

УДК 539.376

И.Г. Наймушин¹, Н.А. Труфанов¹, И.Н. Шардаков²¹Пермский национальный исследовательский
политехнический университет, Пермь, Россия;²Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Россия

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ДЕФОРМАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ В ОПТОВОЛОКОННОМ ДАТЧИКЕ

Рассмотрены деформационные процессы, происходящие в системе подложка–клей–оптоволоконный датчик. Задача поставлена в рамках линейной теории термовязкоупругости. Решение производилось численно с использованием возможностей конечно-элементного пакета ANSYS, для решения применялась процедура метода пошагового интегрирования. Определено распределение деформации по длине оптоволоконного датчика, благодаря этому установлена минимально допустимая длина датчика. Получены зависимости для различных случаев нагружения и модели датчика, определена эволюция деформаций в датчике. Выявлено, что использование оболочки DeSolute 3471-1-152A недопустимо вследствие падения деформации более чем на порядок за малый промежуток времени.

Ключевые слова: оптоволоконный датчик, теория линейной вязкоупругости, релаксация, конечно-элементная модель, эволюция деформаций.

I.G. Naymushin¹, N.A. Trufanov¹, I.N. Shardakov²¹ State National Research Polytechnic University of Perm, Perm, Russian Federation²Institute of Continuous Media Mechanics, Perm, Russian Federation

NUMERICAL ANALYSIS OF DEFORMATION PROCESSES IN THE OPTICAL FIBER SENSORS

In this paper the deformation processes taking place in system of the substrate-adhesive-fiber optic sensor are presented. The task in the theory of linear viscoelasticity. The decision was made numerically using finite-element package ANSYS, to deal with the procedure step method of integration. Deformation distribution on length of the fibre-optical sensor is defined, thanks to it is minimum admissible length of the sensor is established. Dependences for various cases of loads are received and sensor models, evolution of deformations in the sensor is certain. It is revealed, that use of cover DeSolute 3471-1-152A is inadmissible, owing to falling of deformation more than 10 times for a small time interval.

Keywords: fiber optic sensor, the theory of linear viscoelastic, relaxation, finite element model, the evolution of strain.

Введение

Оптоволоконные датчики широко применяются для измерения механических величин, например деформаций. Принципы действия данных датчиков известны и довольно подробно изучены [1]. Получе-

но множество эмпирических зависимостей показания оптоволоконного датчика от внешней нагрузки, приложенной к подложке. Но на данный момент не существует адекватной модели интерпретации данных, снимаемых с датчика при взаимодействии его с клеем и подложкой [2, 3]. Создание математической модели, описывающей данное взаимодействие, открывает возможности изучения деформационных процессов, происходящих в системе подложка–клей–датчик.

Изучаемый объект представляет собой опытную лабораторную установку, состоящую из консольной стальной балки равного сопротивления (рис. 1) и оптоволоконного датчика, приклеенного на нее. Особенность данной балки в том, что на всей поверхности, исключая область, близкую к заделке, деформация вдоль продольной оси во всех точках постоянна.

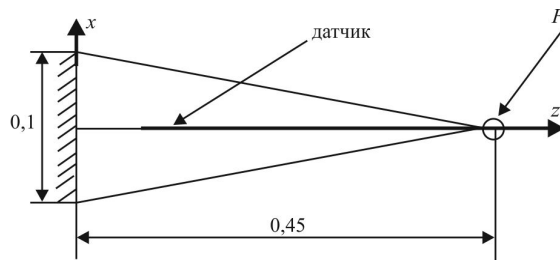


Рис. 1. Схема балки (вид сверху)

Ширина балки в консольной заделке сопоставима по величине с её длиной, поэтому задача формулируется в рамках теории изгиба упругих изотропных пластин. В результате решения этой задачи требуется получить перемещения точек поверхности балки в геометрических координатах, соответствующих месту приклейки датчика.

Датчик состоит из оптоволокну и двух полимерных оболочек: внутренней – DeSolite 3471-1-152A и внешней – DeSolite DS-2015. Слой клея соизмерим с диаметром датчика. Поведение эпоксидного клея и материалов оболочек волокна подчиняется определяющим уравнениям линейной термовязкоупругости.

1. Математическая постановка задачи

Постановка задачи об упругом изгибе изотропной пластины под действием сосредоточенной силы с границами

$D_b : \{z=0; \quad x=\frac{5}{45}z-0,05; \quad x=-\frac{5}{45}z+0,05\}$ включает в себя:

Уравнение Софи Жермен

$$\frac{\partial^4 U_y(x, z)}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 U_y(x, z)}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 U_y(x, z)}{\partial z^4} = \Delta \Delta U_y = -\frac{q}{D},$$

где $q = F\delta(z-0,45)\delta(x)$ – сосредоточенная на конце балки сила;

$D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$ – цилиндрическая жесткость на изгиб.

Геометрические соотношения

$$\phi_x(x, z) = -\frac{\partial U_y(x, z)}{\partial x},$$

$$\phi_z(x, z) = -\frac{\partial U_y(x, z)}{\partial z}.$$

Кинематические ГУ

$$\begin{aligned} U_y(x, 0) &= 0, & \phi_x(x, 0) &= 0, \\ & & \phi_z(x, 0) &= 0. \end{aligned}$$

Статические ГУ

$$\begin{aligned} Q_n &= -0,99 \cdot Q_z - 0,11 \cdot Q_x = 0, \\ x = \frac{5}{45}z - 0,05: & \quad M_n = 0,98 \cdot M_z + 0,012 \cdot M_x - 0,22 \cdot M_{xz} = 0, \\ & \quad M_{in} = 0,97 \cdot M_{xz} + 0,11 \cdot (M_x - M_z) = 0; \\ x = -\frac{5}{45}z + 0,05: & \quad Q_n = -0,99 \cdot Q_z + 0,11 \cdot Q_x = 0, \\ & \quad M_n = 0,98 \cdot M_z - 0,012 \cdot M_x + 0,22 \cdot M_{xz} = 0, \\ & \quad M_{in} = 0,97 \cdot M_{xz} - 0,11 \cdot (M_x - M_z) = 0. \end{aligned}$$

В результате численного решения методом конечных элементов получаем значения перемещения точек поверхности балки в геометрических координатах соответствующих месту приклейки датчика. Обозначим их через $U_z^*(z)$.

Модель клей–датчик симметрична относительно двух плоскостей: $(x, y, L/2)$ и $(0, y, z)$, поэтому для экономии вычислительных ресурсов будем рассматривать четверть модели, заменив отброшенные части соответствующими граничными условиями. Определим

область $V = V_1 \cup V_2 \cup V_3 \cup V_4$ с соответствующими границами $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_3 \cup \Gamma_4 \cup \Gamma_5$ (рис. 2).

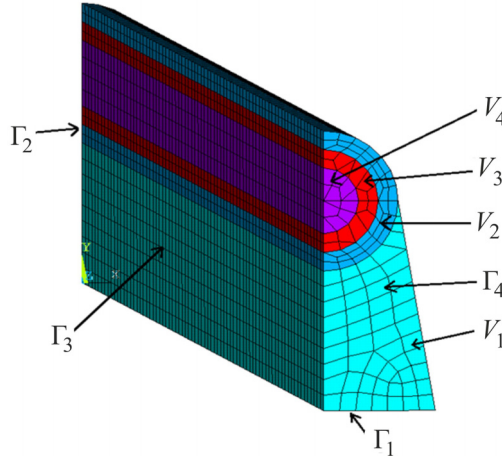


Рис. 2. Расчетная схема оптоволоконного датчика

Задача о растяжении модели клей–датчик в рамках линейной теории вязкоупругости для трехмерного тела включает в себя [5]:

Уравнения равновесия $\sigma_{ij,j} = 0$, $\vec{x} \in V$.

Физические соотношения

$$\begin{cases} R_v^{(m)}(t) \equiv B^{(m)}, \\ R_c^{(m)}(t) = 2 \left[G_\infty^{(m)} + (G_0^{(m)} - G_\infty^{(m)}) \sum_{i=1}^{N_e} C_i^{(m)} \exp \left(-\frac{t-\tau}{\beta_i^{(m)}} \right) \right], \quad \vec{x} \in V_m; \quad m = \overline{1,3}, \end{cases}$$

где $\overline{\beta_i^{(m)}} = \frac{\beta_i^{(m)}}{a_T}$; $\lg a_T = \frac{C_{t1}^{(m)}(T - T_0^{(m)})}{C_{t2}^{(m)} + (T - T_0^{(m)})}$;

$$\begin{cases} R_v^{(4)} \equiv B^{(4)}, \\ R_c^{(4)} \equiv 2G^{(4)}, \end{cases} \quad \vec{x} \in V_4.$$

Геометрические соотношения $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(U_{i,j} + U_{j,i})$,

$$U_z = U_z^*(z).$$

Кинематические ГУ $U_x=0, \quad \vec{x} \in \Gamma_1.$
 $U_y=0,$

Условия симметрии:

плоскость $(0, y, z)$:

$$U_y=0,$$

$$\tau_{xz}=0: \quad \vec{x} \in \Gamma_3,$$

$$\tau_{xy}=0.$$

плоскость $(x, y, L/2)$:

$$U_z=U_z^*(L/2),$$

$$\tau_{xz}=0, \quad \vec{x} \in \Gamma_2.$$

$$\tau_{yz}=0,$$

Статические ГУ $\sigma_{ij}n_j=0; \quad x \in \Gamma_4 \cup \Gamma_5.$

2. Физико-механические свойства материалов

Рассмотрим физико-механические свойства материалов, входящих в математическую модель.

Сталь: $E=2100$ МПа; $\nu=0,3$; $\alpha=1,2 \cdot 10^{-5}$.

Оптоволокно: $E^{(4)}=715$ МПа; $\nu^{(4)}=0,17$; $\alpha^{(4)}=5 \cdot 10^{-7}$.

Свойства оболочки DeSolite 3471-1-152A, оболочки DeSolite DS-2015 и эпоксидного клея [4] описаны в рамках теории линейной вязкоупругости с аппроксимацией ядер релаксации суммами экспонент, параметры материалов сведены в табл. 1.

Таблица 1

Свойства оболочек и эпоксидного клея

i	Эпоксидный клей ($m=1$)		DeSolite 3471-1-152A ($m=2$)		DeSolite DS-2015 ($m=3$)	
$E_0^{(m)}$	3e+09		1,5598e+09		3,1089e+09	
$E_\infty^{(m)}$	3,702e+07		1,6503e+06		3,6856e+06	
$\alpha^{(m)}$	75e-06		100e-06		38e-06	
i	$C_i^{(1)}$	$\beta_i^{(1)}$	$C_i^{(2)}$	$\beta_i^{(2)}$	$C_i^{(3)}$	$\beta_i^{(3)}$
1	1,1372e-03	9,8039e+12	5,9972e-01	1,0000e+00	1,1503e-01	1,0000e+00
2	1,8504e-03	1,2674e+12	2,3971e-01	1,0075e+01	1,1109e-01	9,3344e+00
3	3,4700e-03	1,5773e+11	9,5813e-02	1,0151e+02	1,0728e-01	8,7132e+01
4	1,1035e-02	1,5924e+10	3,8296e-02	1,0228e+03	1,0360e-01	8,1333e+02
5	3,5780e-02	1,5291e+09	1,5307e-02	1,0305e+04	1,0005e-01	7,5920e+03
6	7,1463e-02	2,4390e+08	6,1183e-03	1,0383e+05	9,6619e-02	7,0867e+04
7	8,8525e-02	4,0984e+07	2,4455e-03	1,0461e+06	9,3305e-02	6,6151e+05

Окончание табл. 1

i	Эпоксидный клей ($m=1$)		DeSolite 3471-1-152A ($m=2$)		DeSolite DS-2015 ($m=3$)	
8	2,3333e-01	4,5045e+06	9,7747e-04	1,0540e+07	9,0105e-02	6,1748e+06
9	9,8577e-02	1,1063e+06	3,9069e-04	1,0619e+08	8,7015e-02	5,7639e+07
10	6,0177e-02	1,4749e+05	1,5616e-04	1,0700e+09	8,4031e-02	5,3802e+08
11	5,7863e-02	2,0161e+04	—	—	—	—
12	5,8241e-02	2,7473e+03	—	—	—	—
13	5,8647e-02	3,7355e+02	—	—	—	—
14	6,1137e-02	5,0695e+01	—	—	—	—
15	6,6427e-02	6,8623	—	—	—	—
16	7,9988e-02	2,5300e-03	—	—	—	—
Значения коэффициентов функции температурно-временного сдвига						
$C_{t1}^{(m)}$	41,429		17,3805180		35,5306666	
$C_{t2}^{(m)}$	294,985		63,7928868		236,0747190	
$T_0^{(m)}$	20		-65,078		-3,753	

3. Схема численного решения

Сформулированная задача представляет собой многооператорную задачу термовязкоупругости, для решения которой с успехом применяются метод квазиконстантных операторов [5], итерационный метод [6] и метод пошагового интегрирования [7]. В данном случае для решения задачи были использованы возможности конечно-элементного пакета ANSYS. Для балки использовался 4-узловой элемент shell63, для модели клей-датчик 20-узловой элемент visco89. В пакете реализована модель вязкоупругого тела (EVISC), для решения применяется процедура метода пошагового интегрирования [7, 8].

Произведена проверка выполнения естественных граничных условий. На торцах датчика осевые напряжения должны быть равны нулю. При улучшении качества сетки отношение максимального значения σ_z на торце к максимальному напряжению в модели стремится к нулю (табл. 2), что подтверждает сходимость задачи и достаточно высокое качество численного решения.

При варьировании длины датчика замечено, что при достижении длины, равной 1 см, картина распределения мгновенного НДС существенно не меняется, только увеличивается длина участка с постоянными значениями деформаций и напряжений.

Таблица 2

Сходимость решения

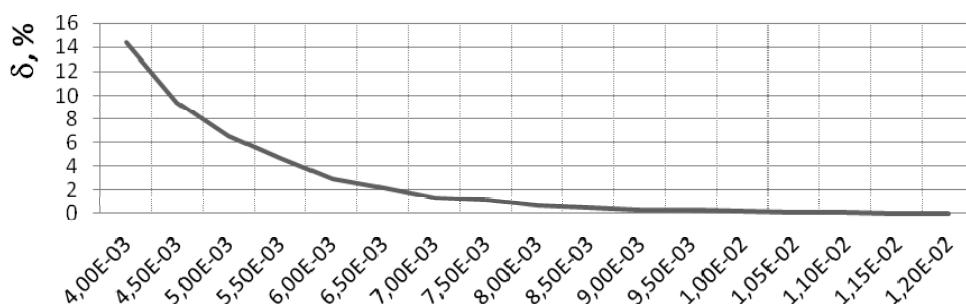
Количество степеней свободы	Отношение максимального значения σ_z на торце к максимальному напряжению в модели
60 000	$1,75 \cdot 10^{-4}$
129 000	$9,24 \cdot 10^{-5}$
429 000	$6,83 \cdot 10^{-5}$

Определим относительную погрешность отыскания деформаций как

$$\delta = \frac{|\varepsilon_b - \varepsilon_d^c|}{\varepsilon_b} 100\%,$$

где ε_b – деформация ε_z в балке, ε_d^c – деформация ε_z в середине датчика.

Анализ погрешности при различных длинах датчика демонстрирует монотонно убывающую зависимость (рис. 3). При увеличении слоя клея (t_k) погрешность при постоянной длине датчика растет. При увеличении слоя клея можно достичь погрешности определенного уровня путем увеличения длины датчика. Следовательно, величина переходной зоны пропорциональна слою клея.

Рис. 3. Зависимость δ от длины датчика

4. Численный анализ результатов

Рассмотрим изменение деформации ε_z вдоль различных прямых, параллельных оси z . Проекция этих прямых на плоскость xoy представлены на рис. 4, данные графики – на рис. 5. Заметим, что краевые эффекты, обусловленные численным решением, действуют на расстоянии 0,3 см от торца модели. При этом с удалением от края балки вид графика $\varepsilon_z(z)$ сглаживается и стремится к полиномиальной функции.

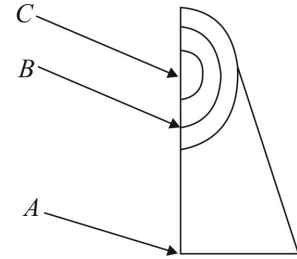


Рис. 4. Проекция прямых, параллельных оси z , на плоскость xoy

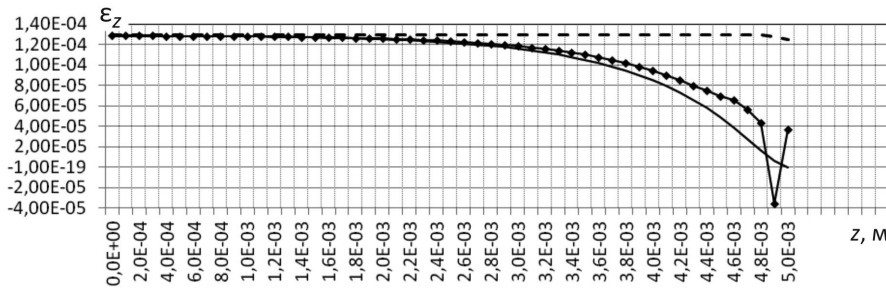


Рис. 5. Распределение деформации ε_z вдоль прямых, параллельных оси z : — C-C' —•— B-B' - - - A-A'

При температурных деформациях возникает необходимость учесть температурную деформацию. Для этого рассмотрим случай $F=0$. В этом случае деформации датчика равны температурным деформациям балки, следовательно, для учета температурных деформаций следует дополнительно снять показания датчика с нагретой и не нагруженной силой балки:

$$\varepsilon_z^e = \varepsilon_z^{F+\Delta T} - \varepsilon_z^{\Delta T},$$

где ε_z^e – расчетная упругая деформация; $\varepsilon_z^{F+\Delta T}$ – деформация в датчике от совместного действия нагрузки и температурного поля; $\varepsilon_z^{\Delta T}$ – деформация в датчике от действия температурного поля.

5. Эволюция деформаций в датчике

Рассмотрим деформацию ε_z в точке, соответствующей геометрической середине оптоволоконной длины $L=1,5$ см, в зависимости от времени при нагрузке $F=100$ Н и без воздействия температурного поля. Отметим, что при использовании мягкой оболочки деформация падает на порядок за короткое время (рис. 6). Исключим мягкую оболочку из модели. В данном случае падение деформации незначительно (рис. 7), что позволяет с некоторой точностью использовать данное оптоволоконно. В академических целях использование такого оптоволоконно приемлемо, поскольку время измерения находится в пределах 1 ч, т.е. 3600 с. За данный промежуток времени падение деформации составляет 0,31 %. Основное назначение защитной оболочки в том, чтобы предотвратить повреждения (царапины и сколы) оптоволоконно при эксплуатации и транспортировке. Условия эксплуатации датчика позволяют исключить защитную оболочку. В данном случае падение деформации составляет сотые доли процента за время, равное 4 ч.

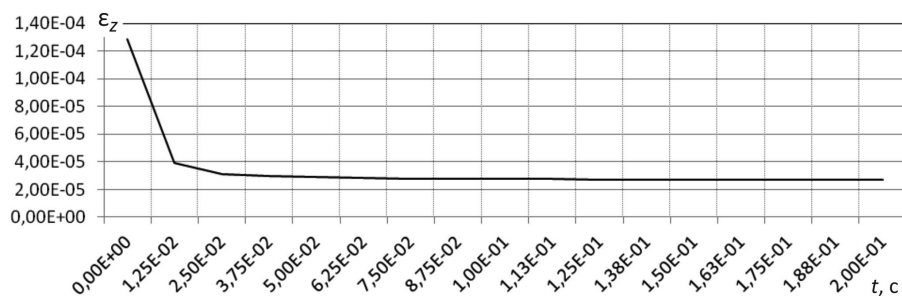


Рис. 6. Эволюция деформации ε_z в геометрической середине датчика

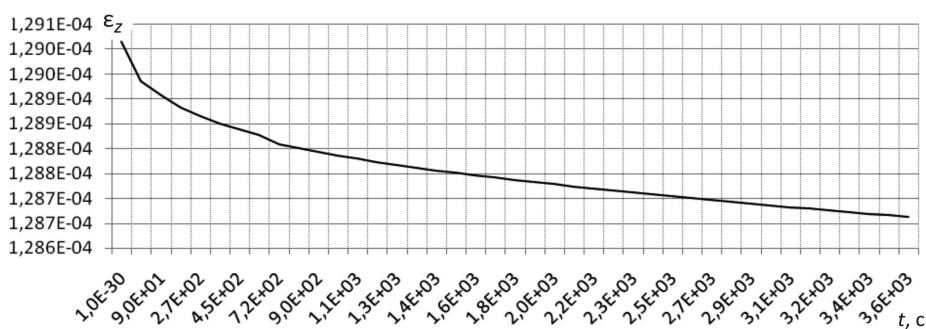
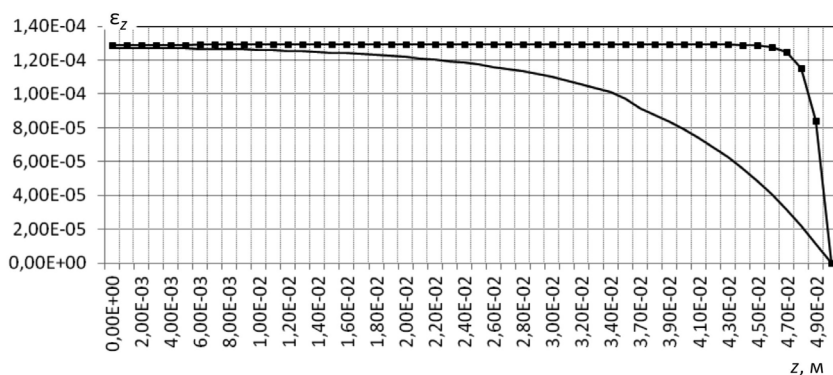


Рис. 7. Эволюция деформации ε_z в геометрической середине датчика при отсутствии мягкой оболочки

Учитывая действие температурного поля, получим поведение деформации, аналогичное поведению деформации без учета температурного поля. Естественно, что при увеличении температуры темпы падения деформации увеличиваются. После проведения серии численных экспериментов получен ряд зависимостей деформации от времени для различных случаев. Отметим, что при росте температуры скорость падения деформации нелинейно возрастает: так, при $\Delta T = 10^\circ \text{C}$ величина падения составляет 0,5 %, при $\Delta T = 20^\circ \text{C}$ – 1 %, а при $\Delta T = 30^\circ \text{C}$ – 7 % за одинаковый промежуток времени. Это связано с нелинейностью функции температурно-временного сдвига.

Большое практическое значение имеет распределение деформаций в оптоволоконке после полной релаксации эпоксидного клея и оболочки датчика. Получим это распределение путем расчета модели с модулями упругости, равными длительным значениям функции релаксации. Деформация ε_z в датчике достигает значения, равного деформации в балке, при этом длина переходной зоны увеличивается до 4 см (рис. 8). Можно сделать вывод, что релаксационные процессы в данной системе соответствуют увеличению переходной зоны, в которой происходит рост деформации. Соответственно, чтобы достичь максимальной точности измерения, необходимо выбирать связующее вещество так, чтобы его жесткость на бесконечности была максимальной.



Заключение

По результатам серии численных экспериментов определено распределение деформации по длине оптоволоконного датчика, благодаря этому установлена минимально допустимая длина датчика. Получены зависимости для различных случаев нагружения и модели датчика, определена эволюция деформаций в датчике. Выявлено, что использование оболочки DeSolite 3471-1-152A недопустимо вследствие падения деформации более чем на порядок за малый промежуток времени.

Библиографический список

1. Удд Э. Волоконно-оптические датчики. Вводный курс для инженеров и научных работников. – М.: Техносфера, 2008. – 520 с.
2. Строительный мониторинг на базе волоконно-оптических датчиков. Опыт и результаты применения для высотных зданий / А.П. Неугольников [и др.] // Проблемы современного бетона и железобетона: докл. междунар. симп. – Минск, 2009.
3. Егоров Ф.А., Неугольников А.П., Быковский В.А. Экспериментальное исследование волоконно-оптических датчиков для контроля деформаций железобетонных конструкций // Проблемы современного бетона и железобетона: сб. докл. междунар. симп. – Минск, 2009.
4. Максимов, Р.Д., Кочетков В.А. Прогнозирование термического деформирования гибридных композитов с вязкоупругими компонентами // Механика композитных материалов. – 1989. – № 6. – С. 969–979.
5. Малый В.И., Труфанов Н.А. Метод квазиконстантных операторов в теории вязкоупругости анизотропных нестареющих материалов // Известия АН СССР. Механика твердого тела. – 1987. – № 6. – С. 148–154.
6. Куликов Р.Г., Труфанов Н.А. Итерационный метод решения квазистатических нелинейных задач вязкоупругости // Вычислительная механика сплошных сред. – 2009. – Т. 2, № 3. – С. 44–56.
7. Методы прикладной вязкоупругости / А.А. Адамов [и др.]; УРО РАН. – Екатеринбург, 2003. – 411 с.
8. Taylor R.L., Pister K.S., Goudreas G.L. Thermochemical analysis of viscoelastic solids, international journal for numerical methods in engineering. – 1970. – Vol. 2. – P. 45–59.

References

1. Udd E. Fiber Optic Sensors. An introductory course for engineers and scientists [*Volokonno-opticheskie datchiki. Vvodnyy kurs dlya inzhenerov i nauchnykh rabotnikov*]. Moscow: Tekhnosfera, 2008, 520 p.
2. Neugodnikov A.P., Akhlebinin M.Yu., Egorov F.A., Bykovskiy V.A. Construction monitoring based on fiber-optic sensors Experience and results of the application for high-rise buildings [*Stroitelnyy monitoring na baze volokonno-opticheskikh datchikov. Opyt i rezul'taty primeneniya dlya vysotnykh zdaniy*]. *Problemy sovremennogo betona i zhelezobetona: dokl Mezhd. Simp.* (Modern Problems of Concrete and Reinforced Concrete: Abstracts. Internat. Symp.). Minsk, 2009.
3. Egorov F.A., Neugodnikov A.P., Bykovskiy V.A. Experimental study of fiber-optic sensors for monitoring strain of reinforced concrete structures [*Ekspperimentalnoe issledovanie volokonno-opticheskikh datchikov dlya kontrolya deformatsiy zhelezobetonnykh konstruksiy*] *Problemy sovremennogo betona i zhelezobetona: dokl Mezhd. Simp.* (Modern Problems of Concrete and Reinforced Concrete: Abstracts. Internat. Symp.). Minsk, 2009.
4. Maksimov R.D., Kochetkov V.A. Prediction of the thermal deformation of hybrid composites with viscoelastic components [*Prognozirovanie termicheskogo deformirovaniya gibridnykh kompozitov s vyazkoupругimi komponentami*]. *Mechanics of Composite Materials – Mekhanika kompozitnykh materialov*, 1989, No. 6, pp. 969–979.
5. Malyy V.I., Trufanov N.A. Method quasiconstant operators in the theory of anisotropic viscoelasticity ageless materials [*Metod kvazikonstantnykh operatorov v teorii vyazkoupругosti anizotropnykh nestareyushchikh materialov*] *Mechanics of Solids – Izvestiya AN SSSR. Mekhanika tverdogo tela*, 1987, No. 6, pp. 148–154.
6. Kulikov R.G., Trufanov N.A. Iterative method for solving quasistatic nonlinear viscoelastic problems [*Iteratsionnyy metod resheniya kvazistaticheskikh nelineynykh zadach vyazkoupругosti*]. *Vychislitelnaya mekhanika sploshnykh sred – Computational continuum mechanics*, 2009, Vol. 2, No. 3, pp. 44–56.
7. Adamov A.A., Matveenkov V.P., Trufanov N.A., Shardakov I.N. Methods of Applied Viscoelasticity [*Metody prikladnoy vyazkoupругosti*]. Ekaterinburg: UrO RAN, 2003, 411 p.

8. Taylor R.L., Pister K.S., Goudreau G.L. Thermomechanical analysis of viscoelastic solids. *International journal for numerical methods in engineering*, 1970, Vol. 2, No. 1, pp. 45–59.

Об авторах

Наймушин Илья Геннадиевич (Пермь, Россия) – студент кафедры вычислительной математики и механики Пермского национального исследовательского политехнического университета (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: vmm@cpl.pstu.ac.ru).

Труфанов Николай Александрович (Пермь, Россия) – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой вычислительной математики и механики Пермского национального исследовательского политехнического университета (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: vmm@cpl.pstu.ac.ru).

Шардаков Игорь Николаевич (Пермь, Россия) – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией Института механики сплошных сред УрО РАН (614013, Пермь, ул. Акад. Королева, д. 1, e-mail: shardakov@icmm.ru).

About the authors

Naymusin Ilya Gennadievich (Perm, Russian Federation) Student of Department of Computational Mathematics and Mechanics, State National Research Polytechnic University of Perm (614990, 29, Komsomolsky prospect, Perm, Russian Federation, e-mail: vmm@cpl.pstu.ac.ru).

Trufanov Nikolay Aleksandrovich (Perm, Russian Federation) Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of Department of Computational Mathematics and Mechanics, State National Research Polytechnic University of Perm (614990, 29, Komsomolsky prospect, Perm, Russian Federation, e-mail: vmm@cpl.pstu.ac.ru).

Shardakov Igor Nikolaevich (Perm, Russian Federation) Doctor of Physics and Mathematics, laboratory chief of Modeling of thermomechanical processes in deformable bodies, Institute of Continuous Media Mechanics (614013, Perm, Acad. Koroleva st., 1, Perm, Russian Federation, e-mail: shardakov@icmm.ru).

Получено 10.02.2012