

DOI: 10.15593/2499-9873/2019.4.10

УДК 51-77

**А.О. Сергеева, Е.В. Измайлова**

Березниковский филиал Пермского национального исследовательского  
политехнического университета, Березники, Россия

## **ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ЦЕН НА РЫНКЕ ПЕРВИЧНОГО ЖИЛЬЯ В САНКТ-ПЕТЕРБУРГЕ НА ОСНОВЕ РЕГРЕССИОННО- ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ**

Показана актуальность исследования динамики цен на недвижимость в городе Санкт-Петербурге. Определены критерий оценки и факторы, влияющие на объект моделирования. Рассчитаны нормированные значения критерия и факторов. Исследована взаимная корреляция факторов. Построена линейная многофакторная модель и модель в пространстве состояний, доказано, что они не могут быть использованы из-за плохих прогнозных свойств. Построена регрессионно-дифференциальная модель изменения цен на первичную недвижимость в Санкт-Петербурге с учетом взаимного влияния факторов, выявлены возможности влияния на ее динамику. На основании линейной многофакторной модели и регрессионно-дифференциальной модели сделан прогноз изменения цен на ближайшие три года.

**Ключевые слова:** жилищное строительство, математическая модель, регрессионно-дифференциальная модель, прогноз, социально-экономическая система, корреляция.

**A.O. Sergeeva, E.V. Izmaylova**

Berezniki branch of Perm National Research Polytechnic University,  
Berezniki, Russian Federation

## **PRICES FORECASTING IN THE PRIMARY HOUSING MARKET IN SAINT-PETERSBURG BASED ON REGRESSION- DIFFERENTIAL MODELING**

The relevance of the study of the real estate prices dynamics in the city of St. Petersburg is shown. The criterion and factors influencing the object of modeling are determined. Normalized values of the criterion and factors are calculated. The mutual correlation of factors is investigated. A linear multifactor model and a model in the state space are built, it was proved that they cannot be used due to its poor predictive properties. A regression-differential model of prices changing for primary real estate in St. Petersburg is built, taking into account the mutual influence of factors, the possibilities of influence on its dynamics are revealed. Based on the linear multifactor model and the regression-differential model, the forecast of price changes for the next three years is made.

**Keywords:** housing construction, mathematical model, regression-differential model, forecast, socio-economic system, correlation.

Санкт-Петербург – город федерального значения, второй город по численности населения в Российской Федерации, куда стремятся много людей. За счет увеличившегося объема строящегося жилья, снижения стоимости жилья за счет удаленности от центра и качества строительных материалов желание иметь свою квартиру в северной столице не кажется неисполнимым. Однако существует множество факторов, которые могут влиять на стоимость квадратного метра жилья. Знать, как будут меняться цены в ближайшие годы, важно для тех, кто хочет вкладывать свои деньги в недвижимость.

Уровень цен на жилую недвижимость, как первичную, так и вторичную, в городе Санкт-Петербурге достаточно высок и в течение последних лет имел устойчивую тенденцию к росту. В связи с этим актуальным становится вопрос о выявлении факторов, оказывающих влияние на цены на рынке жилья. Этот рынок характеризуется достаточно большими объемами строительства, значительным предложением нового жилья при сохранении более низких цен на вторичное жилье. В то же время идет износ старого жилого фонда, что провоцирует увеличение спроса на жилую недвижимость.

Для моделирования текущего состояния рынка жилья и прогнозирования его состояния на ближайшие годы были построены следующие математические модели:

- линейная многофакторная модель (ЛММ) – многофакторная экономическая линейная модель, которая устанавливает зависимость между каждым показателем и несколькими факторами;
- модели в пространстве состояний (МПС) – модель, в которой факторы влияют не только на систему, но и сами на себя;
- регрессионно-дифференциальная модель – нелинейная модель на основе дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.

Рассмотрим динамику цен одного квадратного метра недвижимости на первичном рынке жилья. Данный критерий зависит от многих факторов, рассмотрим наиболее значимые из них, значения которых доступны на сайте Росстата и администрации города Санкт-Петербурга [1–3]:

- $x_1$  – население Санкт-Петербурга, тыс. чел.;
- $x_2$  – процент по ипотеке в России, %;
- $x_3$  – средний срок ипотечного кредита, лет;
- $x_4$  – ввод в действие жилых домов, тыс. м<sup>2</sup>;
- $x_5$  – цена недвижимости на вторичном рынке в городе Санкт-Петербург, руб/м<sup>2</sup>.

Проанализированы статистические данные по указанным факторам за 10 лет (с 2009 г.). Значения критерия и факторов приведены в табл. 1.

Таблица 1

Значения факторов и критерия

	2009 г.	2010 г.	2011 г.	2012 г.	2013 г.	2014 г.	2015 г.	2016 г.	2017 г.	2018 г.
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	91910,3	79675,5	76872,6	85280,6	97318,3	98149,9	93573,2	94447,5	98842,6	107624,9
x <sub>1</sub>	4582	4880	4900	4953	5028	5132	5192	5226	5282	5352
x <sub>2</sub>	14,3	13,1	11,9	12,3	12,4	12,2	11,3	10,5	8,87	9,41
x <sub>3</sub>	17,1	15,7	15,7	14,6	14,7	14,4	14,8	14,6	15,1	16,7
x <sub>4</sub>	2603	2656	2706	2577	2584	3262	3031	3116	3536	4363
x <sub>5</sub>	87052,6	82781,2	88586,6	81501,2	85750,8	90079,1	81589,1	90074,1	87886,5	91230, 5

Чтобы исключить влияние размерности, нормируем значения критериев по формуле [4]:

$$\tilde{y}(t) = \frac{y(t) - y_{\min}}{y_{\max} - y_{\min}}$$

Факторы нормируются аналогично. Результаты нормирования приведены в табл. 2.

Таблица 2

Значения нормированных факторов и критерия

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	0,489	0,091	0	0,273	0,665	0,692	0,543	0,572	0,714	1
x <sub>1</sub>	0	0,387	0,413	0,482	0,579	0,714	0,792	0,837	0,909	1
x <sub>2</sub>	1	0,779	0,558	0,632	0,650	0,613	0,448	0,300	0	0,099
x <sub>3</sub>	1	0,482	0,482	0,074	0,111	0	0,148	0,074	0,259	0,852
x <sub>4</sub>	0,015	0,044	0,072	0	0,004	0,384	0,254	0,302	0,537	1
x <sub>5</sub>	0,571	0,132	0,728	0	0,437	0,882	0,009	0,881	0,656	1

Проведем корреляционный анализ по формуле

$$r_{xy} = \frac{\sum (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum (y_i - \bar{y})^2}}$$

где  $\bar{x}$  – среднее арифметическое ряда  $x$ ;  $\bar{y}$  – среднее арифметическое ряда  $y$ .

Результат корреляции приведен в табл. 3.

Таблица 3

Корреляция факторов и критерия

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
$x_1$	1,0000	-0,9072	-0,3992	0,7738	0,3358
$x_2$		1,0000	0,1757	-0,7944	-0,4092
$x_3$			1,0000	0,2131	0,2389
$x_4$				1,0000	0,6033
$x_5$					1,0000
$y$	0,6345	-0,5459	0,0840	0,7511	0,4907

Корреляция у всех факторов достаточно высокая, поэтому ни один из факторов не может быть исключен из расчетов [5].

Для построения ЛММ используем формулу

$$y(x) = A_0 + \sum A_i \cdot x_i,$$

где  $A_0$  – коэффициент эластичности модели;  $A_i$  – коэффициент влияния  $i$ -го фактора на критерий  $y$ ;  $x_i$  – значение  $i$ -го фактора.

Для определения коэффициентов минимизировали квадратичное отклонение статистических данных от расчетных по формуле

$$S = \sum (y(t) - y_p(t))^2 \rightarrow \min.$$

После построения ЛММ были получены коэффициенты:  $A_0 = 0$ ;  $A_1 = 0,2926$ ;  $A_2 = 0,2574$ ;  $A_3 = 0$ ;  $A_4 = 0,6480$ ;  $A_5 = 0,0554$ .

Так как коэффициент  $A_3$  имеет очень малое значение, можно сделать вывод, что цена недвижимости на вторичном рынке в городе Санкт-Петербурге не влияет на критерий. Наибольшее влияние на динамику цен на рынке первичного жилья оказывает ввод в действие жилых домов, что вполне логично.

Оценим аппроксимацию ЛММ: как видно из рис. 1, ЛММ точно определила конечную точку, но до 6-го года общую тенденцию изменения цен модель уловила частично: лишь с 6-го по 10-й годы данные ЛММ близки к известным данным. Сумма квадратичного отклонения в результате расчетов равна 0,324 8.

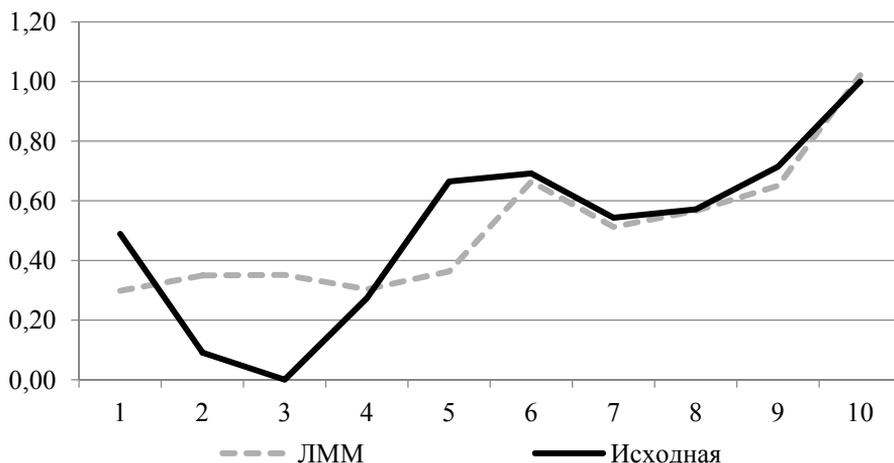


Рис. 1. Аппроксимация ЛММ

При построении МПС используются формулы [6]:

$$x(t_i) = c + \bar{d} \cdot \bar{x}(t_{i-1}),$$

$$y(t_i) = \bar{a} + B \cdot \bar{x}(t_i),$$

где  $B$  – матрица перехода внешней среды из одного состояния в другое;  $\bar{d}$  – вектор функции выхода;  $\bar{a}$  и  $c$  – свободные коэффициенты;  $\bar{x}(t_i)$  – вектор состояния.

Графики исходной функции и полученной МПС модели показаны на рис. 2. Сумма квадратичного отклонения равна 1,729 8 для факторов и 0,340 0 для критериев. Отклонения между графиками исходного критерия и ЛММ меньше, чем между МПС, следовательно, моделирование ЛММ отработало более корректно.

Для того чтобы убедиться, подходит ли ЛММ для прогнозирования, необходимо выполнить постпрогноз. Возьмем данные за 9 лет, 10-й год будем считать условно неизвестным для постпрогноза, на основе первых 9 лет построим постпрогноз по ЛММ и сравним с реальным значением. Затем повторим построение постпрогноза на два года, считая неизвестными данные для 9-го и 10-го года, и на три года, считая условно неизвестными 8-й, 9-й и 10-й год. Результаты постпрогноза показаны на рис. 3.

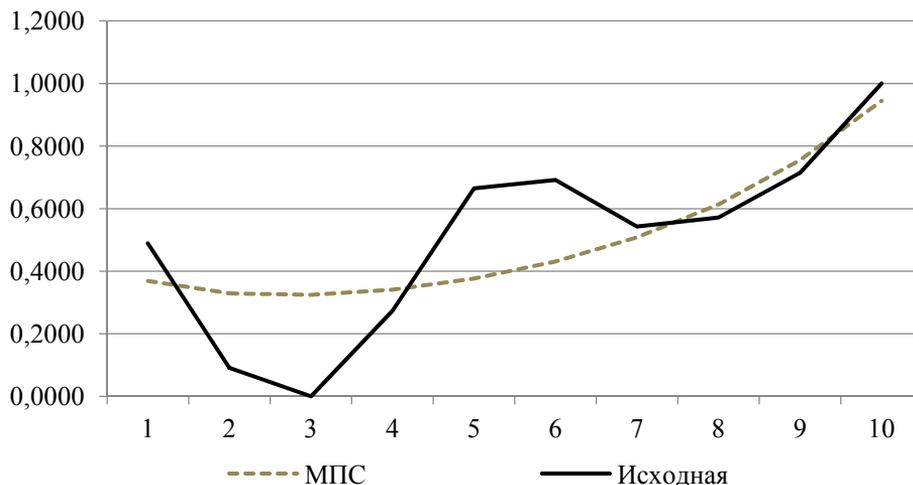


Рис. 2. Аппроксимация МПС

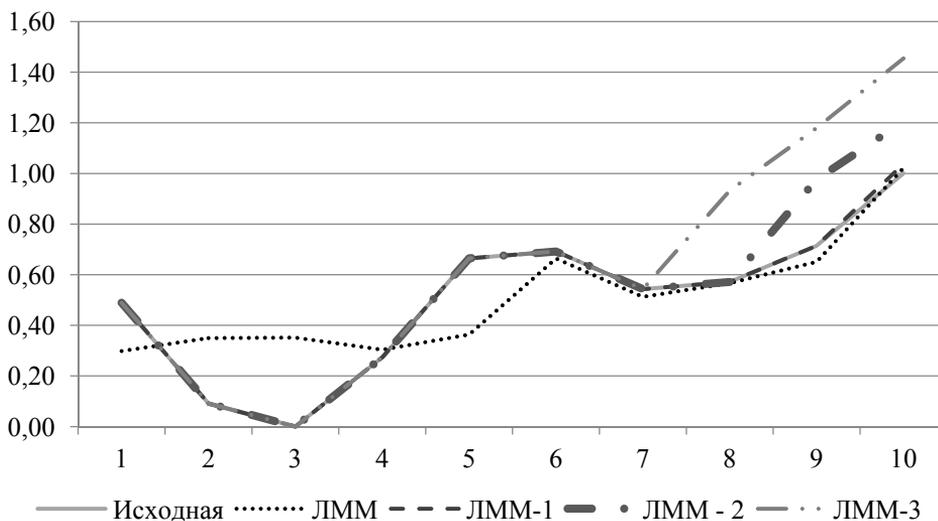


Рис. 3. Постпрогноз по ЛММ

График показывает, что с увеличением продолжительности постпрогноза значительно ухудшается результат, следовательно, данному методу прогноза доверять нельзя [7].

Рассмотрим построение РДМ [8] на основе обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка вида

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + g \cdot \frac{dy(t)}{dt} = a + b \cdot y(t) +$$

$$\begin{aligned}
 & + \sum_{i=1}^m c_i \cdot x_i(t) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m d_{ij} \cdot x_i(t) \cdot x_j(t) + \\
 & + \sum_{i=1}^m f_i \cdot [x_i(t)]^2.
 \end{aligned}$$

При построении РДМ использовалось программное обеспечение [9], погрешность аппроксимации составляет 0,001 4. Графики исходной функции и РДМ изображены на рис. 4.

По графикам можно заметить, что данный метод наиболее приближен к исходным данным, что может говорить о его эффективности. Прогноз по РДМ на ближайшие три года приведен ниже:

Год	2019	2020	2021
у	1,33	1,56	1,58

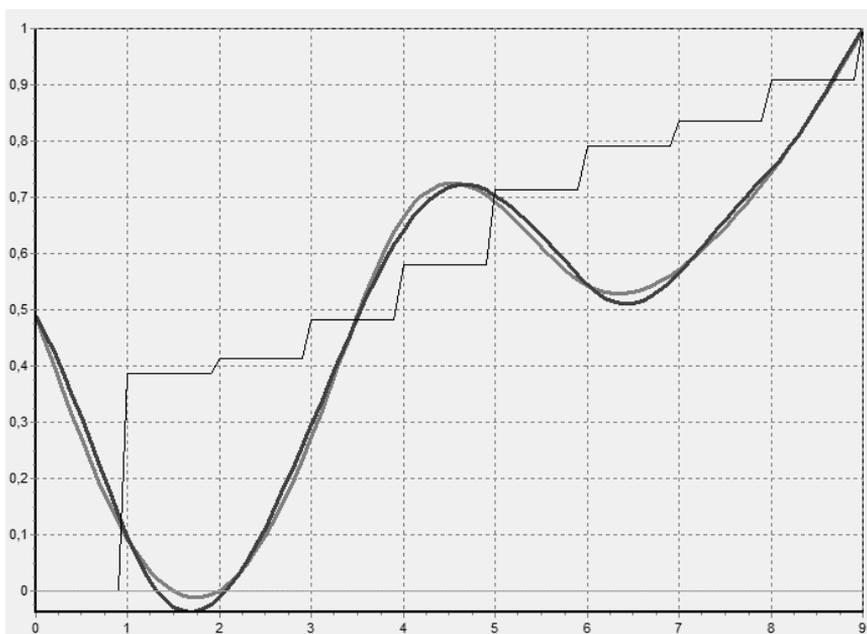


Рис. 4. Графики исходных данных и РДМ в программном обеспечении

Определим, исключение какого фактора наибольшим образом влияет на критерий, и посмотрим, как система себя будет вести при изменении этого фактора от  $-10$  до  $+10$  %. Чтобы оценить влияние факторов на критерий, вернемся к ЛММ и построим ее без учета каж-

дого фактора по очереди. Результаты представлены на рис. 5. По графику видно, что сильно отличается результат без фактора  $x_4$  – «Ввод в действие жилых домов, тыс. м<sup>2</sup>». Спрогнозируем РДМ с учетом изменений этого фактора (табл. 4). Графическая иллюстрация изменений показана на рис. 6.

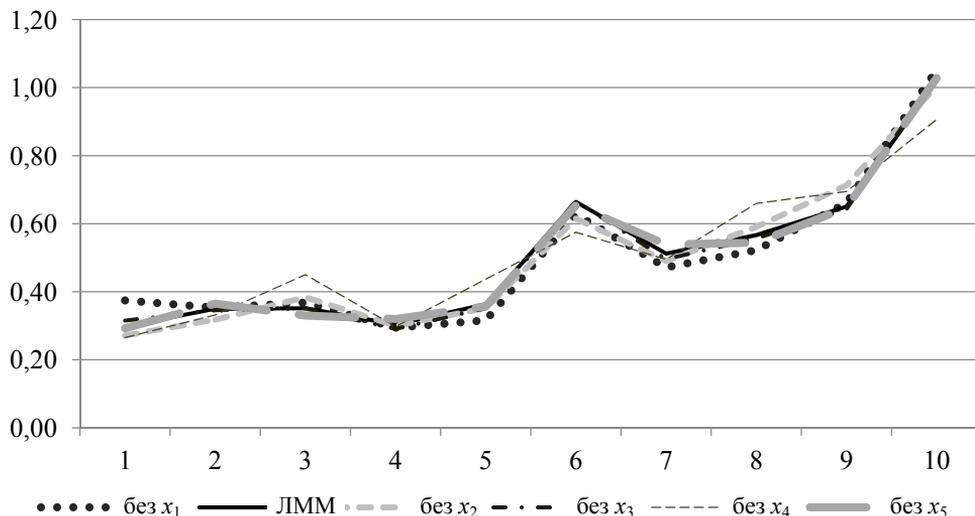


Рис. 5. Исключение факторов

Таблица 4

Результаты прогноза по РДМ

Критерии	Год	2019	2020	2021
$y$	Значение	1,33	1,56	1,58
	С 2019 года значение изменится на (%)	33	56	58
	Предположительная цена за м <sup>2</sup> , руб.	143141,1	167894,9	170047,4
$y_{x4+10}$	Значение	1,35	1,62	1,69
	С 2019 года значение изменится на (%)	35	62	69
	Предположительная цена за м <sup>2</sup> , руб.	123706	136787	144229,7
$y_{x4+5}$	Значение	1,34	1,59	1,63
	С 2019 года значение изменится на (%)	34	59	63
	Предположительная цена за м <sup>2</sup> , руб.	144217,4	171123,6	175428,6
$y_{x4-5}$	Значение	1,32	1,53	1,52
	С 2019 года значение изменится на (%)	32	53	52
	Предположительная цена за м <sup>2</sup> , руб.	142064,9	164666,1	163589,9
$y_{x4-10}$	Значение	1,32	1,5	1,47
	С 2019 года значение изменится на (%)	32	50	47
	Предположительная цена за м <sup>2</sup> , руб.	142064,9	161437,4	158208,6

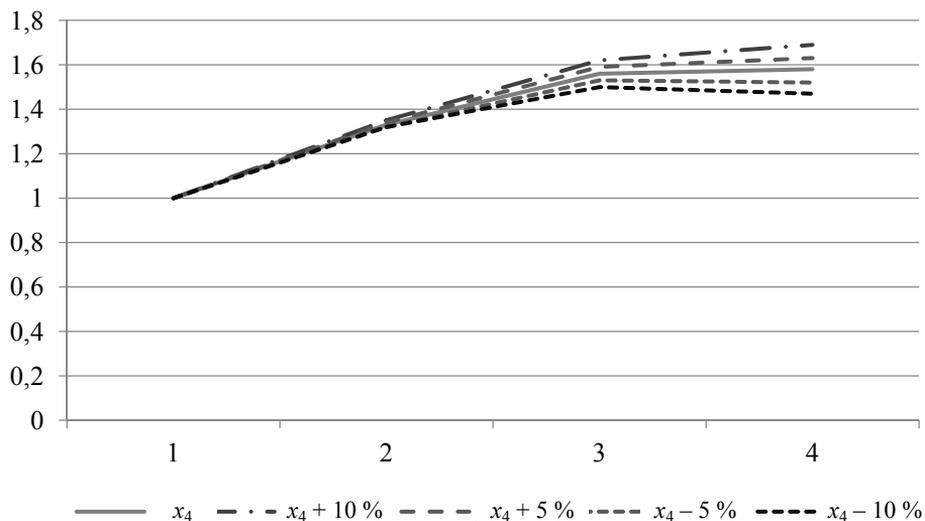


Рис. 6. РДМ с учетом изменений фактора  $x_4$

При изменении значений фактора  $x_4$  на  $\pm 10\%$  можно сказать, что чем меньше жилых площадей вводят в эксплуатацию, тем дороже стоит жилье, что абсолютно логично.

В результате исследования была построена прогнозная модель изменения цен на первичную недвижимость в городе Санкт-Петербурге. Выяснилось, что положительное влияние на объект оказывает ввод в действие жилых домов. На основе полученных данных можно сделать вывод, что динамика объекта положительная. Объектом можно управлять, сдерживая темпы роста цен на жилье, но полностью остановить рост цен в данной экономической ситуации невозможно.

### Список литературы

1. Численность постоянного населения России на 1 января [Электронный ресурс] / Федеральная служба государственной статистики (Росстат). – URL: [http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat\\_main/rosstat/ru/statistics/population/level/#](http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/population/level/#) (дата обращения: 04.06.2019).
2. Официальный сайт. Администрация Санкт-Петербурга [Электронный ресурс]. – URL: <https://www.gov.spb.ru/gov/otrasl/komstroy/statistic/development/> (дата обращения: 04.06.2019).
3. Инфографика. Изменение ставки по ипотеке в России [Электронный ресурс]. – URL: [http://www.aif.ru/dontknows/infographics/kak\\_menyalis](http://www.aif.ru/dontknows/infographics/kak_menyalis) (дата обращения: 04.06.2019).

4. Затонский А.В., Сиротина Н.А., Янченко Т.В. Об аппроксимации факторов дифференциальной модели социально-экономической системы // Современные исследования социальных проблем: электрон. науч. журн. – 2012. – № 11. – С. 6.

5. Иванова Е.В., Затонский А.В. Оценка и моделирование научно-исследовательской работы студентов как многоагентной системы // Современные наукоемкие технологии. – 2009. – № 7. – С. 75–78.

6. Затонский А.В. Теоретический подход к управлению социально-техническими системами // Программные продукты и системы. – 2008. – № 1. – С. 29–32.

7. Затонский А.В., Сиротина Н.А. Преимущества дифференциальной модели сложной экономической системы // Образование. Наука. Научные кадры. – 2012. – № 8. – С. 98–102.

8. Затонский А.В., Янченко Т.В. Метод управления развитием социального ресурса региона на основе регрессионно-дифференциального моделирования // Управление большими системами: сб. тр. – 2015. – № 54. – С. 86–113.

9. Гераськина И.Н., Затонский А.В. Моделирование тренда инвестиционной и строительной деятельности Российской Федерации // Вестник МГСУ. – 2017. – Т. 12, № 11 (110). – С. 1229–1239.

## References

1. Chislennost' postojannogo naselenija Rossii na 1 janvarja, available at: [http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat\\_main/rosstat/ru/statistics/population/level/#](http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/population/level/#) (accessed 04 June 2019).

2. Ofitsial'nyi sait. Administraciia Sankt-Peterburga. available at: <https://www.gov.spb.ru/gov/otrasl/komstroy/statistic/development/> (accessed 04 June 2019).

3. Infografika. Izmenenie stavki po ipoteke v Rossii. available at: [http://www.aif.ru/dontknows/infographics/kak\\_menyalis](http://www.aif.ru/dontknows/infographics/kak_menyalis) (accessed 04 June 2019).

4. Zatonskii A.V., Sirotnina N.A., Ianchenko T.V. Ob approksimatsii faktorov differentsial'noi modeli sotsial'no-ekonomicheskoi sistemy [About approximation of factors in development's differential model for agriculture of Perm region]. *Sovremennye issledovaniia sotsial'nykh problem (elektronnyi nauchnyi zhurnal)*, 2012, no. 11, p. 6.

5. Ivanova E.V., Zatonskii A.V. Otsenka i modelirovanie nauchno-issledovatel'skoi raboty studentov kak mnogoagentnoi sistemy [Student's research work assessment and modeling as a multi-agent system]. *Sovremennye naukoemkie tekhnologii*, 2009, no. 7, pp. 75-78.

6. Zatonskij A.V. Teoreticheskii podkhod k upravleniiu sotsial'no-tekhnicheskimi sistemami [Theoretical approach to the social-technical systems control]. *Programmnye produkty i sistemy*, 2008, no. 1, pp. 29-32.

7. Zatonskii A.V., Sirotina N.A. Preimushchestva differentsial'noi modeli slozhnoi ekonomicheskoi sistemy [Benefits differential model complex economic system]. *Obrazovanie. Nauka. Nauchnye kadry*, 2012, no. 8, pp. 98-102.

8. Zatonskii A.V., Ianchenko T.V. Metod upravleniia razvitiem sotsial'nogo resursa regiona na osnove regressionno-differentsial'nogo modelirovaniia [Regional social potential management based on second order regression-differential model]. *Upravlenie bol'shimi sistemami: sbornik trudov*, 2015, no. 54, pp. 86-113.

9. Geras'kina I.N., Zatonskii A.V. Modelirovanie trenda investitsionnoi i stroitel'noi deiatel'nosti Rossiiskoi Federatsii [Modeling trends of investment and construction activities of the Russian Federation]. *Vestnik MGSU*, 2017, vol. 12, no. 11 (110), pp. 1229-1239.

Получено 28.09.2019

### Сведения об авторах

**Сергеева Анастасия Олеговна** (Березники, Россия) – магистрант кафедры «Автоматизация технологических процессов», Березниковский филиал Пермского национального исследовательского политехнического университета (618404, Березники, ул. Тельмана, 7, e-mail: anaserg2008@mail.ru).

**Измайлова Елена Владимировна** (Березники, Россия) – кандидат технических наук, доцент кафедры «Автоматизация технологических процессов», Березниковский филиал Пермского национального исследовательского политехнического университета (618404, Березники, ул. Тельмана, 7, e-mail: loko87@inbox.ru).

### About the authors

**Anastasya O. Sergeeva** (Berezniki, Russian Federation) – Master Student of the Department of Information Technologies and Automation Systems, Berezniki branch of Perm National Research Polytechnic University (618404, Perm region, Berezniki, Thalmann st., 7, e-mail: anaserg2008@mail.ru).

**Elena V. Izmaylova** (Berezniki, Russian Federation) – Ph.D. in Engineering, Associate Professor, Berezniki branch of Perm National Research Polytechnic University (618404, Perm region, Berezniki, Thalmann st., 7, e-mail: loko87@inbox.ru).