

**В.И. Васенин, А.В. Богомяков, К.В. Шаров**  
**V.I. Vasenin, A.V. Bogomiagkov, K.V. Sharov**

Пермский национальный исследовательский политехнический университет  
Perm National Research Polytechnic University

## **ИССЛЕДОВАНИЕ L-ОБРАЗНОЙ ЛИТНИКОВОЙ СИСТЕМЫ**

### **INVESTIGATION INTO A L-TYPE GATING SYSTEM**

Приведено описание лабораторной L-образной литниковой системы. Изложены результаты теоретического и экспериментального определения расходов и напоров жидкости в зависимости от количества одновременно работающих питателей. Получено хорошее совпадение расчетных и опытных данных.

**Ключевые слова:** литниковая система, стояк, коллектор, питатель, коэффициент сопротивления, скорость потока, расход жидкости.

A laboratory L-type gating system is described. Results of theoretical and experimental determination of liquid flow rates and head pressures depending on the number of working feeders at the same time are given. A good agreement between the calculated and experimental data has been obtained.

**Keywords:** gating system, sprue, collector, feeder, resistance coefficient, flow speed, liquid flow rate.

Без потери общности теоретически и экспериментально найдем расход металла в L-образной литниковой системе (ЛС), показанной на рис. 1. Система состоит из литниковой чаши, стояка, коллектора и шести одинаковых питателей I–VI [1]. Внутренний диаметр чаши 272 мм, высота воды в чаше 103,5 мм. Продольные оси коллектора и питателей находятся в одной горизонтальной плоскости. Уровень жидкости  $H$  – расстояние по вертикали от сечения 1–1 в чаше до продольных осей коллектора и питателей – поддерживался постоянным путем непрерывного доливания воды в чашу и слива ее излишек через специальную щель в чаше:  $H = 0,3630$  м. Жидкость выливается сверху из питателей в форму. В сечениях коллектора 5–5, 6–6, 7–7, 8–8, 9–9, 10–10 и 11–11 установлены для измерения напора пьезометры – стеклянные трубочки длиной 400 мм и внутренним диаметром 4,5 мм. В сечениях стояка 2–2, 3–3 и 4–4 были размещены изогнутые на  $90^\circ$  пьезометры (на рис. 1 не показаны). Время истечения жидкости из каждого питателя составляло 70–200 с – в зависимости от количества одновременно работающих питателей; вес вылившейся из питателя воды – около 9 кг. Эти временные и весовые ограничения обеспечили отклонение от среднего значения скорости  $\pm 0,005$  м/с, не более. Расход жидкости для каждого питателя определялся не менее 6 раз.

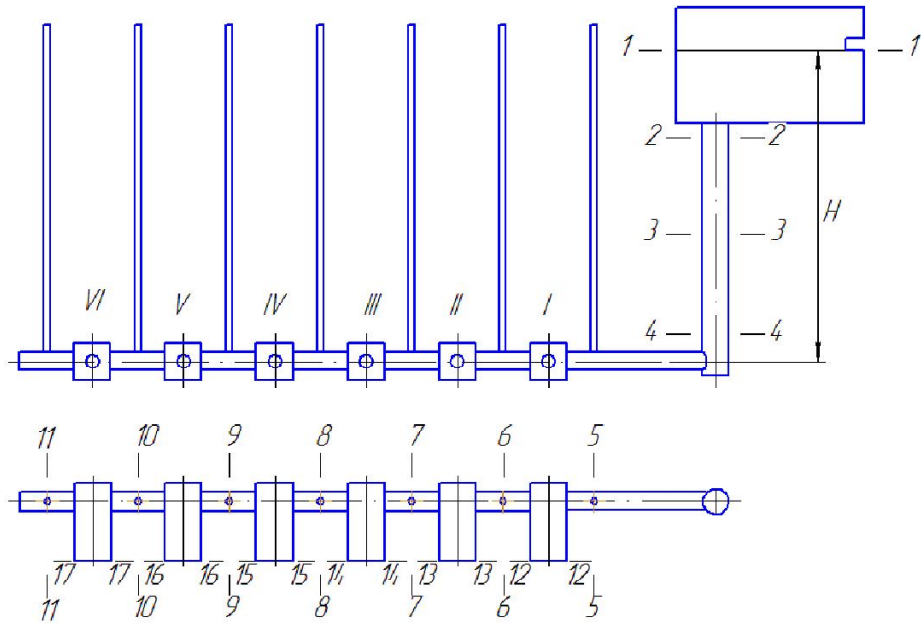


Рис. 1. Литниковая система

Составим уравнение Бернулли (УБ) для сечений 1-1 и 17-17 ЛС (считаем, что работает только питатель VI):

$$\frac{p_1}{\gamma} + \alpha \frac{v_1^2}{2g} + H = \frac{p_{17}}{\gamma} + \alpha \frac{v_{17}^2}{2g} + h_{1-17}^{(1)}, \quad (1)$$

где  $p_1$  и  $p_{17}$  – давления в сечениях 1-1 и 17-17, Н/м<sup>2</sup> (равны атмосферному давлению:  $p_1 = p_{17} = p_a$ );  $\alpha$  – коэффициент неравномерности распределения скорости по сечению потока (коэффициент Кориолиса); принимаем  $\alpha = 1,1$  [2, с. 108];  $g$  – ускорение свободного падения;  $g = 9,81$  м/с<sup>2</sup>;  $v_1$  и  $v_{17}$  – скорости металла в сечениях 1-1 и 17-17, м/с (вследствие большой разности площадей чаши  $S_1$  в сечении 1-1 и питателя  $S_{\text{п}}$  в сечении 17-17 можно принять  $v_1 = 0$ );  $\gamma$  – удельный вес жидкого металла, Н/м<sup>3</sup>;  $h_{1-17}^{(1)}$  – потери напора при движении жидкости от сечения 1-1 до сечения 17-17 (в случае работы только одного питателя VI), м. Эти потери напора

$$h_{1-17}^{(1)} = \zeta_{\text{ст}} \alpha \frac{v_2^2}{2g} + \lambda \frac{l_{\text{ст}}}{d_3} \alpha \frac{v_3^2}{2g} + \left( \zeta_{\text{к}} + \lambda \frac{5l + l_0}{d_{\text{к}}} \right) \alpha \frac{v_{\text{к}}^2}{2g} + \left( \zeta_{\text{п}} + \lambda \frac{l_{\text{п}}}{d_{\text{п}}} \right) \alpha \frac{v_{17}^2}{2g}, \quad (2)$$

где  $\zeta_{\text{ст}}$ ,  $\zeta_{\text{к}}$  и  $\zeta_{\text{п}}$  – коэффициенты местных сопротивлений входа металла из чаши в стояк, поворота из стояка в коллектор и поворота из коллектора в питатель VI;  $v_2$ ,  $v_3$  и  $v_{\text{к}}$  – скорости жидкости в сечениях 2-2, 3-3 стояка и в коллекторе, м/с;  $l_{\text{ст}}$  – длина стояка, м;  $d_3$ ,  $d_{\text{к}}$  и  $d_{\text{п}}$  – гидравлические диаметры

стояка в сечении 3–3, коллектора и питателя VI, м;  $\lambda$  – коэффициент потерь на трение;  $l$  – расстояние между питателями, м;  $l_0$  – расстояние от стояка до первого питателя, м;  $l_{\text{п}}$  – длина питателя, м. Расход в ЛС при сливе сверху определяется скоростью металла  $v_{17}$  в выходном сечении 17–17 питателя VI и площадью его поперечного сечения  $S_{\text{п}}$ :

$$Q = v_{17} S_{\text{п}}. \quad (3)$$

Остальные скорости жидкости в каналах ЛС определяем из уравнения неразрывности потока:

$$Q = v_2 S_2 = v_3 S_3 = v_4 S_4 = v_{\text{к}} S_{\text{к}} = v_{17} S_{\text{п}}, \quad (4)$$

где  $S_2$ ,  $S_3$ ,  $S_4$ ,  $S_{\text{к}}$  – площади сечения стояка в сечениях 2–2, 3–3, 4–4 и площадь сечения коллектора, м<sup>2</sup>. Выразим все скорости металла в (2) через скорость  $v_{17}$ , используя уравнение неразрывности потока (4):

$$h_{1-17(17)}^{(1)} = \alpha \frac{v_{17}^2}{2g} \left[ \zeta_{\text{ст}} \left( \frac{S_{\text{п}}}{S_2} \right)^2 + \lambda \frac{l_{\text{ст}}}{d_3} \left( \frac{S_{\text{п}}}{S_3} \right)^2 + \left( \zeta_{\text{к}} + \lambda \frac{5l + l_0}{d_{\text{к}}} \right) \left( \frac{S_{\text{п}}}{S_{\text{к}}} \right)^2 + \zeta_{\text{п}} + \lambda \frac{l_{\text{п}}}{d_{\text{п}}} \right].$$

Выражение в квадратных скобках обозначим как  $\zeta_{1-17(17)}^{(1)}$  – это коэффициент сопротивления системы от сечения 1–1 до сечения 17–17, приведенный к скорости жидкости в сечении 17–17:

$$\zeta_{1-17(17)}^{(1)} = \zeta_{\text{ст}} \left( \frac{S_{\text{п}}}{S_2} \right)^2 + \lambda \frac{l_{\text{ст}}}{d_3} \left( \frac{S_{\text{п}}}{S_3} \right)^2 + \left( \zeta_{\text{к}} + \lambda \frac{5l + l_0}{d_{\text{к}}} \right) \left( \frac{S_{\text{п}}}{S_{\text{к}}} \right)^2 + \zeta_{\text{п}} + \lambda \frac{l_{\text{п}}}{d_{\text{п}}}. \quad (5)$$

Тогда уравнение (1) можно записать как

$$H = \alpha v_{17}^2 (1 + \zeta_{1-17(17)}^{(1)}) / 2g.$$

а коэффициент расхода системы от сечения 1–1 до сечения 17–17, приведенный к скорости  $v_{17}$ , как

$$\mu_{1-17(17)}^{(1)} = (1 + \zeta_{1-17(17)}^{(1)})^{-1/2}. \quad (6)$$

Скорость

$$v_{17} = \mu_{1-17(17)}^{(1)} \sqrt{2gH / \alpha}. \quad (7)$$

Расход  $Q$  находим по выражению (3). Для данной ЛС длина стояка  $l_{\text{ст}} = 0,2675$  м, длина каждого питателя  $l_{\text{п}} = 0,0495$  м, расстояние между пита-

телями  $l = 0,1190$  м, расстояние от стояка до первого питателя  $l_0 = 0,1220$  м. Диаметры питателя, коллектора и стояка:  $d_{\text{п}} = 0,00903$  м,  $d_{\text{к}} = d_5 = \dots = d_{11} = 0,01603$  м,  $d_{\text{ст}} = d_2 = d_3 = d_4 = 0,02408$  м. Принимаем, как и в работе [3], что коэффициент потерь на трение  $\lambda = 0,03$ . Коэффициент местного сопротивления входа из чаши в стояк в зависимости от радиуса скругления входной кромки определяем по справочнику [4, с. 126]:  $\zeta_{\text{ст}} = 0,10$ . Коэффициент местного сопротивления поворота из стояка в коллектор на  $90^\circ$  и изменения площадей сечений потока  $\zeta_{\text{к}} = 0,396$  [5]. Коэффициент местного сопротивления поворота из коллектора в питатель на  $90^\circ$  (с изменением площадей сечений)  $\zeta_{\text{п}} = 0,334$  [5]. Результаты расчетов по соотношениям (5), (6), (7) и (3):  $\zeta_{1-17(17)}^{(1)} = 0,682017$ ,  $\mu_{1-17(17)}^{(1)} = 0,771054$ ,  $v_{17}^{(1)} = 1,961965$  м/с,  $Q^{(1)} = Q_{17}^{(1)} = 125,648308 \cdot 10^{-6}$  м<sup>3</sup>/с.

Найдем расход металла в ЛС при работе питателей V и VI. Составим УБ для сечений 9–9 и 17–17:

$$\frac{p_9}{\gamma} + \alpha \frac{v_9^2}{2g} = \left( \zeta_{10} + \lambda \frac{l}{d_{\text{к}}} \right) \alpha \frac{v_{10}^2}{2g} + \left( \zeta_{\text{п}} + \lambda \frac{l_{\text{п}}}{d_{\text{п}}} + 1 \right) \alpha \frac{v_{17}^2}{2g} + \frac{p_{17}}{\gamma}, \quad (8)$$

и для сечений 9–9 и 16–16:

$$\frac{p_9}{\gamma} + \alpha \frac{v_9^2}{2g} = \left( \zeta_{15} + \lambda \frac{l_{\text{п}}}{d_{\text{п}}} + 1 \right) \alpha \frac{v_{16}^2}{2g} + \frac{p_{16}}{\gamma}, \quad (9)$$

где  $p_9$ ,  $p_{16}$  – давления в сечениях 9–9 и 16–16 (давление  $p_{16}$  равно атмосферному  $p_a$ ), Н/м<sup>2</sup>;  $v_9$ ,  $v_{10}$ ,  $v_{16}$  – скорости металла в сечениях 9–9, 10–10 и 16–16, м/с;  $\zeta_{10}$  – коэффициент сопротивления на проход жидкости из сечения 9–9 в сечение 10–10 при ответвлении части потока в питатель V с выходным сечением 16–16;  $\zeta_{16}$  – коэффициент сопротивления на ответвление потока в питатель V с выходным сечением 16–16. Решая (8) и (9) совместно и заменяя  $v_{10}$  на  $v_{17} S_{\text{п}} / S_{\text{к}}$ , получим

$$v_{16} = v_{17} \sqrt{\frac{(\zeta_{10} + \lambda l / d_{\text{к}})(S_{\text{п}} / S_{\text{к}})^2 + \zeta_{\text{п}} + \lambda l_{\text{п}} / d_{\text{п}} + 1}{\zeta_{16} + \lambda l_{\text{п}} / d_{\text{п}} + 1}}.$$

Подставляя в это выражение известные величины, получаем

$$v_{16} = v_{17} \sqrt{\frac{0,100697 \zeta_{10} + 1,520878}{\zeta_{16} + 1,164452}}. \quad (10)$$

В этом выражении неизвестны коэффициенты  $\zeta_{10}$  и  $\zeta_{16}$ , зависящие от отношения скоростей  $v_{10}/v_9$  и  $v_{16}/v_9$ , которые тоже неизвестны. Коэффициенты сопротивлений, обусловленных отделением потока из коллектора в питатель, будем подсчитывать по формулам для тройников [6, с. 112–115]. Коэффициент сопротивления на проход в коллекторе при ответвлении части потока в питатель

$$\zeta_{\text{пр}} = 0,4(1 - v_{\text{пр}}/v_{\text{к}})^2 / (v_{\text{пр}}/v_{\text{к}})^2, \quad (11)$$

а коэффициент сопротивления на ответвление части потока в питатель

$$\zeta_{\text{отв}} = [1 + \tau(v_{\text{п}}/v_{\text{к}})^2] / (v_{\text{п}}/v_{\text{к}})^2, \quad (12)$$

где  $v_{\text{к}}$  и  $v_{\text{пр}}$  – скорости металла в коллекторе до и после ответвления части потока в питатель, м/с;  $v_{\text{п}}$  – скорость жидкости в питателе, м/с;  $\tau$  – коэффициент. Для нашего случая при  $S_{\text{п}}/S_{\text{к}} = 0,317$   $\tau = 0,15$ . Коэффициент  $\zeta_{\text{пр}}$  получается приведенным к скорости проходящего потока  $v_{\text{пр}}$ , а  $\zeta_{\text{отв}}$  – к скорости в питателе  $v_{\text{п}}$ . Уравнение неразрывности потока для работы двух питателей примет вид

$$Q = v_{\text{ст}}S_{\text{ст}} = v_9S_{\text{к}} = v_{10}S_{\text{к}} + v_{16}S_{\text{п}} = v_{17}S_{\text{п}} + v_{16}S_{\text{п}} = (v_{17} + v_{16})S_{\text{п}}.$$

Допустим, что скорость в питателе V равна  $x$  скорости в питателе VI:  $v_{16} = xv_{17}$ . Тогда имеем

$$Q = v_9S_{\text{к}} = v_{17}(1 + x)S_{\text{п}}.$$

Назовем величину  $(1 + x)S_{\text{п}}$  приведенной (к скорости  $v_{17}$ ) площадью питателей  $S_{\text{пр}(17)}^{(2)}$  (для двух работающих питателей). Расход в системе

$$Q = v_{17}S_{\text{пр}(17)}^{(2)}.$$

Предположим, что при работе двух питателей  $x = 0,95$ , т.е.  $v_{16} = 0,95v_{17}$ . Тогда  $S_{\text{пр}(17)}^{(2)} = 1,95S_{\text{п}}$ ,  $Q = 1,95S_{\text{п}}v_{17} = v_9S_{\text{к}}$ ,  $v_{17} = v_9S_{\text{к}}/1,95S_{\text{п}}$ ,  $v_{16} = 0,95v_{17} = 1,535255v_9$ , а  $v_{16}/v_9 = 1,535255$  – это и есть отношение  $v_{\text{п}}/v_{\text{к}}$  в зависимости (12).  $\frac{v_{10}}{v_9} = \frac{v_{10}S_{\text{к}}}{v_9S_{\text{к}}} = \frac{v_{17}S_{\text{п}}}{1,95v_{17}S_{\text{п}}} = 0,512821$  – это  $v_{\text{пр}}/v_{\text{к}}$  в формуле (11).

По соотношению (11) находим, что  $\zeta_{10} = 0,360999$ ; по (12)  $\zeta_{16} = 0,574267$ . Подставляем найденные значения  $\zeta_{10}$  и  $\zeta_{16}$  в выражение (10) и находим:

$v_{16} = 0,9463714v_{17}$ . А мы задавались  $v_{16} = 0,95v_{17}$ . Делаем следующее приближение:  $v_{16} = 0,9463714v_{17}$ . Тогда  $v_{10} / v_9 = 0,5137765$ ,  $\zeta_{10} = 0,3582476$ ,  $v_{16} / v_9 = 1,5322423$ ,  $\zeta_{16} = 0,5759367$ ,  $v_{16} = 0,9458331v_{17}$ . Путем подобных приближений при заданном  $v_{16} = 0,945739v_{17}$  получаем  $v_{16} = 0,9457389v_{17}$ . На этом расчет отношения  $v_{16} / v_{17}$  можно закончить, так как получившееся значение отличается от заданного всего на 0,0000001. Принимаем  $v_{16} = 0,945739v_{17}$ . Приведенная (к скорости  $v_{17}$ ) площадь питателей при работе двух питателей  $S_{\text{пп}(17)}^{(2)} = 1,945739S_{\text{п}}$ ,  $v_{10} / v_9 = 0,513944$ ,  $\zeta_{10} = 0,357768$ ,  $v_{16} / v_9 = 1,531716$ ,  $\zeta_{16} = 0,576229$ .

УБ для сечений  $1-1$  и  $17-17$  при работе двух питателей выглядит так же, как и для одного питателя – это зависимость (1). Однако расход в системе  $Q = (v_{16} + v_{17})S_{\text{п}} = v_{17}S_{\text{пп}(17)}^{(2)}$ . У нас  $S_{\text{пп}(17)}^{(2)} = 1,945739S_{\text{п}}$ ,  $v_{\text{ст}} = v_{17}S_{\text{пп}(17)}^{(2)} / S_{\text{ст}}$ ,  $v_9 = v_{17}S_{\text{пп}(17)}^{(2)} / S_{\text{к}}$ . И потери напора нужно записать так:

$$h_{1-17(17)}^{(2)} = \alpha \frac{v_{17}^2}{2g} \left[ \left( \zeta_{\text{ст}} + \lambda \frac{l_{\text{ст}}}{d_{\text{ст}}} \right) \left( \frac{S_{\text{пп}(17)}^{(2)}}{S_{\text{ст}}} \right)^2 + \left( \zeta_{\text{к}} + \lambda \frac{4l + l_0}{d_{\text{к}}} \right) \left( \frac{S_{\text{пп}(17)}^{(2)}}{S_{\text{к}}} \right)^2 + \left( \zeta_{10} + \lambda \frac{l}{d_{\text{к}}} \right) \left( \frac{S_{\text{п}}}{S_{\text{к}}} \right)^2 + \zeta_{\text{п}} + \lambda \frac{l_{\text{п}}}{d_{\text{п}}} \right]. \quad (13)$$

Выражение в квадратных скобках в (13) – это  $\zeta_{1-17(17)}^{(2)}$  – коэффициент сопротивления ЛС от сечения  $1-1$  до сечения  $17-17$ , приведенный к скорости металла в сечении  $17-17$  (учитывающий, разумеется, работу обоих питателей). Находим, что  $\zeta_{1-17(17)}^{(2)} = 1,166962$ ,  $\mu_{1-17(17)}^{(2)} = 0,679320$ ,  $v_{17}^{(2)} = 1,728546$  м/с,  $v_{16}^{(2)} = 1,634753$  м/с,  $Q_{17}^{(2)} = 110,699651 \cdot 10^{-6}$  м<sup>3</sup>/с,  $Q_{16}^{(2)} = 104,692985 \cdot 10^{-6}$  м<sup>3</sup>/с,  $Q^{(2)} = Q_{17}^{(2)} + Q_{16}^{(2)} = 215,392636 \cdot 10^{-6}$  м<sup>3</sup>/с.

Поступая аналогичным образом, определяем расход металла в ЛС при одновременной работе трех, четырех, пяти и шести питателей. После соответствующих расчетов получили:  $v_{16} = 0,945739v_{17}$ ,  $v_{15} = 0,825572v_{17}$ ,  $v_{14} = 0,701509v_{17}$ ,  $v_{13} = 0,601163v_{17}$ ,  $v_{12} = 0,541422v_{17}$ ,  $v_{10} / v_9 = 0,513944$ ,  $v_9 / v_8 = 0,702101$ ,  $v_8 / v_7 = 0,798000$ ,  $v_7 / v_6 = 0,852439$ ,  $v_6 / v_5 = 0,882692$ ,  $\zeta_{10} = 0,357768$ ,  $\zeta_9 = 0,072011$ ,  $\zeta_8 = 0,025630$ ,  $\zeta_7 = 0,011986$ ,  $\zeta_6 = 0,007065$ ,  $v_{17} / v_{10} = 3,151313$ ,  $v_{16} / v_9 = 1,531716$ ,  $v_{15} / v_8 = 0,938774$ ,  $v_{14} / v_7 = 0,636565$ ,  $v_{13} / v_6 = 0,465012$ ,  $v_{12} / v_5 = 0,369672$ ,  $\zeta_{17} = \zeta_{\text{п}} = 0,334$  (данные эксперимен-

та),  $\zeta_{16} = 0,576229$ ,  $\zeta_{15} = 1,284691$ ,  $\zeta_{14} = 2,617829$ ,  $\zeta_{13} = 4,774566$ ,  $\zeta_{12} = 7,467534$ . Отметим впечатляющий вид зависимости для определения коэффициента сопротивления системы из шести питателей от сечения  $l-l$  до сечения  $17-17$  (приведен к скорости  $v_{17}$ ):

$$\begin{aligned} \zeta_{1-17(17)}^{(6)} = & \left( \zeta_{ст} + \lambda \frac{l_{ст}}{d_{ст}} \right) \left( \frac{S_{np(17)}^{(6)}}{S_{ст}} \right)^2 + \left( \zeta_{к} + \lambda \frac{l_0}{d_{к}} \right) \left( \frac{S_{np(17)}^{(6)}}{S_{к}} \right) + \left( \zeta_6 + \lambda \frac{l}{d_{к}} \right) \left( \frac{S_{np(17)}^{(5)}}{S_{к}} \right)^2 + \\ & + \left( \zeta_7 + \lambda \frac{l}{d_{к}} \right) \left( \frac{S_{np(17)}^{(4)}}{S_{к}} \right)^2 + \left( \zeta_8 + \lambda \frac{l}{d_{к}} \right) \left( \frac{S_{np(17)}^{(3)}}{S_{к}} \right)^2 + \left( \zeta_9 + \lambda \frac{l}{d_{к}} \right) \left( \frac{S_{np(17)}^{(2)}}{S_{к}} \right)^2 + \\ & + \left( \zeta_{10} + \lambda \frac{l}{d_{к}} \right) \left( \frac{S_{п}}{S_{к}} \right)^2 + \zeta_{п} + \lambda \frac{l}{d_{п}}. \end{aligned}$$

Расчетные и экспериментальные данные сведены в табл. 1. Как видно, с увеличением количества питателей (и суммарной их площади) в 6 раз расход в системе стал больше только в 2,97 раза по расчету и в 3,01 раза в эксперименте. Это объясняется ростом гидравлического сопротивления системы –  $\zeta_{1-17(17)}$  увеличился в 4,48 раза. А скорость жидкости  $v_{17}$  в питателе VI уменьшилась с 1,940 до 1,241 м/с, в 1,56 раза, при увеличении количества одновременно работающих питателей с 1 до 6. Теоретические значения скорости  $v_{17}$  больше экспериментальных на 1,1–3,4 %. Отличие опытных величин расходов от расчетных изменяется от –1,0 до +1,9 %. Приведенная (к скорости  $v_{17}$ ) площадь питателей при работе 6 питателей  $S_{np(17)}^{(6)} = 4,615S_{п}$ , а их суммарная площадь  $\Sigma S_{п} = 6S_{п}$ .

Чтобы найти давление  $p_x$  в произвольном сечении  $x-x$  стояка, составим УБ аналогично (1) для сечений  $l-l$  и  $x-x$  и после преобразований получим:

$$\frac{p_x - p_a}{\gamma} = H_{1-x} - \alpha \frac{v_x^2}{2g} (1 + \zeta_{1-x(x)}), \quad (14)$$

где  $H_{1-x}$  – расстояние по вертикали от сечения  $l-l$  до сечения  $x-x$ , м;  $v_x$  – скорость жидкости в сечении  $x-x$ , м/с;  $\zeta_{1-x(x)}$  – коэффициент сопротивления системы от сечения  $l-l$  до сечения  $x-x$ , приведенный к скорости жидкости  $v_x$  в сечении  $x-x$ . Этот коэффициент для любого сечения стояка

$$\zeta_{1-x(x)} = \zeta_{ст} + \lambda l_{ст-x} / d_{ст}.$$

Таблица 1

## Расчетные и экспериментальные характеристики литниковой системы

Работающие питатели	$\zeta_{1-17(17)}$	$\mu_{1-17(17)}$	$S_{\text{пр}(17)}$	$\frac{v_{17}}{v_{17}^3}$ , м/с	$\frac{v_{17} - v_{17}^3}{v_{17}^3} \cdot 100\%$	$\frac{Q}{Q^3}$ , см <sup>3</sup> /с	$\frac{Q - Q^3}{Q^3} \cdot 100\%$
VI	0,682	0,771	$S_{\text{II}}$	$\frac{1,962}{1,940}$	+1,1	$\frac{125,65}{125,27}$	+0,3
V, VI	1,167	0,679	$1,946S_{\text{II}}$	$\frac{1,729}{1,691}$	+2,2	$\frac{215,39}{211,38}$	+1,9
IV–VI	1,735	0,605	$2,771S_{\text{II}}$	$\frac{1,539}{1,497}$	+2,8	$\frac{273,09}{270,40}$	+1,0
III–VI	2,264	0,554	$3,473S_{\text{II}}$	$\frac{1,408}{1,370}$	+2,8	$\frac{313,25}{311,64}$	+0,5
II–VI	2,704	0,520	$4,074S_{\text{II}}$	$\frac{1,322}{1,279}$	+3,4	$\frac{344,94}{346,48}$	-0,4
I–VI	3,052	0,497	$4,615S_{\text{II}}$	$\frac{1,264}{1,241}$	+1,9	$\frac{373,63}{377,33}$	-1,0

где  $l_{\text{ст-}x}$  – расстояние от верха стояка (низа чаши) до сечения  $x-x$ , м. Значения  $l_{\text{ст-}x}$  и  $H_{1-x}$  были такими (м):  $l_{\text{ст-}2} = 0,0305$ ,  $l_{\text{ст-}3} = 0,1190$ ,  $l_{\text{ст-}4} = 0,2090$ ,  $H_{1-2} = 0,1340$ ,  $H_{1-3} = 0,2225$ ,  $H_{1-4} = 0,3125$ . Введем такое обозначение:  $H_x = (p_x - p_a) / \gamma$ . И из (14) получаем следующие выражения:

$$H_2 = H_{1-2} - 1,137998\alpha \frac{v_2^2}{2g}, \quad H_3 = H_{1-3} - 1,248256\alpha \frac{v_3^2}{2g},$$

$$H_4 = H_{1-4} - 1,360382\alpha \frac{v_4^2}{2g}.$$

Поскольку стояк имеет цилиндрическую форму, то  $v_2 = v_3 = v_4 = v_{\text{ст}}$ . А  $v_{\text{ст}}$  будем находить по формуле  $v_{\text{ст}} = Q / S_{\text{ст}}$ , где  $Q$  – расход жидкости в ЛС. Значения  $Q$  в зависимости от количества одновременно работающих питателей приведены в табл. 1.

Чтобы найти напор  $H_y$  в произвольном сечении  $y-y$  коллектора, составим УБ аналогично (1) для сечений  $l-l$  и  $y-y$  и после преобразований получим:



$$H_y = H - \alpha \frac{v_y^2}{2g} (1 + \zeta_{1-y(y)}), \quad (15)$$

где  $v_y$  – скорость жидкости в сечении  $y$ - $y$ , м/с;  $\zeta_{1-y(y)}$  – коэффициент сопротивления системы от сечения  $I-I$  до сечения  $y$ - $y$ , приведенный к скорости жидкости  $v_y$  в этом сечении. Исходя из (4)–(5), в общем виде  $\zeta_{1-y(y)}$  запишем как

$$\zeta_{1-y(y)} = \left( \zeta_{ст} + \lambda \frac{l_{ст}}{d_{ст}} \right) \left( \frac{S_k}{S_{ст}} \right)^2 + \zeta_k + \lambda \frac{l_{ст-y}}{d_k}, \quad (16)$$

где  $l_{ст-y}$  – расстояние от стояка до сечения  $y$ - $y$ . Если  $d_{ст} = d_k$ , а  $S_{ст} = S_k$ , то (16) можно записать так:

$$\zeta_{1-y(y)} = \zeta_{ст} + \lambda \frac{l_{ст} + l_{ст-y}}{d_k} + \zeta_k.$$

Пьезометры установлены в сечениях 5–5, 6–6, 7–7, 8–8, 9–9, 10–10 и 11–11, находящихся от стояка на таких расстояниях (м):  $l_{ст-5} = 0,0625$ ,  $l_{ст-6} = 0,1815$ ,  $l_{ст-7} = 0,3005$ ,  $l_{ст-8} = 0,4195$ ,  $l_{ст-9} = 0,5385$ ,  $l_{ст-10} = 0,6575$ ,  $l_{ст-11} = 0,7765$ . Подставив в (16) известные величины, получаем из (15):

$$H_5 = H - 1,598055\alpha \frac{v_5^2}{2g}, \quad (17)$$

$$H_6 = H - 1,820762\alpha \frac{v_6^2}{2g}, \quad (18)$$

$$H_7 = H - 2,043470\alpha \frac{v_7^2}{2g}, \quad (19)$$

$$H_8 = H - 2,266177\alpha \frac{v_8^2}{2g}, \quad (20)$$

$$H_9 = H - 2,488884\alpha \frac{v_9^2}{2g}, \quad (21)$$

$$H_{10} = H - 2,711592\alpha \frac{v_{10}^2}{2g}. \quad (22)$$

По этим формулам можно рассчитать напор в коллекторе и при работе любого количества питателей, но только до места отделения части потока в питатель. При работе только питателя VI напоры в сечениях 5–5, 6–6, 7–7, 8–8, 9–9

и 10–10 находим по формулам (17)–(22). При работе двух питателей V и VI  $v_{10} \neq v_9$ . Напоры в сечениях 5–5, 6–6, 7–7, 8–8 и 9–9 считаются по выражениям (17)–(21). Однако по соотношению (22) напор в сечении 10–10 считать нельзя, так как коэффициент сопротивления  $\zeta_{1-10(10)}$  в (22) не учитывает потери на проход в коллекторе от сечения 9–9 в 10–10 при ответвлении части потока в питатель V с выходным сечением 16–16. Произведем необходимые математические вычисления.

При работе двух питателей – V и VI – уравнение Бернулли для сечений 9–9 и 10–10 запишется в следующем виде:

$$H_9 + \alpha \frac{v_9^2}{2g} = H_{10} + \alpha \frac{v_{10}^2}{2g} + \lambda \frac{l/2}{d_k} \alpha \frac{v_9^2}{2g} + \zeta_{10} \alpha \frac{v_{10}^2}{2g} + \lambda \frac{l/2}{d_k} \alpha \frac{v_{10}^2}{2g}.$$

После преобразований имеем

$$H_{10} = H_9 + \alpha \frac{v_9^2}{2g} \left[ 1 - \lambda \frac{l}{2d_k} - (v_{10}/v_9)^2 \left( 1 + \lambda \frac{l}{2d_k} + \zeta_{10} \right) \right].$$

Формулы для расчета  $H_9$ ,  $H_8$ ,  $H_7$  и  $H_6$  при работе соответственно трех, четырех, пяти и шести питателей выводятся аналогично:

$$H_9 = H_8 + \alpha \frac{v_8^2}{2g} \left[ 1 - \lambda \frac{l}{2d_k} - (v_9/v_8)^2 \left( 1 + \lambda \frac{l}{2d_k} + \zeta_9 \right) \right],$$

$$H_8 = H_7 + \alpha \frac{v_7^2}{2g} \left[ 1 - \lambda \frac{l}{2d_k} - (v_8/v_7)^2 \left( 1 + \lambda \frac{l}{2d_k} + \zeta_8 \right) \right],$$

$$H_7 = H_6 + \alpha \frac{v_6^2}{2g} \left[ 1 - \lambda \frac{l}{2d_k} - (v_7/v_6)^2 \left( 1 + \lambda \frac{l}{2d_k} + \zeta_7 \right) \right],$$

$$H_6 = H_5 + \alpha \frac{v_5^2}{2g} \left[ 1 - \lambda \frac{l}{2d_k} - (v_6/v_5)^2 \left( 1 + \lambda \frac{l}{2d_k} + \zeta_6 \right) \right].$$

Расчетные и экспериментальные (в знаменателе) значения напоров жидкости в каналах ЛС приведены в табл. 2, а напоры в пьезометрах ЛС в зависимости от количества одновременно работающих питателей показаны на рис. 2–8.

Как подсчитать напор в сечении 11–11, в котором скорость жидкости равна 0? Определить потери напора на проход по соотношению (11) невозможно из-за деления на 0. Однако эта потеря напора определяется по скорости *за* ответвлением потока. А если находить по скорости *до* ответвления по-

тока, то (11) будет выглядеть так:  $\zeta_{\text{пр}} = 0,4(1 - v_{\text{пр}} / v_{\text{к}})^2$ . Кстати, она в таком виде и приведена в источнике [6, с. 112]. Поскольку отношение  $v_{\text{пр}} / v_{\text{к}} = 0$ , то  $\zeta_{\text{пр}} = 0,4$ . Тогда, составив УБ для сечений 10–10 и 11–11 и сделав ряд преобразований, получим, что  $H_{11} = H_{10} + 0,488646\alpha \frac{v_{10}^2}{2g}$ .

Таблица 2

**Расчетные и экспериментальные величины напора воды  
в литниковой системе, м**

Сечение	Работающие питатели					
	VI	V, VI	IV–VI	III–VI	II–VI	I–VI
2–2	<u>0,1291</u>	<u>0,1197</u>	<u>0,1111</u>	<u>0,1038</u>	<u>0,0974</u>	<u>0,0911</u>
	0,126	0,120	0,106	0,106	0,100	0,094
3–3	<u>0,2172</u>	<u>0,2068</u>	<u>0,1973</u>	<u>0,1894</u>	<u>0,1824</u>	<u>0,1754</u>
	0,215	0,206	0,192	0,185	0,182	0,171
4–4	<u>0,3067</u>	<u>0,2954</u>	<u>0,2851</u>	<u>0,2764</u>	<u>0,2687</u>	<u>0,2612</u>
	0,300	0,290	0,279	0,272	0,262	0,252
5–5	<u>0,3283</u>	<u>0,2609</u>	<u>0,1989</u>	<u>0,1471</u>	<u>0,1013</u>	<u>0,0559</u>
	0,318	0,258	0,194	0,139	0,098	0,052
6–6	–	–	–	–	<u>0,0648</u>	<u>0,0592</u>
					0,065	0,061
7–7	–	–	–	<u>0,0870</u>	<u>0,0766</u>	<u>0,0701</u>
				0,091	0,081	0,074
8–8	–	–	<u>0,1304</u>	<u>0,1092</u>	<u>0,0962</u>	<u>0,0880</u>
			0,136	0,115	0,101	0,093
9–9	–	<u>0,2040</u>	<u>0,1617</u>	<u>0,1355</u>	<u>0,1194</u>	<u>0,1091</u>
		0,207	0,171	0,141	0,125	0,114
10–10	<u>0,3040</u>	<u>0,2360</u>	<u>0,1870</u>	<u>0,1567</u>	<u>0,1381</u>	<u>0,1262</u>
	0,304	0,231	0,194	0,165	0,145	0,126
11–11	<u>0,3146</u>	<u>0,2442</u>	<u>0,1935</u>	<u>0,1622</u>	<u>0,1429</u>	<u>0,1306</u>
	0,310	0,243	0,198	0,168	0,148	0,134



Рис. 2. Литниковая система (расход воды равен 0)



Рис. 3. Литниковая система с одним работающим питателем



Рис. 4. Литниковая система с двумя работающими питателями

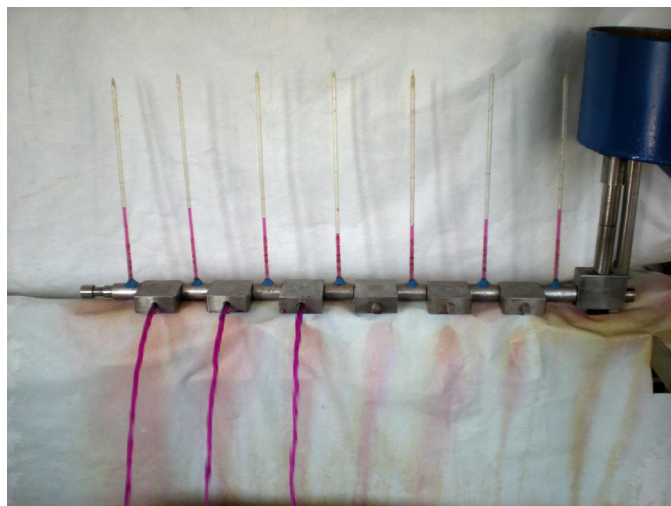


Рис. 5. Литниковая система с тремя работающими питателями



Рис. 6. Литниковая система с четырьмя работающими питателями

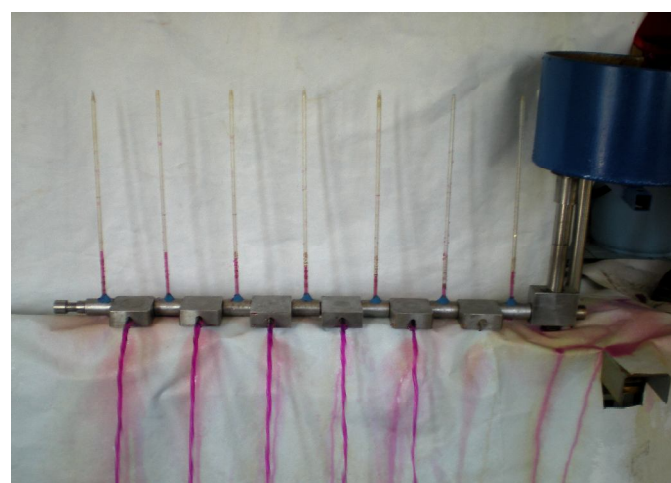


Рис. 7. Литниковая система с пятью работающими питателями



Рис. 8. Литниковая система с шестью работающими питателями

Из-за малых отличий теоретических и экспериментальных результатов возникает мысль о порочном круге, когда в расчетах используются данные, полученные в своих же опытах. Действительно, коэффициент сопротивления на поворот из коллектора в питатель и изменение площадей сечений потока до и после поворота  $\zeta_{\text{п}}$  находился для этой же литниковой системы. Однако порочного круга нет. Во-первых, в экспериментах по определению этого коэффициента *при работе только одного питателя* (не было деления потока!) использовалась не новая, а известная зависимость – уравнение Бернулли. Во-вторых, для определения указанного коэффициента проводились независимые опыты [5]. И главное, коэффициенты сопротивлений в гидравлике расчету не поддаются, а определяются экспериментально. Только сопротивление резкого расширения потока, а также – с некоторыми допущениями – сопротивление резкого сужения и сопротивление поворота на  $90^\circ$  без изменения площадей сечений до и после поворота подсчитываются теоретически. А наши главные сопротивления – поворот из стояка в коллектор и поворот из коллектора в питатель с изменением площадей сечений до и после поворота – определяются только опытным путем. Как и коэффициент потерь на трение  $\lambda$ . Коэффициент сопротивления входа из чаши в стояк в зависимости от радиуса скругления входной кромки стояка приведен в справочнике [4] – это данные экспериментов. Коэффициенты сопротивлений на проход и на ответвление части потока, определяемые по (11) и (12), тоже получены путем обработки результатов опытов [6]. Раз гидравлика – расчетно-экспериментальная наука, то приходится использовать в теоретических исследованиях опытные данные.

Однако появляется другая мысль: методика расчета подходит только «для данного случая». Чтобы отвести это серьезную претензию, были проведены следующие эксперименты. При диаметре питателя  $d_{\text{п}} = 9,03$  мм диаметры коллектора и стояка были такими: 9,03, 12,03, 13,03, 14,03, 15,03,

16,03, 18,03, 20,08, 24,08 и 30,08 мм. Также для коллектора с  $d_k = 16,03$  мм изучали питатели диаметром  $d_{\text{п}} = 2,03 \dots 16,03$  мм (через 1 мм). Величину напора  $H$  использовали такую: 0,1830, 0,3630, 0,5030, 0,7530 и 1,0830 м. Кроме L-образной [7–13], разветвленной [14–16] и комбинированной [17], были исследованы такие своеобразные системы, как крестовинная, кольцевая и ярусная. Отклонения опытных величин от расчетных составляло 1–6 %, поэтому говорить о применимости предлагаемой методики расчета только «для данного случая» ( $H = 0,3630$  м,  $d_{\text{ст}} = 24,08$  мм,  $d_k = 16,03$  мм,  $d_{\text{п}} = 9,03$  мм,  $l = 119$  мм) не следует, границы ее использования могут выявить только дальнейшие теоретические и экспериментальные исследования.

Отметим любопытный факт в пользу предлагаемой теории расчета ЛС. При увеличении количества питателей с 1 до 2 (в два раза) расход в системе увеличился в 1,714 раза по расчету и в 1,687 раза в эксперименте. А изменение числа питателей с 5 до 6 привело к росту расхода только в 1,083 и 1,089 раза соответственно, т.е. в методике учитывается рост гидравлического сопротивления системы, как и в эксперименте. И питатели «знают» друг о друге, так как включение или выключение хотя бы одного питателя приводит к перестройке работы всей гидравлической системы (см. табл. 1 и 2).

Можно подсчитать  $S_{\text{пр}}$ ,  $\zeta$ ,  $\mu$ ,  $\nu$  и  $Q$  для каждого питателя: например, при двух работающих питателях у питателя V такие характеристики (данные о питателе VI приведены в табл. 1):  $S_{\text{пр}(16)}^{(2)} = 2,052 S_{\text{п}}$ ,  $\zeta_{1-16(16)}^{(2)} = 1,418$ ,  $\mu_{1-16(16)}^{(2)} = 0,643$ ,  $\nu_{16} = 1,635$  м/с,  $Q_{16} = 104,69 \cdot 10^{-6}$  м<sup>3</sup>/с.

Следует отметить поразительное явление – стабильность отношения скорости в  $i$ -м питателе к скорости жидкости в дальнем от стояка питателе VI с выходным сечением 17–17. Отношение  $\nu_{16}/\nu_{17} = 0,946$  по расчету при работе питателей VI и V, а в экспериментах оно равно  $0,95 \pm 0,01$  при действии и этих двух питателей, и трех питателей (VI, V и IV), и четырех, пяти и шести питателей. То же самое следует сказать об отношениях  $\nu_{15}/\nu_{17}$ ,  $\nu_{14}/\nu_{17}$ ,  $\nu_{13}/\nu_{17}$  и  $\nu_{12}/\nu_{17}$ . Дальнейшее увеличение питателей до 9 не повлияло на эти отношения. Пытались «разбить» эти отношения увеличением напора в 6 раз (с 0,1830 до 1,0830 м) и диаметра стояка в 34 раза (с 9,03 мм до 310 мм). Однако отношения  $\nu_i/\nu_{17}$  от этого не изменились. Это отрадный факт, так как в противном случае расчет ЛС был бы невозможен.

Теперь рассмотрим, что же это такое – приведенная площадь питателей и какой у нее смысл. Для двух питателей  $Q = \nu_{17} S_{\text{пр}(17)}^{(2)}$ , а  $S_{\text{пр}(17)}^{(2)} = (1+x) S_{\text{п}}$ . Получается, что при работе питателей V и VI скорости истечения жидкости из них одинаковы и равны  $\nu_{17}$ , а площадь питателя V составляет  $x$  от площа-



ди питателя VI:  $S_{16} = xS_{17} = xS_{\Pi}$ , т.е. появляются дробные, или частичные, питатели. Математически в ЛС во всех питателях скорость одна и та же, а площади их поперечных сечений разные. Хотя понятно, что физически у питателей площади сечений одинаковые, а скорости течения жидкости – разные. Благодаря этому приему – приведению всех скоростей жидкости в питателях к одной скорости и введению дробных питателей – удалось решить систему уравнений истечения жидкости одновременно из нескольких питателей. При работе всех шести питателей площадь питателя VI  $S_{17} = S_{\Pi}$ , а питателя I  $S_{12} = 0,541S_{\Pi}$ . Если добавить еще три таких же питателя между стояком и питателем I, то расчетная (и экспериментальная) площадь ближнего к стояку питателя составит всего  $0,345S_{\Pi}$ .

Так о чем же идет речь? Например, в случае работы всех шести питателей записываем для каждого из них свое УБ для сечений  $l-l$  и  $z-z$  при истечении в атмосферу и получаем:  $H = \alpha v_{17}^2 / 2g\mu_{1-17(17)}^2$ ,  $H = \alpha v_{16}^2 / 2g\mu_{1-16(16)}^2$ , ...,  $H = \alpha v_{12}^2 / 2g\mu_{1-12(12)}^2$ . Или можно записать УБ для сечения  $l-l$  и любого сечения ЛС, или двух любых сечений, хотя расходы жидкости в этих сечениях могут отличаться в разы и даже в десятки раз, т.е. мы используем уравнение Бернулли для сечений потока с разными расходами и, как это ни удивительно, эксперименты подтверждают данное, казалось бы, абсурдное допущение. За счет этого стал возможным расчет ЛС, безо всяких дополнительных принципов. Только очевидное:  $Q = \sum_{i=1}^n Q_i$ , где  $Q_i$  – расход жидкости в  $i$ -м питателе.

В любом сечении гидравлической системы действует  $H$  в виде суммы скоростного и пьезометрического напоров и потерь напора. Особенно эффективно выглядят кольцевые системы, с кольцами разных гидравлических сопротивлений, с тупиковыми участками крестовинных и L-образных ЛС, разбросанных на большой площади и на значительном расстоянии друг от друга.

Вернемся к фотографиям на рис. 2–8. При расходе в системе  $Q = 0$  напоры во всех пьезометрах, конечно, одинаковы и равны  $H$  (рис. 2). При включении питателя VI (рис. 3) напор между сечениями 5–5 и 10–10 уменьшается из-за безвозвратных потерь на трение по длине коллектора, а в 11–11 напор возрастает – для сохранения общей энергии потока за вычетом потерь. При двух работающих питателях (V и VI) напор между сечениями 5–5 и 9–9 уменьшается, в сечении 10–10 он больше, чем в 9–9, а в 11–11 – больше, чем в 10–10 (рис. 4), и т.д. При работе всех шести питателей напор в сечении 5–5 равен 56 мм (см. табл. 2 и рис. 8), а ведь рядом на расстоянии 62,5 мм напор в стояке и чаше  $H = 363$  мм, в 7 раз больше. Наибольшее изменение напора в данной ЛС – 26 мм – наблюдается между сечениями 8–8 и 9–9 при работе



четырёх питателей (см. табл. 2). А если увеличить диаметр питателя  $d_{\text{п}}$  с 9,03 до 16,03 мм при прежнем  $d_{\text{к}} = 16,03$  мм, то при работе только питателя VI  $v_{\text{к}} = v_{\text{п}} = 1,458$  м/с,  $H_{10} = 125$  мм,  $H_{11} = 190$  мм. Таким образом, рост напора в сечении 11–11 по сравнению с 10–10 после ухода потока в питатель VI на целых 65 мм, в 1,52 раза, находится в соответствии с теорией. Эти удивительные превращения в ЛС говорят о том, что УБ работает. Если бы оно не действовало, то после оттока жидкости из коллектора в питатель напор должен был не расти, а уменьшаться. Даже в сечении 11–11 при работе всех питателей, когда уже было ответвление потока 6 раз, казалось бы, это сечение не должно было «знать», что следует подчиняться уравнению Бернулли. А оно подчиняется.

Таким образом, теоретически и экспериментально исследована L-образная литниковая система. Показано, что уравнение Бернулли можно использовать при расчете потока жидкости с переменным расходом. Для теоретического исследования таких систем созданы и зарегистрированы в государственном реестре программы для ЭВМ [18, 19].

### Список литературы

1. Васенин В.И., Емельянов К.И., Щелконогов М.Ю. Стенд для исследования литниковых систем: патент на полезную модель № 92817 от 08.12.2009 // Изобретения. Полезные модели. – 2010. – № 28. – С. 35.
2. Чугаев Р.Р. Гидравлика. – М.: Бастет, 2008. – 672 с.
3. Токарев Ж.В. К вопросу о гидравлическом сопротивлении отдельных элементов незамкнутых литниковых систем // Улучшение технологии изготовления отливок. – Свердловск: Изд-во УПИ, 1966. – С. 32–40.
4. Идельчик И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. – М.: Машиностроение, 1992. – 672 с.
5. Васенин В.И. Экспериментальное определение коэффициентов местных сопротивлений литниковой системы // Литейное производство. – 2009. – № 1. – С. 22–25.
6. Меерович И.Г., Мучник Г.Ф. Гидродинамика коллекторных систем. – М.: Наука, 1986. – 144 с.
7. Васенин В.И. Расчет расхода металла в питателях литниковой системы при литье под электромагнитным давлением // Магнитная гидродинамика. – 1987. – № 1. – С. 142–143.
8. Васенин В.И. Особенности расчета расхода металла в литниковых системах // Известия вузов. Машиностроение. – 1988. – № 1. – С. 103–106.
9. Васенин В.И. Анализ метода расчета расхода металла в многопитательной литниковой системе // Известия вузов. Машиностроение. – 1991. – № 7–9. – С. 99–103.

10. Васенин В.И. Расчет расхода металла в литниковой системе // Литейное производство. – 2004. – № 12 (приложение). – С. 6–10.
11. Васенин В.И., Щелконогов М.Ю. Исследование L-образной литниковой системы с питателями разных площадей сечений // Вестник ПГТУ. Машиностроение, материаловедение. – Пермь, 2010. – Т. 12, № 1. – С. 37–49.
12. Васенин В.И. Исследование L-образной литниковой системы // Литейное производство. – 2011. – № 8. – С. 32–35.
13. Теоретическое и экспериментальное исследование L-образной литниковой системы / В.И. Васенин, А.В. Богомятков, М.В. Мотыль, К.В. Шаров // Молодые ученые Прикамья-2011: сб. ст. – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2011. – С. 101–111.
14. Васенин В.И. Расчет расхода металла в разветвленной литниковой системе // Литейное производство. – 2007. – № 4. – С. 5–8.
15. Васенин В.И., Щелконогов М.Ю. Исследование разветвленной литниковой системы // Литейное производство. – 2010. – № 8. – С. 17–20.
16. Васенин В.И. Исследование разветвленной литниковой системы с питателями разных площадей сечений // Вестник ПГТУ. Машиностроение, материаловедение. – Пермь, 2011. – Т. 13, № 1. – С. 52–67.
17. Васенин В.И., Богомятков А.В., Шаров К.В. Исследование L-образной и комбинированной литниковых систем // Вестник ПГТУ. Машиностроение, материаловедение. – Пермь, 2011. – Т. 13, № 2. – С. 85–102.
18. Васенин В.И., Щелконогов М.Ю. Расчет L-образной литниковой системы: программа для ЭВМ № 2009616306 от 13.11.2009 // Программы для ЭВМ. Базы данных. Топологии интегральных микросхем. – 2010. – № 1. – С. 49.
19. Васенин В.И. Расчет L-образной литниковой системы с питателями разных площадей сечений: программа для ЭВМ № 2011619038 от 18.11.2011 // Программы для ЭВМ. Базы данных. Топологии интегральных микросхем. – 2012. – № 1. – С. 159.

Получено 2.03.2012