // Молодая наука Сибири: электрон. науч. журн. – 2021. – № 1(11) 2021. – URL: <https://mnv.irkups.ru/toma/111-2021> (дата обращения: 07.06.2021).

20. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов. – М.: Наука, 1986. – 544 с.

## References

1. Gottlieb D., Zer E. Apparatus for lifting a wheelchair onto the roof of an automobile. Patent US 4440540 A. Apr. 3, 1984, available at: <https://patents.google.com/patent/US4440540A/>

2. Baker G.W. Wheelchair dockage and storage system. Patent US 4565482 A. Jan. 21, 1986, available at: <https://patents.google.com/patent/US4565482A/en?q=US+4565482A+>

3. Danielsson J.-E. Collapsible wheel-chair and apparatus for lifting the wheel-chair into and out from an automobile. Patent US 4661035 A. Apr. 28, 1987, available at: <https://patents.google.com/patent/US4661035A/>

4. Achee N.S. Trunk loading apparatus for wheelchair. Patent US 4753567 A. Jun. 28, 1988, available at: <https://patents.google.com/patent/US4753567A>

5. Shtekler D. Car and a device for inserting and taking out a wheelchair from a luggage compartment. Patent EP 0563892 A1. Mar. 3, 1993, available at: <https://patents.google.com/patent/EP0563892A1/>

6. Crain J.E., Cadis M.T., Todd J.J., Teal L.J. Wheelchair lift apparatus. Patent US 5308214 A. May 3, 1994, available at: <https://patents.google.com/patent/US5308214A>

7. Krichevsky A. Mechanism for insertion of a wheelchair into a car. Patent WO 2006/006145 A1. Jan. 01, 2006, available at: <https://patents.google.com/patent/WO2006006145A1/en?assignee=igor+gaghis&oq=igor+gaghis++>

8. Madormo A.J., Ptacek J.S. Assist device. Patent US 2007/0189885 A1. Aug. 16, 2007, available at : <https://patents.google.com/patent/US20070189885A1/en?inventor=Anthony+Madormo>

9. Taschner T. Wheelchair, loading system. Patent US 10500110 B2. Dec. 10, 2019, available at: <https://patents.google.com/patent/US10500110B2/en>

10. Ivanchenko S.A., Kruglov S.P., Kovyreshin S.V. Ustroystvo dlia krepneniia manipuliatora dlia pogruzki-vygruzki invalidnogo kresla iz bagazhnogo otseka avtomobilia [A device for attaching a manipulator for loading and unloading a wheelchair from the luggage compartment of a car]. *Molodaia nauka Sibiri: elektronnyi nauchnyi zhurnal*, 2020, no. 2(8), available at: <http://mnv.irkups.ru/ustroystvo-dlya-krepneniya-manipulyatora-dlya-pogruzki-vygruzki-invalidnogo-kresla-iz-bagazhnogo> (accessed 01 February 2021).

11. Shakhinpur M. Kurs robototekhniki [Course of robotics]. Moscow: Mir, 1990, 527 p.

12. Fu K., Gonsales R., Li K. Robototekhnika [Robotics]. Moscow: Mir, 1989, 624 p.

13. Zenkevich S.L., Iushchenko A.S. Osnovy upravleniia manipuliatsionnymi robotami [Fundamentals of managing manipulative robots]. Moscow: Moskovskii gosudarstvennyi tekhnicheskii universitet imeni N.E. Baumana, 2004, 480 p.

14. Klimchik A.S., Gomolitskii R.I., Furman F.V., Semkin K.I. Razrabotka upravliaiushchikh programm promyshlennykh robotov [Development of control programs for industrial robots]. Minsk, Belorusskii gosudarstvennyi universitet informatiki i radioelektroniki, 2008.

15. Borisov O.I., Gromov V.S., Pyrkin A.A. Metody upravleniia robototekhnicheskimi prilozheniiami [Methods for managing robotic applications]. Saint Petersburg: Universitet ITMO, 2016.

16. Zav'ialov V.V., Kimiaev A.I., Musatov A.E., Roganova O.S., Khodnenko M.I., Sheval' V.V. Metodika opredeleniia rabochei oblasti peremeshcheniia videokamery mnogozvennym manipuliatorom [Method for

determining the working area of moving a video camera by a multi-link manipulator]. *Izvestiia Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Tekhnicheskie nauki*, 2020, no. 4, pp. 127-136, available at: <https://cyberleninka.ru/article/n/metodika-opredeleniya-rabochey-oblasti-peremescheniya-videokamery-mnogozvennym-manipulyatorom> (accessed 01 September 2021).

17. Epshtein Iu.P. Upravlenie robotami-manipulatorami lesnykh mashin [Control of robotic manipulators of forest machines]. *Trudy lesoinzhenerenogo fakul'teta Petrozavodskogo gosudarstvennogo universiteta*, 1999, no. 2, pp. 198-203, available at: <https://cyberleninka.ru/article/n/upravlenie-robotami-manipulyatorami-lesnykh-mashin> (accessed 01 September 2021).

18. Ivanchenko S.A., Kruglov S.P. Matematicheskaia model' manipulatora dlia pogruzki-vygruzki invalidnogo kresla iz bagazhnogo otseka avtomobilia [Mathematical model of a manipulator for loading and unloading a wheelchair from the luggage compartment of a car]. *Molodaia nauka Sibiri: elektronnyi nauchnyi zhurnal*, 2020, no. 4, available at: <https://mnv.irgups.ru/toma/410-2020> (accessed 25 May 2021).

19. Ivanchenko S.A., Shchekina V.G., Bogdanov R.A., Kruglov S.P., Kovyrshin S.V. Utochnenie matematicheskoi modeli manipulatora dlia zagruzki-vygruzki invalidnogo kresla v bagazhnik avtomobilia [Refinement of the mathematical model of the manipulator for loading and unloading a wheelchair into the trunk of a car]. *Molodaia nauka Sibiri: elektronnyi nauchnyi zhurnal*, 2021, no. 1(11), 2021, available at: <https://mnv.irgups.ru/toma/111-2021> (accessed 07 June 2021).

20. Bronshtein I.N., Semendiaev K.A. Spravochnik po matematike dlia inzhenerov i uchashchikhsia vuzov [Handbook of mathematics for engineers and university students]. Moscow: Nauka, 1986, 544 p.

### Сведения об авторах

**Круглов Сергей Петрович** (Иркутск, Россия) – доктор технических наук, профессор кафедры «Автоматизация производственных процессов» Иркутского государственного университета путей сообщения (664009, Иркутск, ул. Чернышевского, 15, e-mail: [Kruglov\\_SP@irgups.ru](mailto:Kruglov_SP@irgups.ru)).

**Иванченко Степан Александрович** (Иркутск, Россия) – аспирант кафедры «Автоматизация производственных процессов» Иркут-

ского государственного университета путей сообщения (664056, Иркутск, ул. Чернышевского, 15, e-mail: stefanfobos@gmail.com).

**Ковыршин Сергей Владимирович** (Иркутск, Россия) – кандидат технических наук, доцент кафедры «Автоматизация производственных процессов» Иркутского государственного университета путей сообщения (664074, Иркутск, ул. Чернышевского 15, e-mail: Kovyrshin\_sv@irgups.ru).

### **About the Authors**

**Sergey P. Kruglov** (Irkutsk, Russian Federation) – Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Automation of Production Processes Irkutsk State Railway University (664009, Irkutsk, 15, Chernyshevsky str., e-mail: Kruglov\_SP@irgups.ru).

**Stepan A. Ivanchenko** (Irkutsk, Russian Federation) – Graduate Student of the Department Automation of Production Processes Irkutsk State Railway University (664056, Irkutsk, 15, Chernyshevsky str., e-mail: stefanfobos@gmail.com).

**Sergey V. Kovyrshin** (Irkutsk, Russian Federation) – Ph. D. in Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Automation of Production Processes Irkutsk State Railway University (664074, Irkutsk, 15, Chernyshevsky str., e-mail: kovyrshin\_sv@irgups.ru).

Поступила 20.02.2022

Одобрена 22.03.2022

Принята к публикации 20.06.2022

**Финансирование.** Исследование выполнено при поддержке гранта СТАРТ-1 «Фонд содействия инновациям», договор № 3881ГС1/63239.

**Конфликт интересов.** Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов (или иное, связанное с конфликтом интересов) по отношению к статье.

**Вклад авторов.** Все авторы сделали равный вклад в подготовку публикации.