УДК 614.86:531.3-043.61

А.В. Попов, А.А. Горбунов

Пермский национальный исследовательский
политехнический университет, Россия

РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ АВТОМОБИЛЕЙ ДО СТОЛКНОВЕНИЯ ПРИ ДОРОЖНО-ТРАНСПОРТНЫХ ПРОИСШЕСТВИЯХ

Расчеты параметров движения транспортных средств до столкновения не всегда приводят к однозначным выводам. Это связано с отсутствием достоверной информации о значениях затрат энергии на деформацию автомобильных деталей, а также информации о направлении ударного импульса. Рассматривается способ расчета параметров движения автомобиля, не требующий ввода значений коэффициента восстановления и направления ударного импульса.

Ключевые слова: *параметры движения, транспортные средства, энергии на деформации, ударный импульс.*

Для решения задач автотехнической экспертизы, связанных с поиском значений параметров движения транспортных средств (ТС) при дорожно-транспортных происшествиях (ДТП) с косым соударением, могут быть использованы различные методики. Модели, используемые в методиках, имеют разную степень сложности. Наиболее простые из них [2] построены по общим принципам элементарной теории удара, где основу модели составляет уравнение, описывающее закон сохранения импульса твердого тела. При этом не берется во внимание существование момента импульса, который возникает при внецентренных соударениях. Также при неизвестных величинах затрат энергии удара на деформацию узлов и деталей автомобилей рекомендуется принимать значение коэффициента восстановления, равное единице. Это существенно облегчает работу эксперта: требуется минимальное количество исходных данных для расчета. Однако настоящие допущения делают расчеты приблизительными. Более того, подобные модели расчета, как правило, могут быть применены только для частных случаев соударений – в противном случае возможно сильное расхождение фактических и расчетных значений параметров.

Использование методик, имеющих в своем составе более сложные модели, как правило, позволяют существенно повысить точность результатов. Но в этом случае остается проблема искажения расчетов при неверном выборе исходных данных: направления действия ударного импульса, коэффициента восстановления и др. Как правило, эксперт при расследовании обстоятельств ДТП располагает минимальным количеством исходных данных, а информация о направлениях действия ударных импульсов и коэффициенте восстановления отсутствует. Это вынуждает исследователя принимать решения исходя из анализа либо получать искомую информацию, используя табличные данные или эмпирические расчеты. В любом случае даже приблизительное соответствие выбранных значений реальным параметрам маловероятно, а следовательно, усложненные методики, несмотря на потенциальные возможности, также не всегда позволяют добиться получения объективных результатов.

Целью настоящей работы является анализ плоской модели косого соударения транспортных средств и поиск путей решения задачи столкновения с использованием минимального количества исходных данных, истинное значение которых может быть доподлинно установлено с учетом существующей практики сбора и учета первичной информации о ДТП.

Плоская модель столкновения не может гарантировать стопроцентное соответствие реальному поведению транспортных средств. Однако, учитывая тот факт, что на работу сил демпфирования в подвеске уходит незначительная доля энергии движения автомобиля, плоская модель может считаться адекватной и достаточной.

На рис. 1 приведена расчетная схема-модель столкновения двух ТС: пусть сталкиваются два ТС различной массы под некоторым углом относительно друг друга. Такое столкновение можно охарактеризовать как *нецентральное косое соударение.*

Предлагаемая модель будет иметь ряд допущений, которые, безусловно, повлияют на точность конечного результата, однако это позволит упростить решение:

1) удар происходит мгновенно;
2) силы трения в точке соударения пренебрежительно малы;
3) ударный импульс действует вдоль линии – нормали к точке удара.

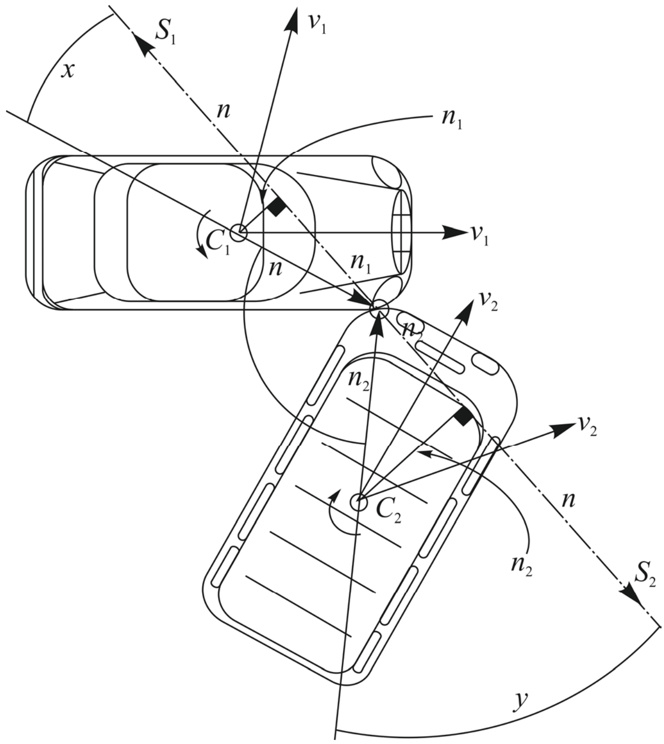


Рис. 1. Расчетная схема процесса соударения

В основе решения задачи о соударении двух тел лежит закон сохранения энергии и импульса.

В случае, когда рассматривается непосредственно процесс столкновения, диссипация (потеря) энергии уходит на деформацию кузова. Уравнение изменения энергетического баланса в результате столкновения принимает вид

$$\frac{m_1 v_1^2}{2}+\frac{m_2 v_2^2}{2}+\frac{J_1 \omega_1^2}{2}+\frac{J_2 \omega_2^2}{2}=\frac{m_1 V_1^2}{2}+\frac{m_2 V_2^2}{2}+\frac{J_1 \Omega_1^2}{2}+\frac{J_2 \Omega_2^2}{2}+A_{\text{деформ}}, \quad (1)$$

где нижние индексы символов в уравнении означают номер транспортного средства; v_i – скорость i-го ТС до удара; V_i – скорость i-го ТС после удара; J_i – момент инерции i-го ТС; ω_i – угловая скорость вращения i-го ТС до удара вокруг вертикальной оси; Ω_i – угловая скорость вращения i-го ТС после удара вокруг вертикальной оси.

Закон сохранения энергии в уравнении (2) является основой гипотезы Ньютона: отношение модуля нормальной составляющей относительной скорости точки контакта тел после удара к его значению до удара есть некоторая физическая постоянная (*коэффициент восстановления*), характеризующая физические свойства соударяющихся тел, но не зависящая от их массы и относительной скорости:

$$\vec{U}_1 \times \vec{n}_1 + \vec{U}_2 \times \vec{n}_2 = -\varepsilon(\vec{u}_1 \times \vec{n}_1 + \vec{u}_2 \times \vec{n}_2), \qquad (2)$$

где U_i, u_i – относительные скорости точек в месте соударения тел после и до удара; ε – коэффициент восстановления.

Относительные скорости точек удара для ТС №1 и №2

$$\vec{U}_i = \vec{V}_i + \vec{\Omega}_i \times \vec{r}_i, \; u_i = v_i + \omega_i \times r_i.$$

Решить задачу столкновения невозможно, используя лишь формулу (2). Требуется составить систему уравнений, где число неизвестных будет соответствовать числу уравнений.

Закон сохранения импульса (частная интерпретация закона сохранения энергии) поможет составить необходимое число уравнений:

1) для линейного перемещения центра масс автомобиля

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{V}_1 + m_2\vec{V}_2; \qquad (3)$$

2) для вращательного движения ТС вокруг центра масс

$$J_1\vec{\omega}_1 + J_2\vec{\omega}_2 = J_1\vec{\Omega}_1 + J_2\vec{\Omega}_2. \qquad (4)$$

Формулы (3) и (4) могут быть записаны в ином виде:

$$m_1\vec{V}_1 - m_1\vec{v}_1 = m_2\vec{V}_2 - m_2\vec{v}_2 \text{ или } m_1(\vec{V}_1 - \vec{v}_1) = m_2(\vec{V}_2 - \vec{v}_2); \qquad (3а)$$

$$J_1\vec{\Omega}_1 - J_1\vec{\omega}_1 = J_2\vec{\Omega}_2 - J_1\vec{\omega}_1 \text{ или } J_1(\vec{\Omega}_1 - \vec{\omega}_1) = J_2(\vec{\Omega}_2 - \vec{\omega}_1). \qquad (4а)$$

Левая и правая части уравнения (3а) представляют собой ударный импульс в точке соударения, действующий одинаково на ТС № 1 и № 2:

$$m_1(\vec{V}_1 - \vec{v}_1) = S_2\vec{n}_1; \; m_2(\vec{V}_2 - \vec{v}_2) = S_2\vec{n}_2, \qquad (3б)$$

где S_i – ударный импульс, действующий на i-е ТС; n_i – единичный вектор, направленный по нормали (линии удара). Единичный вектор показывает направление действия ударного импульса S_i. Очевидно, что по модулю вектор $\vec{S}_1$ равен вектору $\vec{S}_2$: $\left|\vec{S}_1\right| = \left|\vec{S}_2\right| = S$.

Для уравнения (4а) также будет справедлива запись

$$J_1(\vec{\Omega}_1 - \vec{\omega}_1) = S(\vec{r}_1 \times \vec{n}_1)\,;\; J_2(\vec{\Omega}_2 - \vec{\omega}_2) = S(\vec{r}_2 \times \vec{n}_2)\,, \tag{4б}$$

где r_i – радиус-вектор, имеющий начало в точке центра масс, конец – в точке приложения ударного импульса i-го ТС.

Пользуясь уравнениями (2), (3б), (4б), не сложно найти следующую зависимость:

$$S = \frac{1+\frac{1}{\varepsilon}}{D}(\vec{U}_1 \times \vec{n}_1 + \vec{U}_2 \times \vec{n}_2)\,, \tag{5}$$

где D – коэффициент, учитывающий массогабаритные характеристики ТС,

$$D = \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} + \frac{(|\vec{r}_1 \times \vec{n}_1|)^2}{J_1} + \frac{(|\vec{r}_2 \times \vec{n}_2|)^2}{J_2}\,. \tag{6}$$

Таким образом, поставленная задача сводится к решению системы пяти уравнений:

$$\begin{gathered} m_1(\vec{V}_1 - \vec{v}_1) = S_1\vec{n}_1, \\ m_2(\vec{V}_2 - \vec{v}_2) = S_2\vec{n}_2, \\ J_1(\vec{\Omega}_1 - \vec{\omega}_1) = S_1(\vec{r}_1 \times \vec{n}_1), \\ J_2(\vec{\Omega}_2 - \vec{\omega}_2) = S_2(\vec{r}_2 \times \vec{n}_2), \\ S = \frac{1+\frac{1}{\varepsilon}}{D}(\vec{U}_1 \times \vec{n}_1 + \vec{U}_2 \times \vec{n}_2). \end{gathered} \tag{7}$$

Учитывая ранее принятые допущения, имеем пять неизвестных величин: v_1, v_2, S, ω_1, ω_2, которые могут быть найдены решением системы, при условии, что известно положение линии удара и коэффициент восстановления, – задача не может быть решена без дополнительных исходных данных.

Анализ процессов соударений при большинстве ДТП показывает, что на момент соударения автомобили движутся прямолинейно, не вращаясь. Таким образом, следует считать известными значения скоростей вращения ТС в момент перед столкновением: $\omega_1 = \omega_2 = 0$. В этом случае становится возможным определение ориентации линии удара относительно ТС № 1 и № 2.

Зная, что ударный импульс одинаково воздействует на транспортные средства, уравнения (4б) можно свести к одному:

$$\frac{J_1(\vec{\Omega}_1 - \vec{\omega}_1)}{(\vec{r}_1 \times \vec{n}_1)} = \frac{J_2(\vec{\Omega}_2 - \vec{\omega}_2)}{(\vec{r}_2 \times \vec{n}_2)},$$

или, после преобразований,

$$\frac{J_1\left|\vec{\Omega}_1 - \vec{\omega}_1\right|}{J_2\left|\vec{\Omega}_2 - \vec{\omega}_2\right|} = \frac{\left|\vec{r}_1 \times \vec{n}_1\right|}{\left|\vec{r}_2 \times \vec{n}_2\right|}. \tag{8}$$

Векторное произведение $(\vec{r}_i \times \vec{n}_i)$ имеет свой геометрический смысл в уравнениях (4б): модуль произведения численно равен кратчайшему расстояниию от центра масс i-го ТС до линии действия ударного импульса (см. на рис. 1 отрезки h_i). Умножая модуль полученного произведения на скаляр импульса S, получаем момент импульса, что соответствует численному значению левой части уравнения – $J_i(\vec{\Omega}_i - \vec{\omega}_i)$.

Считая $\omega_1 = \omega_2 = 0$, легко найти соотношение

$$\frac{J_1\left|\vec{\Omega}_1\right|}{J_2\left|\vec{\Omega}_2\right|} = \frac{\left|\vec{r}_1 \times \vec{n}_1\right|}{\left|\vec{r}_2 \times \vec{n}_2\right|} = \frac{h_1}{h_2},$$

а значит, и положение линии удара.

Положение линии действия ударного импульса относительно сталкивающихся транспортных средств может быть найдено для всех случаев косого соударения, когда известно, что на момент соударения автомобили не совершали вращательного движения вокруг вертикальной оси (двигались линейно).

Положение линии удара определяет направление действия ударного импульса. Однако является ли это достаточным для решения системы уравнений (7)? Значение импульса S может быть найдено из условия, что известно значение коэффициента восстановления, однако эксперт не может располагать такими данными. Таким образом, на данном этапе очередной задачей становится исследование возможности определения скоростей движения транспортных средств на момент соударения без введения информации о коэффициенте восстановления.

В большинстве случаев при анализе дорожно-транспортных происшествий возможно определить направления движений транспортных средств на момент соударения. Кроме того, гарантией правильности решения является соблюдение равенства (2) – это достаточное условие для решения системы уравнений (7) без ввода значений коэффициента восстановления в качестве исходных данных.

Решение поставленной задачи в рамках описанных условий предлагается реализовать численным методом.

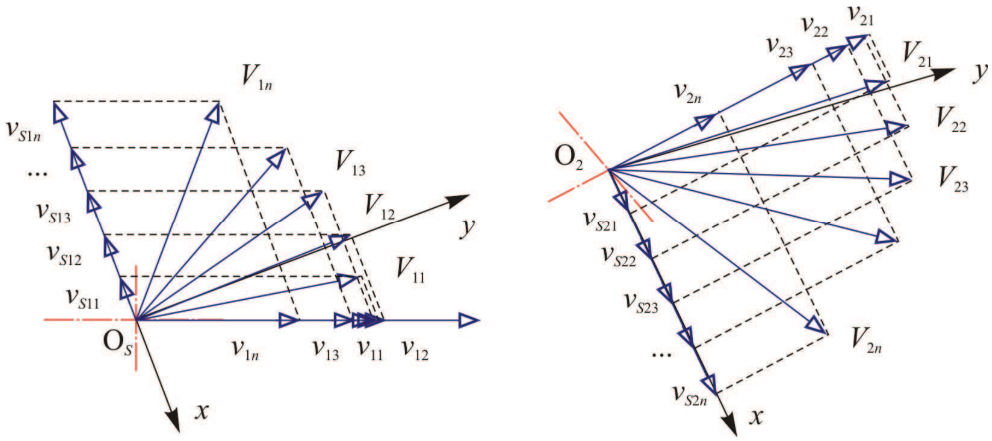
Сущность численного метода сводится к расчету массива значений векторов скоростей до столкновения и выбору пар векторов, удовлетворяющих равенству (2). Для этого на линии удара необходимо поочередно откладывать вектора скоростей ударного импульса $S\vec{n}_1$ и $S\vec{n}_2$ от минимально возможного до максимального значений с выбранным шагом итераций (минимальное значение – нуль; максимальное значение вектора должно соответствовать наименьшему из модулей $\vec{V}_1$ и $\vec{V}_2$). Каждый из векторов ударного импульса есть не что иное, как произведение массы на скорость отдельно взятого транспортного средства, следовательно, $\vec{v}_{S1} = \dfrac{S\vec{n}_1}{m_1}, \vec{v}_{S2} = \dfrac{S\vec{n}_2}{m_2}$, где $\vec{v}_{S1}$ и $\vec{v}_{S2}$ – векторы скоростей от ударного импульса, сонаправленные с $\vec{n}_1$ и $\vec{n}_2$ соответственно. Для каждого выбранного $\vec{v}_{S1i}$ и $\vec{v}_{S2i}$ на очередном *i*-м шаге несложно отыскать такое положение $\vec{V}_1$ и $\vec{V}_2$, когда будет соблюдаться равенство

$$\vec{v}_{S1i} + \vec{v}_{1i} = \vec{V}_{1i}\,,\ \vec{v}_{S2i} + \vec{v}_{2i} = \vec{V}_{2i}\,. \tag{9}$$

Данные уравнения решаются из условий $\left|\vec{V}_1\right| = \left|\vec{V}_{1i}\right|$, $\left|\vec{V}_2\right| = \left|\vec{V}_{2i}\right|$; $\vec{v}_{1i}$ и $\vec{v}_{2i}$ имеют неизменные соответствующие направления (на рис. 2,*а* векторы $\vec{v}_{1i}$ и $\vec{v}_{2i}$ направлены вдоль штриховых линий). Геометрический смысл решения сводится к составлению параллелограммов векторов: отложив на системе координат векторы $\vec{v}_{S11}$, $\vec{v}_{S21}$, указав направления векторов v_1, v_2, можно найти искомые модули v_{11}, v_{21} (рис. 2,*б*).

Рассчитав v_{11}, v_{21}, можно приступать к следующему шагу цикла – расчету v_{12}, v_{22}. Для этого потребуются новые данные – вторые элементы массивов $\vec{v}_{S12}$, $\vec{v}_{S22}$. Используя описанный выше алгоритм, рассчитываем v_{12}, v_{22}.

Аналогичным образом находим v_{1i}, v_{2i}, где i – порядковый номер элементов массивов v_1, v_2, состоящих из n элементов каждый (n – количество заданных циклов).



а *б*

Рис. 2. Схема расчета векторов скоростей движения автомобилей в момент перед столкновением

Как результат, в конечном итоге будем иметь массивы

$$v_1 = \{v_{11}, v_{12}, v_{13}, \ldots, v_{1n}\};\ v_2 = \{v_{21}, v_{22}, v_{23}, \ldots, v_{2n}\}.$$

Завершающим этапом поиска значений скоростей в момент перед ударом будет являться выбор пары элементов массивов, имеющих одинаковый порядковый номер в массиве, который будет удовлетворять равенству (2).

Подводя итоги, можно выделить основные этапы достижения поставленной цели – этапы, которые в тезисной форме описывают алгоритм расчета в соответствии с разработанной моделью:

1) определение модулей линейных скоростей транспортных средств после удара; угловых скоростей после удара, сбор информации о массогабаритных характеристиках ТС;

2) определение взаимного расположения транспортных средств в момент соударения; расстояний от центров масс до точки соударения в момент удара;

3) определение положения линии удара;

4) вычисление элементов двух массивов (программный цикл): один из элементов каждого массива будет являться решением;

5) определение пары элементов из соответствующих массивов, наиболее полно удовлетворяющих равенству (численный или графический способ).

Анализ общих закономерностей процесса соударения двух автомобилей и возможностей плоской модели косого соударения двух тел, описанной с помощью основных положений классической теории удара, позволил выявить способы расчета параметров движения транспортных средств в момент до столкновения без ввода информации о значении коэффициента восстановления и положении линии ударного импульса. Поставленная цель достигнута: для расчета скоростей движения автомобилей до удара требуются исходные данные, которые могут быть получены экспертом из анализа обстоятельств ДТП и технических характеристик транспортных средств.

Список литературы

1. Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р. Курс теоретической механики. – СПб.: Лань, 1998. – 736 с.

2. Иларионов В.А. Экспертиза дорожно-транспортных происшествий: учеб. для вузов. – М.: Транспорт, 1989. – 255 с.

Получено 28.02.2012