Радченко В.П., Павлов В.Ф., Саушкин М.Н. Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния в поверхностно упрочненных втулках с учетом остаточных касательных напряжений // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Mexaника. – 2019. – № 1. – С. 138-150. DOI: 10.15593/perm.mech/2019.1.12

Radchenko V.P., Pavlov V.Ph., Saushkin M.N. Mathematical modeling of the stress-strain state in surface hardened thin-walled tubes with regard to the residual shear stresses. PNRPU Mechanics Bulletin, 2019, no. 1, pp. 138-150. DOI: 10.15593/perm.mech/2019.1.12



### ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА **№** 1, 2019 PNRPU MECHANICS BULLETIN

http://vestnik.pstu.ru/mechanics/about/inf/



DOI: 10.15593/perm.mech/2019.1.12

УДК 539.3:621.787

### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ В ПОВЕРХНОСТНО УПРОЧНЕННЫХ ВТУЛКАХ С УЧЕТОМ ОСТАТОЧНЫХ КАСАТЕЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

#### В.П. Радченко<sup>1</sup>, В.Ф. Павлов<sup>2</sup>, М.Н. Саушкин<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Самарский государственный технический университет, Самара, Россия

<sup>2</sup>Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, Самара, Россия

#### О СТАТЬЕ

Получена: 05 февраля 2019 г. Принята: 11 марта 2019 г. Опубликована: 30 марта 2019 г.

#### Ключевые слова:

поверхностное упрочнение, алмазное выглаживание, остаточные напряжения, экспериментальные данные, метод колец и полосок, втулки, сталь ЭИ961.

#### *RNJATOHHA*

Предложена феноменологическая математическая модель реконструкции напряженно-деформированного состояния в поверхностно упрочненной втулке с внутренним диаметром 45 мм и внешним -51,5 мм из стали ЭИ961 (13Х11Н2В2МФ) после алмазного выглаживания внешней поверхности. Показано, что если все компоненты тензора напряжений зависят лишь от радиуса, то в цилиндрической системе координат компоненты  $\tau_{r_0} = au_{r_2} = 0$ . Экспериментальные исследования выполнены для образцов, которые упрочнялись при двух режимах нагрузки (радиальное усилие) алмазного сферического наконечника величиной в 200 и 300 Н. Методом колец и полосок с использованием процедуры послойного электрохимического травления упрочненного слоя определены экспериментальные значения остаточных напряжений  $\sigma_{\theta},\,\sigma_{z}$  и  $\tau_{\theta z}$  в приповерхностном слое. Для этой цели использовались экспериментально измеряемые величины прогиба балки-полоски, угловое раскрытие разрезанного кольца и осевое смещение берегов разреза относительно друг друга. В математическую модель введен параметр анизотропии упрочнения, связывающий осевую и окружную компоненты пластической деформации. При решении поставленных задач используются гипотезы пластической несжимаемости материала, отсутствия вторичных пластических деформаций материала в области сжатия приповерхностного слоя, а также гипотезы плоских сечений и прямых радиусов. Изложена методика решения данного типа краевых задач реконструкции напряженно-деформированного состояния, позволяющая определить недостающую компоненту  $\sigma_r$  и все компоненты тензора остаточных пластических деформаций. Выполнена проверка адекватности расчетных данных, полученных с использованием математического моделирования, экспериментальным данным для обоих режимов упрочнения. Наблюдается соответствие расчетных и экспериментальных данных. Приведены численные значения для параметра анизотропии упрочнения, при помощи которого удается теоретически описать наблюдаемое экспериментальное расслоение осевых и окружных напряжений по глубине упрочненного слоя. Экспериментально и теоретически установлено, что модули (абсолютные величины) максимальных касательных напряжений почти на порядок меньше максимальных нормальных напряжений. Обсуждаются вопросы влияния касательных напряжений на процессы многоцикловой усталости и ползучести упрочненных втулок. Основные результаты работы иллюстрируются табличными данными и соответствующими эпюрами распределения остаточных напряжений по глубине упрочненного слоя.

© ПНИПУ

© Радченко Владимир Павлович – д.ф.-м.н., проф., зав. каф., e-mail: radchenko.vp@samgtu.ru, ID: 0000-0003-4168-9660. Павлов Валентин Федорович – д.т.н., проф., зав. каф., e-mail: sopromat@ssau.ru, D: 0000-0002-6549-5775. Саушкин Михаил Николаевич – к.ф.-м.н, доц., e-mail: saushkin.mn@samgtu.ru, ID: 0000-0002-8260-2069.

Vladimir P. Radchenko - Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Head of Department, e-mail: radchenko.vp@samgtu.ru, ID: 0000-0003-4168-9660

Valentin Ph. Pavlov - Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of Department, e-mail: sopromat@ssau.ru,

Mikhail N. Saushkin - CSc in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,

e-mail: saushkin.mn@samgtu.ru, ID: 0000-0002-8260-2069.



Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

## MATHEMATICAL MODELING OF THE STRESS-STRAIN STATE IN SURFACE HARDENED THIN-WALLED TUBES WITH REGARD TO THE RESIDUAL SHEAR STRESSES

#### V.P. Radchenko<sup>1</sup>, V.Ph. Pavlov<sup>2</sup>, M.N. Saushkin<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Samara State Technical University, Samara, Russian Federation

<sup>2</sup>Samara University, Samara, Russian Federation

#### ARTICLE INFO

Received: 05 February 2019 Accepted: 11 March 2019 Published: 30 March 2019

#### Keywords:

surface hardening, diamond smoothing, residual stresses, experimental data, ring and strip method, thin-walled tubes, El961 steel.

#### **ABSTRACT**

We suggest the phenomenological mathematical model of the stress-strain state reconstruction in the surface hardened thin-walled tube with an inner diameter 45 mm and outer diameter 51.5 mm made of steel EI961 and treated by diamond smoothing of the outer surface. It is shown that if all stress components depend on radius only, then the components are  $\tau_{\rm e} = \tau_{\rm g} = 0$  in the cylindrical coordinate system. The experimental research is made for the samples which were softened under two load modes (radial force) of the diamond ball attachment of 200 and 300 N value. The experimental values of residual stresses  $\sigma_{\!_{\theta}}$ ,  $\sigma_{\!_{z}}$ , and  $\tau_{\!_{\theta z}}$  in the surface layer are obtained by the ring and strip method using the layer-by-layer electrochemical pickling of the hardened layer. The experimentally measured values of the strip beam deflection, split ring angular opening and axial displacement of cut edges relative to each other are used for this purpose. The hardening anisotropy parameter which relates the axial and circumferential components of plastic strain is included in the mathematical model. To solve the formulated problems we use the hypotheses of plastic incompressibility of the material, the absence of secondary plastic deformations of the material in the surface layer compression area and the hypotheses of flat sections and straight radii. We present the method for solving the stress-strain state reconstruction boundary value problems, which allows obtaining the missing component  $\sigma_r$  and all residual plastic strain components. The validation of the computational data obtained by mathematical modelling for adequacy to the experimental data for the two modes of hardening is made. There is a close agreement between the computational and experimental data. The numerical values for the hardening anisotropy parameter are given. By using this parameter we are able to theoretically describe the observable experimental layering of axial and circumferential stresses in depth of the hardened layer. It is theoretically and experimentally established that the absolute values of maximum shear stresses is an order of magnitude smaller than the absolute values of maximum normal stresses. We also discuss the questions of the effect of shear stresses on high-cycle fatique and creep of the hardened thin-walled tubes. The main results of the research are illustrated by the tabular data and corresponding diagrams of the residual stresses distribution in depth of the hardened layer.

© PNRPU

#### Введение

Материалоемкость, технологическая база производства деталей и элементов конструкций, обеспечение их ресурса - основные задачи современного машиностроения в различных областях промышленности. Поскольку при изготовлении деталей и в процессе их эксплуатации наибольшую «поврежденность» испытывает материал приповерхностного слоя, то уже в течение многих десятилетий используют технологические способы увеличения «сопротивляемости» деталей, эксплуатирующихся при ужесточенных температурно-силовых нагрузках. Одним из самых распространенных технологических приемов является поверхностно пластическое упрочнение (поверхностно пластическое деформирование -ППД) деталей. Создание локальных очагов пластической деформации в тонком поверхностном слое при квазистатическом или динамическом взаимодействии ударного инструмента с деталью при «холодной» обработке ее поверхности или в условиях высоких температур при воздействии мощного температурного потока

приводит к появлению в поверхностном слое полей сжимающих остаточных напряжений, с которыми и связывается повышение ресурса, в частности характеристик сопротивления усталости, износостойкости, микротвердости, прочности и других показателей надежности. Число публикаций в области исследования «благоприятного» влияния остаточных напряжений на отмеченные механические характеристики необозримо, отметим, например, работы [1-11]. Арсенал технологий упрочнения достаточно широк. Используются как «классические» методы динамического или квазистатического контакта детали с элементом упрочнения (гидро- и пневмодробеструйная обработка [10, 12–15], обкатка роликом и алмазное выглаживание [10, 13, 15–17], ультразвуковое (механическое) упрочнение дробью с малой амплитудой и высокой частотой до  $10^4 - 10^5$  Гц в специальных контейнерах [11, 13, 18-24], дорнование и другие технологии), так и методы термопластического упрочнения [11]. В некоторых случаях используют гибридные технологии упрочнения, например дробеструйную обработку и обкатку роликом в комбинации

с ультразвуком [25, 26]. В последнее время широкое применение находят упрочняющие технологии кавитационного характера [27, 28], наиболее интенсивно развивается технология лазерного упрочнения (лазерного удара) [29-32]. Упрочнение лучом лазера повышает, например, предел выносливости образцов, имитирующих кромки лопаток компрессора газотурбинного двигателя (ГТД), на 30-50 %, а стойкость обработанных лазером лопаток повышается вдвое [31]. Как отмечается в публикациях [31, 32], этот метод имеет три основных преимущества перед «классическими» методами упрочнения на основе контактного взаимодействия: более глубокое распространение области остаточных напряжений сжатия; малая степень холодной пластической деформации поверхности, что обеспечивает повышенную стойкость наведенных напряжений сжатия к релаксации при рабочих температурах и вибрации, например, лопаток компрессора ГТД; сохраняется исходным или повышается качество поверхности по степени шероховатости.

Одной из теоретических проблем механики упрочненных конструкций является реконструкция напряженно-деформированного состояния после процедуры упрочнения, поскольку без этой информации невозможно построить математические модели релаксации остаточных напряжений в упрочненных деталях в условиях высокотемпературной ползучести и усталостной прочности при многоцикловом нагружении в поле рабочих нагрузок. Отметим некоторые теоретические исследования в этом направлении. Так, в работах [33-35] сделана попытка оценить распределение остаточных напряжений при единичном ударе шара о плоскость на основе решения контактной упругопластической задачи. Публикации [33–38] посвящены непосредственному моделированию технологических процессов упрочнения для определения остаточных напряжений на основе динамических упругопластических задач; в [11] предложен численный метод расчета полей остаточных напряжений и деформаций, возникающих в процессе термопластического упрочнения (ТПУ), решением соответствующей прямой термоупругопластической задачи. Однако учесть все нюансы упрочняющих технологий (стохастический характер бомбардировки микрошариками, многократные проходы при упрочнении роликом, система охлаждающей жидкости, температурные эффекты в контактной задаче, граничные и начальные

условия при ТПУ и т.д.) практически невозможно. Поэтому получаемые результаты носят преимущественно качественный характер. Другое направление теоретических исследований основано на волевом задании закона распределения пластической деформации по пространственным координатам в тонком поверхностном слое (равномерное распределение, линейный или параболический законы по глубине слоя и т.д.). Для некоторых простейших законов в [12] получены аналитические решения для гладких цилиндрических и плоских образ-

цов. Этот метод расчета остаточных напряжений по заданным первоначальным деформациям получил развитие в ряде работ [9, 10, 39–41], где использована аналогия между остаточными пластическими деформациями и температурными деформациями в неоднородном температурном поле. Использование этой аналогии дает широкие возможности сведения рассмотренных задач к проблеме термоупругости, реализация которой в современных расчетных комплексах не вызывает особых затруднений. Но здесь приходится вести речь лишь о качественном характере теоретических результатов и получаемых полей остаточных напряжений.

В связи с вышеизложенным для получения более надежных количественных результатов необходим какой-то минимум экспериментальной информации о некоторых компонентах тензора остаточных напряжений (определить распределение остаточных пластических деформаций по глубине упрочненного слоя экспериментально невозможно), зная которые можно расчетным путем определить и остальные компоненты тензора напряжений и тензора пластических деформаций. В этом плане можно отметить работы [39, 40], в которых задача сведена к задаче фиктивной термоупругости. Здесь сделана успешная попытка использовать информацию о распределении одной или двух компонент тензора остаточных напряжений, определенных экспериментально. Для этой цели «подбирается» (численно, итерационным методом) такое температурное поле, что температурные деформации, вызванные неоднородным температурным полем, дают (в соответствующей норме) наиболее близкое теоретическое распределение компонент остаточных напряжений к экспериментально определенным.

В настоящей работе в качестве основного подхода для дальнейших исследований используется феноменологический подход, предложенный для цилиндрических изделий в [42] и получивший дальнейшее развитие, в том числе – и для плоских деталей, в работах [15-17, 24, 40]. Суть подхода заключается в том, что не учитываются касательные напряжения, а для определения нормальных компонент тензора остаточных напряжений и пластических деформаций достаточно иметь одну или две (в зависимости от технологии упрочнения) экспериментальные эпюры остаточных напряжений. Естественным развитием данного метода является его обобщение на случай учета касательных компонент тензора остаточных напряжений, которые гарантированно возникают, например, при обкатке роликом, алмазном выглаживании и дорновании.

Поэтому целью данной работы является экспериментальное исследование остаточных касательных и нормальных напряжений после упрочнения алмазным выглаживанием втулок из стали ЭИ961 (13X11H2B2MФ), количественная оценка касательных напряжений и разработка математической модели ре-

конструкции полей остаточных напряжений и пластических деформаций для рассматриваемой задачи.

#### 1. Предварительные сведения

Во многих прикладных задачах для цилиндрических деталей (поверхностное пластическое деформирование, точение, стесненное кручение и др.) формирование остаточных напряжений одинаково во всех сечениях и в цилиндрической системе координат ( r,  $\theta$ , z) не зависит от координат  $\theta$  и z, т.е. все компоненты тензора остаточных напряжений зависят лишь от радиуса:  $\sigma_r = \sigma_r(r)$ ,  $\sigma_\theta = \sigma_\theta(r)$ ,  $\sigma_z = \sigma_z(r)$ ,  $\tau_{r\theta} = \tau_{r\theta}(r)$ ,  $\tau_{rz} = \tau_{rz}(r)$ ,  $\tau_{\theta z} = \tau_{\theta z}(r)$ . Тогда, записывая уравнения равновесия

$$\begin{split} &\frac{\partial \sigma_{r}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{r} - \sigma_{\theta}}{r} = 0, \\ &\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{z}}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} = 0, \\ &\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial z} + \frac{2\tau_{r\theta}}{r} = 0 \end{split}$$

и учитывая, что компоненты тензора напряжений зависят лишь от одной переменной  $\it r$ , получим

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0,$$

$$\frac{d\tau_{rz}}{dr} + \frac{\tau_{rz}}{r} = 0,$$

$$\frac{d\tau_{r\theta}}{dr} + \frac{2\tau_{r\theta}}{r} = 0.$$
(1)

Интегрирование второго и третьего уравнений (1) дает  $\tau_{rz} = A/r$ ,  $\tau_{r\theta} = B/r^2$ , где A и B — произвольные константы. Возвращаясь к задаче поверхностного пластического упрочнения втулки, при котором ее наружная и внешняя боковые поверхности свободны от внешних нагрузок, имеем A = B = 0 и  $\tau_{rz} = \tau_{r\theta} = 0$ . Таким образом, в данной задаче подлежат определению лишь компоненты тензора напряжений  $\sigma_r(r)$ ,  $\sigma_{\theta}(r)$ ,  $\sigma_{z}(r)$  и  $\tau_{\theta z}(r)$ , при этом  $\sigma_r$  и  $\sigma_{\theta}$  связаны первым соотношением (1), а на  $\sigma_z$  и  $\tau_{\theta z}$  накладываются ограничения, связаные с гипотезами плоских сечений и прямых радиусов. Кроме этого, должны выполняться условия

$$\int_{R_{z}}^{R_{z}} r\sigma_{z}(r)dr = 0, \quad \int_{R_{z}}^{R_{z}} r^{2}\tau_{\theta_{z}}(r)dr = 0, \quad (2)$$

поскольку внешние растягивающая осевая сила и крутящий момент отсутствуют ( $R_1$  и  $R_2$  — внутренний и наружный радиусы втулки).

# 2. Экспериментальное исследование остаточных напряжений после алмазного выглаживания

Для исследования остаточных напряжений после алмазного выглаживания, которое является штатной технологией в различных отраслях промышленности, использовались втулки из стали ЭИ961 (13X11H2B2MФ) следующих размеров: длина втулки l=75 мм; наружный диаметр  $D_2=51,5$  мм; внутренний диаметр  $D_1=45$  мм; усилие прижима (радиальное усилие) алмазного наконечника 200 и 300 H; линейная скорость точек внешней поверхности при вращении втулки 50 м/мин; осевая линейная скорость алмазного наконечника 0,075 мм/об; радиус сферического алмазного наконечника 2 мм.

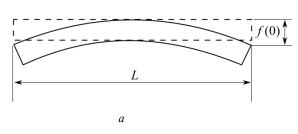
Принципиальная схема упрочнения и ее техническая реализация изложены еще в работе [46]. Экспериментальное (точнее — расчетно-экспериментальное) определение распределения остаточных напряжений в поверхностно упрочненных втулках осуществлялось по методу колец и полосок С.И. Иванова, основы которого заложены в работах [43–45], широко используемому и в настоящее время [9, 10, 15–17, 24]. Для каждого режима нагружения (усилия прижима) использовалось по 5 втулок, две из которых — для изготовления колец, а три — для полосок (вдоль образующей), которые вырезались в пределах центрального угла  $\psi = 26^{\circ}$  поперечного кольцевого сечения образца.

Из представленного в подразд. 1 материала следует, что при принятых гипотезах формирование остаточных напряжений  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\theta$ ,  $\sigma_z$  и  $\tau_{\theta z}$  идет независимо, поскольку диагональные элементы тензора деформаций  $\mathbf{E}_r$ ,  $\mathbf{E}_{\theta}$  и  $\mathbf{E}_z$  влияют только на величины  $\mathbf{\sigma}_r$ ,  $\mathbf{\sigma}_{\theta}$  и  $\mathbf{\sigma}_z$ , а на сдвиговые деформации они не оказывают влияния. Аналогично внутренний крутящий момент в элементе объема оказывает влияние лишь на сдвиговую деформацию, не оказывая влияния на компоненты  $\mathfrak{E}_r$ ,  $\mathfrak{E}_\theta$  и  $\mathfrak{E}_\tau$ . Метод колец и полосок позволяет экспериментально определить компоненты  $\sigma_{\theta}$  и  $\sigma_{z}$ , а также величину  $\tau_{\theta z}$ . Но в связи с вышеизложенным этот метод позволяет независимо определять компоненты  $\sigma_{\theta}$  и  $\sigma_{z}$  по линейным перемещениям полоски (балки) и угловым перемещениям (изменениям диаметра) разрезанного кольца соответственно, условно считая  $\tau_{\theta z} = 0$ , а величину  $\tau_{\theta z}$  – по линейному осевому смещению берегов разреза кольца относительно друг друга.

Сразу после вырезки у полосок измеряли прогиб f(0) (как показано на рис. 1, a), а у колец – изменение диаметра  $\delta(0)$  (рис. 2, a) и величину осевого смещения w(0) берегов разрезанного кольца (рис. 2,  $\delta$ ). Далее электрохимическим полированием (состав электролита: ортофосфорная кислота – 65 %, серная кислота – 20 %, дистиллированная вода – 15 %) производилось удаление слоев со стороны упрочнения (остальные части поверхности защищались лаком). Послойное травление

 $(5-10\,$  мкм) приводило к изменению диаметра  $\delta(h)$  в кольцах (см. рис.  $2,\,\delta$ ) и прогибов полосок f(h), где h- расстояние от наружной поверхности втулки до слоя, в котором вычисляли остаточное напряжение. Отметим, что f(h) и  $\delta(h)$  отсчитываются от состояния

полоски или кольца до вырезки из втулки. На рис. 1 и 2 полоска и кольцо до вырезки из втулки изображены штриховыми линиями. Толщина удаленного слоя измерялась в 10–15 точках, а результаты измерений усреднялись. Детали этой методики подробно изложены в работе [9].



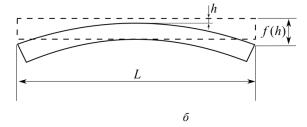


Рис. 1. Схема измерения прогиба полоски: a – после вырезки;  $\delta$  – после вырезки и удаления слоя толщиной h

Fig. 1. The measuring scheme of deflection of the strip: a – after cutting; b – after cutting and removing the layer with b thickness

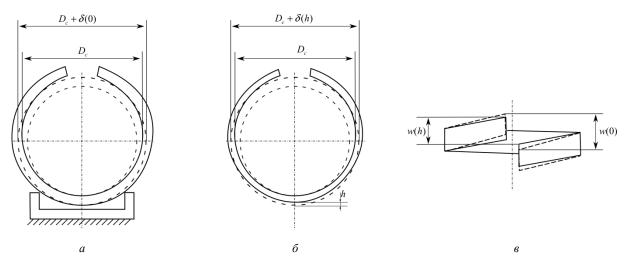


Рис. 2. Схема измерения перемещений кольца: a — изменение диаметра после вырезки;  $\delta$  — изменение диаметра после вырезки и удаления слоя толщиной h; s — изменение величины осевого смещения

Fig. 2. The measuring scheme of the ring displacements: a – diameter change after cutting; b – diameter change after cutting and removing the layer with b thickness; c – the axial displacement change

Комбинации расчетно-экспериментальных окружных  $\sigma_{\theta}$  и осевых  $\sigma_{z}$  остаточных напряжений в полосках  $\sigma_{n}(h)$  и кольцах  $\sigma_{k}(h)$  определяются в соответствии с методикой [43, 44, 9, 10, 15] по формулам

$$\sigma_{\theta}(h) - \mu \sigma_{z}(h) = \sigma_{k}(h) = 2 \frac{E\delta(0)}{D_{c}^{2}} \left(\frac{H}{2} - h\right) - \frac{1}{3} \frac{E(H - h)^{2}}{D_{c}^{2}} \frac{d\delta(h)}{dh} + \frac{4E(H - h)}{3D_{c}^{2}} \delta(h) - \frac{2E}{3D_{c}^{2}} \int_{0}^{h} \delta(\xi) d\xi, \quad (3)$$

$$\sigma_{z}(h) - \mu \sigma_{\theta}(h) = \sigma_{n}(h) = \frac{8E}{L^{2}R_{2}(2R_{2}\sin\frac{\psi}{2} - R_{c}\psi)} \left[ f(h)\frac{dI(0)}{dh} + I(0)\frac{df(h)}{dh} \right], \quad (4)$$

где  $D_c = (D_1 + D_2)/2$  – средний диаметр кольца;  $R_2$  ,  $R_1$  – наружный и внутренний радиусы цилиндрической по-

лоски; H — толщина кольца; E,  $\mu$  — модуль Юнга и коэффициент Пуассона материала; L — длина полоски;

$$R_c = \frac{4\sin\frac{\psi}{2}}{3\psi} \frac{R_2^3 - R_1^3}{R_2^2 - R_1^2}$$

 радиус центра тяжести поперечного сечения цилиндрической полоски;

$$I(h) = \frac{\psi + \sin \psi}{8} \left[ (R_2 - h)^4 - R_1^4 \right] - \frac{8 \sin \frac{\psi}{2}}{\psi} \frac{\left[ (R_2 - h)^3 - R_1^3 \right]^2}{(R_2 - h)^2 - R_1^2}$$

 момент инерции поперечного сечения полоски относительно нейтральной оси.

Решение системы (3) и (4) дает экспериментальные зависимости для осевых  $\sigma_z(h)$  и окружных  $\sigma_\theta(h)$  остаточных напряжений:

$$\sigma_{z}(h) = \frac{1}{1 - \mu^{2}} [\sigma_{n}(h) + \mu \sigma_{k}(h)],$$

$$\sigma_{\theta}(h) = \frac{1}{1 - \mu^{2}} [\sigma_{k}(h) + \mu \sigma_{n}(h)].$$
(5)

Определение остаточных касательных напряжений в нагруженных слоях втулки осуществлялось по методике [45] на основе анализа кинетики осевого смещения берегов разреза кольца в процессе травления по формуле

$$\tau_{\theta z}(h) = -\frac{G}{6\pi R^2} \Big[ Hw(0) - 4(H - h)w(h) + + (H - h)^2 \frac{dw(h)}{dh} + 2 \int_0^h w(\xi) d\xi \Big],$$
 (6)

где G — модуль упругости материала при сдвиге; w(h) — осевое смещение концов берегов кольца после разрезки и удаления слоя толщиной h;  $R = (R_1 + R_2)/2$  — средний радиус кольца.

На рис. 3 и 4 маркерами представлены «экспериментальные» (расчетно-экспериментальные) зависимости для компонент тензора остаточных напряжений в зависимости от глубины упрочненного слоя  $h=R_2-r$  ( $R_1 \le r \le R_2$ ) при двух величинах радиального усилия 200 и 300 H соответственно, полученные на основе соотношений (3)–(6).

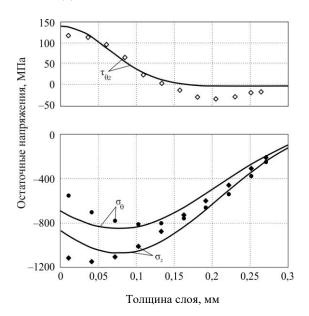


Рис. 3. Остаточные напряжения во втулках после алмазного выглаживания с радиальным усилием 200 Н: маркеры — расчетно-экспериментальные значения; сплошные линии — расчет по предложенной модели

Fig. 3. Residual stresses in the bushing after diamond smoothing with radial force 200 N: markers – experimental-computational values; solid lines – computation by the proposed model

Первичный анализ данных свидетельствует, что касательные напряжения  $\tau_{\theta_Z}$  по величине значительно

меньше нормальных компонент  $\sigma_z$  и  $\sigma_\theta$  (здесь и далее речь идет об абсолютных величинах напряжений). Так, на упрочненной поверхности (h=0) величина  $\tau_{\theta z}$  составляет около 20 % от  $\sigma_\theta$  и 9 % от  $\sigma_z$ , а по отношению к максимальным значениям  $\sigma_z$  и  $\sigma_\theta$  максимальная величина  $\tau_{\theta z}$  не превосходит 12 %. Также можно отметить, что рассматриваемые величины радиального усилия алмазного наконечника слабо влияют на распределение и величину касательных напряжений.

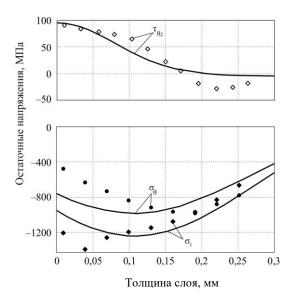


Рис. 4. Остаточные напряжения во втулках после алмазного выглаживания с радиальным усилием 300 Н: маркеры — расчетно-экспериментальные значения; сплошные линии — расчет по предложенной модели

Fig. 4. Residual stresses in the bushing after diamond smoothing with radial force 300 N: markers – experimental-computational values; solid lines – computation by the proposed model

Полученные экспериментальные данные позволяют рассмотреть вопрос (не)учета касательных напряжений в задачах усталостной прочности и релаксации остаточных напряжений в условиях ползучести. В ряде работ по оценке предела выносливости упрочненных цилиндрических изделий при изгибе в критериальных зависимостях для эквивалентного напряжения используется лишь интегральная величина компоненты  $\sigma_z = \sigma_z(h)$ в области сжатия. В этом типе задач учитывать компоненту  $\tau_{\theta_z}$  не целесообразно, поскольку ее величина, вопервых, незначительна по сравнению с  $\sigma_z$ , во-вторых, интеграл, например, от интенсивности напряжений по области сжатия напряжения  $\sigma_z$  с учетом касательных напряжений даст крайне малую поправку (см. рис. 3 и 4). Однако в задачах релаксации остаточных напряжений вследствие ползучести ситуация иная. В частности, для случая на рис. 3 отношение интенсивности напряжений с учетом и без учета касательных напряжений составляет 1,046. Поэтому если ориентироваться на закон установившейся ползучести, в котором показатель нелинейности п в степенной аппроксимации скорости деформации ползучести от напряжения для современных материалов может принимать довольно большие значения (до n = 20), то, например, при h = 0(на поверхности втулки) мы имеем увеличение скорости установившейся ползучести с учетом касательных напряжений для n=8 в 1,43 раза, для n=12 в 1,72 раза, а при n = 16 - в 2,05 раза. Поэтому ползучесть при учете касательных напряжений будет протекать существенно интенсивнее, что должно сказаться на увеличении скорости релаксации остаточных напряжений. Отсюда можно сделать предварительный вывод о целесообразности учета касательных напряжений в задачах ползучести упрочненных полых цилиндрических деталей при высоких показателях нелинейности в законе установившейся ползучести.

Настоящие экспериментальные исследования еще раз подтвердили анизотропный характер упрочнения при алмазном выглаживании [15–17] с различием эпюр для напряжений  $\sigma_{\theta}$  и  $\sigma_{z}$  (при изотропном упрочнении зависимости для  $\sigma_{\theta} = \sigma_{\theta}(h)$  и  $\sigma_{z} = \sigma_{z}(h)$  практически совпадают), что отчетливо наблюдается на рис. 3 и 4.

# 3. Математическая модель реконструкции напряженно-деформированного состояния после упрочнения

Необходимость математического описания киненапряженно-деформированного упрочненных элементов конструкций в поле внешних температурно-силовых нагрузок приводит к постановке краевых задач с начальными данными для компонент тензоров остаточных напряжений и пластических деформаций, сформированными после процедуры упрочнения [42]. Это, в свою очередь, приводит к самостоятельной обратной задаче реконструкции распределения остаточных напряжений и пластических деформаций не только в приповерхностном слое, где частично известна экспериментальная информация о некоторых величинах компонент напряжений (см. рис. 3 и 4), но и по всей области интегрирования в краевой задаче с учетом выполнения уравнений равновесия и совместности деформаций. В настоящей работе для этой цели используется обобщение феноменологического метода моделирования напряженнодеформированного состояния в упрочненных цилиндрических деталях, развитого в работах [42, 15-17, 40] для случая отсутствия касательных напряжений. Выше было показано, что моделирование нормальных (диагональных) компонент тензоров напряжений и деформаций и недиагональных (касательных напряжений и сдвиговых деформаций) компонент можно осуществлять независимо. В связи с этим реконструкция остаточных напряжений  $\sigma_{\theta}$ ,  $\sigma_{z}$ ,  $\sigma_{r}$  и пластических деформаций  $q_{\theta}$ ,  $q_{z}$  и  $q_{r}$  осуществляется по подробно изложенной в [15] методике, в соответствии с которой расчетные формулы принимают следующий вид:

$$\sigma_r(r) = \frac{1}{r} \int_{R}^{r} \sigma_{\theta}(\xi) d\xi, \quad R_1 \le r \le R_2, \tag{7}$$

$$q_{\theta}(r) = \frac{(1+v)(1-2v)}{(1+\alpha v)^{2}E} \times$$

$$\times r^{-\frac{2+\alpha}{1+\alpha \nu}} \int_{R_{l}}^{r} \xi^{\frac{1+\alpha-\alpha \nu}{1+\alpha \nu}} \left(\sigma_{r}(\xi) + (1+\alpha)\sigma_{\theta}(\xi)\right) d\xi +$$

$$+\frac{1+\nu}{(1+\alpha\nu)E} \left(\nu\sigma_r(r) - (1-\nu)\sigma_{\theta}(r)\right),\tag{8}$$

$$q_z(r) = \alpha q_\theta(r), \quad q_r(r) = -q_\theta(r)(1+\alpha),$$
 (9)

$$\varepsilon_{z}^{0} = \frac{2}{R_{2}^{2} - R_{1}^{2}} \int_{R_{1}}^{R_{2}} \xi \left[ q_{z}(\xi) - \frac{v}{E} (\sigma_{r}(\xi) + \sigma_{\theta}(\xi)) \right] d\xi, \quad (10)$$

$$\sigma_z(r) = E\left(\varepsilon_z^0 - q(r)\right) + \nu\left(\sigma_r(r) + \sigma_\theta(r)\right),\tag{11}$$

где E — модуль Юнга;  $\mu$  — коэффициент Пуассона;  $\alpha$  — феноменологический параметр анизотропии упрочнения [15–17]. Величина  $\alpha$  = 1 соответствует изотропной процедуре упрочнения в направлении осей z и  $\theta$  (гидро- и пневмодробеструйная обработка, термопластическое упрочнение, азотирование), а при  $\alpha \neq 1$  имеем неизотропное упрочнение (обкатка роликом, алмазное выглаживание, дорнование).

Из (7)–(11) следует, что если известны величина  $\sigma_{\theta} = \sigma_{\theta} \left( r \right)$  и параметр  $\alpha$ , то остальные величины определяются по следующей схеме:

$$\sigma_{\theta}(r) \xrightarrow{(7)} \sigma_{r}(r) \xrightarrow{(8)} q_{\theta}(r) \xrightarrow{(9)} q_{r}(r),$$

$$q_{z}(r) \xrightarrow{(10)} \varepsilon_{z}^{0} \xrightarrow{(11)} \sigma_{z}(r).$$
(12)

Цифры над стрелками в (12) означают номер формулы, по которой рассчитывается величина.

Таким образом, феноменологическая модель (7)–(11) и схема (12) основаны на имеющихся экспериментальных данных о распределении компоненты  $\sigma_{\theta} = \sigma_{\theta}(r)$ . Однако экспериментально ее можно определить только в тонком упрочненном слое — области сжатия (см. рис. 3 и 4). Поэтому эти данные необходимо экстраполировать на всю область  $R_1 \leq r \leq R_2$ . Для этого можно использовать аппроксимацию следующего вида [15]:

$$\sigma_{\theta}(r) = \left(\sigma_0 - \sigma_1 \exp\left[-(R_2 - r^* - r)^2 / b^2\right]\right) \frac{r - R_1}{b}, (13)$$

где  $r^*$  – значение радиуса, при котором экспериментальный график функции  $\sigma_{\theta} = \sigma_{\theta}(r)$  достигает локаль-

ного минимума;  $\sigma_0$ ,  $\sigma_1$  и b — параметры, подлежащие определению.

Однако на практике величина параметра анизотропии упрочнения  $\alpha$  в (9) неизвестна, и ее можно определить только после проведения экспериментальных исследований. В этом случае схема (12) изменяется, и в качестве исходной информации необходимо иметь экспериментальные зависимости для компонент  $\sigma_{\theta}(r)$  и  $\sigma_{z}(r)$  в упрочненном слое, а параметр  $\alpha$  подлежит процедуре идентификации. Здесь на первом этапе определяются параметры  $\sigma_{0}$ ,  $\sigma_{1}$  и b из решения системы алгебраических уравнений, которая формируется с учетом условий

$$\sigma_{\theta}(r^*) = \sigma^*, \ \sigma_{\theta}(r_0) = 0, \tag{14}$$

где  $\sigma^*$  — экспериментальное значение минимума функции  $\sigma_{\theta} = \sigma_{\theta}(r)$ ;  $r_0$  — значение радиуса, при котором функция  $\sigma_{\theta}$  обращается в нуль, и условия самоуравновешенности эпюры окружной компоненты напряжения

$$\int_{R}^{R_{2}} \sigma_{\theta}(r) dr = \int_{R}^{R_{2}} d\left(r\sigma_{r}(r)\right) = 0, \qquad (15)$$

следующего из первого уравнения (1) и граничных условий  $\sigma_r(R_1) = \sigma_r(R_2) = 0$ . Далее задача сводится к поисковому методу оптимизации: целенаправленно варьируются параметры  $r_0$ ,  $r^*$ ,  $\sigma^*$ , которые, в свою очередь, варьируют параметры аппроксимации (13) и  $\alpha$ , и для каждой такой совокупности значений этих параметров осуществляется численный расчет по схеме (12) до достижения минимума функционала:

$$\Delta_{\theta} + \Delta_{\tau} \rightarrow \min;$$

$$\Delta_{i} = \left[ \frac{\sum_{k=1}^{N} (\sigma_{i}(r_{k}) - \overline{\sigma}_{i}(r_{k}))^{2}}{\sum_{k=1}^{N} (\overline{\sigma}_{i}(r_{k}))^{2}} \right]^{\frac{1}{2}}, i = 0, z,$$
 (16)

где  $\Delta_i$  — функционал нормированного среднеквадратического отклонения расчетных значений  $\sigma_i(r_k)$  от соответствующих экспериментальных значений  $\overline{\sigma}_i(r_k)$ ; N — число точек дискретизации радиуса  $r_k$  в упрочненном слое, в которых известны экспериментальные и расчетные значения окружной и осевой компонент тензора остаточных напряжений.

Поскольку влияние диагональных компонент тензоров остаточных напряжений и пластических деформаций на формирование остаточных касательных напряжений и сдвиговых деформаций отсутствует, для величины  $\tau_{\theta_z} = \tau_{\theta_z}(r)$  достаточно выполнить аппроксимацию экспериментальных данных при выполнении второго условия (2). Исходя из характера экспериментальной зависи-

мости для касательного напряжения (см. рис. 3 и 4) для этой цели можно использовать следующее соотношение:

$$\tau_{\theta_z}(r) = \tau_0 - \tau_1 \frac{b_1}{r} \exp\left(-(R_2 - r)^2 / b_1^2\right), \ R_1 \le r \le R_2,$$
 (17)

где параметры  $\tau_0$ ,  $\tau_1$  и  $b_1$  в первом приближении определяются с использованием характерных значений функции:  $\tau_{\theta_z} = \tau_{\theta_z}(r)$ :  $\tau_{\theta_z}(R_2) = \tau^*$  и  $\tau_{\theta_z}(r_1) = 0$  ( $\tau^*$  – «экспериментальное» значение компоненты  $\tau_{\theta_z}$  на поверхности втулки,  $r_1$  – значение радиуса, где компонента  $\tau_{\theta_z}$  обращается в нуль) и аналога уравнения самоуравновешенности – второго условия (2). Затем вблизи окрестности полученных значений варьируются параметры  $b_1$ ,  $\tau^*$ ,  $r_1$ , и минимизируется функционал  $\Delta_{\theta_z}$  нормированного среднеквадратического отклонения расчетных значений  $\tau_{\theta_z}(r_k)$  от соответствующих экспериментальных значений  $\overline{\tau}_{\theta_z}(r_k)$ , аналогичный по выражению (16), так, чтобы выполнялось условие (2).

Для определения распределения сдвиговой компоненты тензора остаточных пластических деформаций воспользуемся соотношением  $\gamma_{\theta_z}(r)=r\psi$ . Представляя деформацию сдвига аддитивной составляющей упругой компоненты  $\gamma_{z\theta}^e=\tau_{z\theta}(r)/G$  и пластической компоненты  $\gamma_{\theta_z}^p$ , имеем

$$\frac{\tau_{z\theta}(r)}{G} + \gamma_{z\theta}^{p}(r) = r\psi . \tag{18}$$

Здесь  $\gamma_{\theta z}$  — полная деформация сдвига;  $\psi$  — относительный угол закручивания;  $G = E/\left(2(1+\mu)\right)$  — модуль сдвига материала.

В соотношении (18) неизвестны  $\gamma^p_{z\theta}(r)$  и  $\psi$ . Для конкретизации (17) проанализируем графики касательных напряжений на рис. 3 и 4. Толщина стенки упрочненной втулки  $H=R_2-R_1=3,25$  мм, а глубина залегания наиболее интенсивных касательных напряжений составляет 150 и 170 мкм соответственно, т.е. величина H больше глубины залегания в 22 и 19 раз, почти на два порядка. Поэтому в первом приближении можно ввести гипотезу, что интегральная величина угла закручивания  $\psi$  втулки после упрочнения близка к нулю ( $\psi \approx 0$ ). Тогда из (18) находим

$$\gamma_{\tau\theta}^{p}(r) = -\tau_{r\theta}(r)/G, \qquad (19)$$

где  $\tau_{z\theta}(r)$  определяется формулой (17).

#### 4. Результаты расчетов и анализ результатов

Для идентификации параметров разработанной математической модели использовались данные для «экспериментальных» компонент тензора остаточных напряжений  $\sigma_{\theta}$ ,  $\sigma_{z}$  и  $\tau_{\theta z}$ , представленных на рис. 3 и 4, при усилии прижима (радиальном усилии) алмазного

наконечника, равном 200 Н (вариант 1) и 300 Н (вариант 2). Значения параметров для аналитических зависимостей (13) и (17), полученные по методике, изложенной в подразд. 3, а также величина параметра анизотропии упрочнения  $\alpha$  представлены в табл. 1.

Результаты расчетов компонент напряжений  $\sigma_{\theta}$ ,  $\sigma_{z}$ ,  $\sigma_{r}$  и  $\tau_{\theta z}$  по разработанной методике с параметрами из табл. 1 приведены на рис. 3 и 4 сплошными линиями и в табл. 2. Здесь же приведены значения среднеквадратических отклонений расчетных данных от экспериментальных (величины с чертой) для компонент напряже-

ний  $\sigma_{\theta}$ ,  $\sigma_{z}$  и  $\tau_{\theta z}$  для обоих вариантов технологической обработки втулок. В целом наблюдается удовлетворительное соответствие расчетных и экспериментальных данных. Отметим, что расчетные значения компоненты  $\sigma_{r}$  на два-три порядка меньше значений  $\sigma_{\theta}$  и  $\sigma_{z}$  (по абсолютной величине). Величина параметра анизотропии упрочнения  $\alpha$  для обоих вариантов обработки принимает значение, равное 1,6. Собственно, введением величины  $\alpha \neq 1$  и удалось описать различие эпюр  $\sigma_{\theta} = \sigma_{\theta}(r)$  и  $\sigma_{z} = \sigma_{z}(r)$  в рассматриваемой здесь задаче.

Таблица 1

## Значения параметров аппроксимации окружной и касательной компонент тензора остаточных напряжений

Table 1

The values of the approximation parameters for the circumferential and tangential components of the residual stress tensor

	Режим упрочнения [Hardening mode]								
	$\sigma_{\!\scriptscriptstyle 0}$ , MПa	$\sigma_{\!_{1}}$ , M $\Pi$ a	b , mm	α	$\tau_0$ , M $\Pi$ a	$\tau_{_{1}}$ , MПa	$b_{\scriptscriptstyle 1}$ , mm		
Вариант 1 [First mode]	8,15	57,58	0,18466	1,6	-4,00	-41328,63	0,08972		
Вариант 2 [Second mode]	17,00	91,88	0,23957	1,6	-3,50	-22092,16	0,11481		

Таблица 2

## Экспериментальные и расчетные значения компонент тензора остаточных напряжений и их среднеквадратическое отклонение друг от друга

Table 2

Experimental and calculated values of the residual stress tensor components and their standard deviation from each other

Глубина [Depth] <i>h</i> , мм	$ar{\sigma}_{\scriptscriptstyle{ heta}}$	$\sigma_{_{\!\scriptscriptstyle{ heta}}}$	$\bar{\sigma}_z$	$\sigma_z$	$\sigma_r$	Глубина [Depth] <i>h</i> , мм	$\overline{ au}_{ heta_z}$	$ au_{ heta_Z}$				
Режим упрочнения по варианту 1, МПа [Hardening by the first mode, MPa]												
0,01	-555,32	-728,89	-1119,21	-914,57	0,30	0,01	117,54	138,24				
0,04	-704,63	-811,25	-1149,67	-1019,44	1,21	0,04	113,26	118,72				
0,07	-779,30	-847,51	-1102,04	-1066,60	2,21	0,06	96,05	87,66				
0,10	-809,84	-830,92	-1006,93	-1044,37	3,24	0,09	64,54	55,11				
0,13	-799,55	-765,31	-877,73	-960,50	4,18	0,11	23,50	28,94				
0,16	-755,24	-661,02	-731,47	-833,24	4,99	0,13	2,74	11,92				
0,19	-660,06	-528,33	-605,58	-671,98	5,70	0,16	-13,19	2,78				
0,22	-537,49	-401,35	-466,19	-500,76	6,25	0,18	-30,32	-1,49				
0,25	-377,80	-267,41	-309,74	-342,78	6,64	0,21	-34,37	-3,20				
0,27	-250,79	-193,63	-216,76	-244,61	6,82	0,23	-29,04	-3,80				
						0,25	-19,62	-3,94				
						0,27	-17,67	-3,98				
	$\Delta_{\theta} = 0,0272$		$\Delta_z = 0$	$\Delta_z = 0.0145$			$\Delta_{\theta z} = 0,0869$					
	Po	ежим упрочне	ния по варианту	2, MΠa [Hardenii	ng by the seco	ond mode, MPa	]					
0,01	-480,78	-796,33	-1203,89	-996,38	0,30	0,01	90,92	94,33				
0,04	-632,94	-889,03	-1386,40	-1114,39	1,29	0,03	83,42	87,42				
0,07	-730,94	-952,09	-1254,92	-1195,05	2,37	0,06	78,48	73,19				
0,10	-842,02	-980,02	-1192,72	-1231,40	3,51	0,08	73,83	57,78				
0,13	-920,61	-970,44	-1145,80	-1219,19	4,69	0,10	64,88	40,58				
0,16	-966,70	-924,43	-1074,98	-1160,66	5,81	0,13	46,52	26,68				
0,19	-984,72	-843,29	-965,20	-1061,84	6,86	0,15	22,40	14,46				
0,22	-885,76	-735,76	-827,27	-931,68	7,80	0,17	5,50	7,33				
0,25	-784,64	-615,60	-663,40	-775,91	8,63	0,20	$-18,\!56$	2,01				
						0,22	-27,58	-0,96				
						0,24	-25,48	-2,36				
						0,26	-17,70	-2,98				
	$\Delta_{\theta} = 0,0512$		$\Delta_z = 0.0154$		=		$\Delta_{\theta_z} = 0,0907$					

Отметим, что глубина залегания отрицательных значений окружных и нормальных компонент остаточных напряжений в два раза больше, чем глубина области положительных касательных напряжений большой интенсивности.

#### Заключение

Выполненные исследования свидетельствует о том, что разработанная методика позволяет полностью выполнить реконструкцию и остаточных напряжений, и остаточных пластических деформаций, при этом авторами в модели впервые учтены недиагональные компоненты тензоров напряжений и деформаций.

Отметим, что реконструкция напряженно-деформированного состояния не является самоцелью (хотя важность решения этой задачи очевидна), и она — составная часть более сложных задач, таких как устойчивость наведенных остаточных напряжений к температурносиловым нагрузкам в условиях ползучести. Решение этой проблемы приводит к новым краевым задачам реологи-

#### Библиографический список

- 1. On the effect of deep-rolling and laser-peening on the stress-controlled low- and high-cycle fatigue behavior of Ti-6-Al-4V at elevated temperatures up to 550 °C / I. Altenberger, R.K. Nalla, Y. Sano [et al.] // Intern. J. Fatigue. 2012. Vol. 44. P. 292—302. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2012.03.008
- 2. Prediction and characterization of residual stresses from laser shock peening / R.A. Brockman, W.R. Braisted, S.E. Olson [et al.] // Intern. J. Fatigue. 2012. Vol. 36. P. 96–108. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2011.08.011
- 3. Dai K., Shaw L. Analysis of fatigue resistance improvements via surface severe plastic deformation // Intern. J. Fatigue. 2008. Vol. 30. No. 8. P. 1398–1408. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2007.10.010
- 4. Residual stresses and fatigue performance / M.N. James, D.J. Hughes, Z. Chen [et al.] // Engng Failfure Anal. 2007. Vol. 14. No. 2. P. 384–395. DOI: 10.1016/j.engfailanal.2006.02.011
- 5. Majzoobi G.H., Azadikhah K., Nemati J. The effects of deep rolling and shot peening on fretting fatigue resistance of Aluminum-7075-T6 // Mater. Sci. Engng. A. -2009. Vol. 516. No. 1/2. P. 235–247.
- 6. McClung R.C. A literature survey on the stability and significance of residual stresses during fatigue // Fatigue Fract. Engng Mater. Struct. 2007. Vol. 30. No. 3. P. 173–205. DOI: 10.1111/j.1460-2695.2007.01102.x
- 7. Soady K.A. Life assessment methodologies incorporating shot peening process effects: mechanistic consideration of residual stresses and strain hardening. 1. Effect of shot peening on fatigue resistance // Mater. Sci. Technol. 2013. Vol. 29. No. 6. P. 637–651. DOI: 10.1179/1743284713Y.0000000222
- 8. Terres M.A., Laalai N., Sidhom H. Effect of nitriding and shot-peening on the fatigue behavior of 42CrMo4 steel: Experimental analysis and predictive approach // Mater. Design. 2012. Vol. 35. P. 741–748. DOI: 10.1016/j.matdes.2011.09.055

ческого деформирования с начальным напряженнодеформированным состоянием, методика реконструкции которого и представлена в данной работе применительно к поверхностно упрочненным втулкам из стали ЭИ691 (13X11H2B2MФ) после алмазного выглаживания.

Предварительные результаты настоящей работы свидетельствуют о том, что учет касательных напряжений при решении краевых задач ползучести упрочненных конструкций может существенно уточнить методики их решения.

#### Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты № 16-01-00249 a, 19-01-00550 a).

#### Aknowledgments

The work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (Project No. 16-01-00249-a, 19-01-00550\_a).

- 9. Павлов В.Ф., Кирпичев В.А., Вакулюк В.С. Прогнозирование сопротивления усталости поверхностно упрочненных деталей по остаточным напряжениям / Самар. науч. центр РАН. Самара, 2012.
- 10. Павлов В.Ф., Кирпичев В.А., Иванов В.Б. Остаточные напряжения и сопротивление усталости упрочненных деталей с концентраторами напряжений / Самар. науч. центр РАН. Самара, 2008.
- 11. Кравченко Б.А., Круцило В.Г., Гутман Г.Н. Термопластическое упрочнение – резерв повышения прочности и надежности деталей машин. – Самара: Изд-во Самар. гос. техн. ун-та, 2000.
- 12. Биргер И.А. Остаточные напряжения. М.: Машгиз, 1963.
- 13. Кузнецов Н.Д., Цейтлин В.И., Волков В.И. Технологические методы повышения надежности деталей машин. М.: Машиностроение, 1993.
- 14. Dounde A.A., Seemikeri C.Y., Tanpure P.R. Study of shot peening process and their effect on surface properties: A Review // International Journal of Engineering, Business and Enterprise Applications (IJEBEA). 2015. Vol. 2. No. 12. P. 104–107.
- 15. Радченко В.П., Павлов В.Ф., Саушкин М.Н. Исследование влияния анизотропии поверхностного пластического упрочнения на распределение остаточных напряжений в полых и сплошных цилиндрических образцах // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2015. № 1. С. 130—147. DOI: 10.15593/perm.mech/2015.1.09
- 16. Радченко В.П., Павлов В.Ф., Саушкин М.Н. Определение параметра анизотропии упрочнения и остаточных напряжений в цилиндрическом образце из стали после обкатки роликом // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2011. № 4. С. 93–100.

- 17. Саушкин М.Н., Радченко В.П., Павлов В.Ф. Метод расчета полей остаточных напряжений и пластических деформаций в цилиндрических образцах с учетом анизотропии процесса поверхностного упрочнения // ПМТФ. 2011. Т. 52, № 2. С. 173–182.
- 18. Марков А.И. Ультразвуковая обработка материалов. М.: Машиностроение, 1989.
- 19. Применение ультразвука и взрыва при обработке и сборке / М.Ф. Вологин, В.В. Калашников, М.С. Нерубай, Б.Л. Штриков. М.: Машиностроение, 2002.
- 20. Технологическое применение ультразвука в транспортном машиностроении / В.М. Приходько [и др.]. М.: Технополиграф центр, 2007.
- 21. Ультразвуковое поверхностное пластическое деформирование / В.Ф. Казанцев, Б.А. Кудряшов, Р.И. Нигметзянов, В.М. Приходько, Д.С. Фатюхин // Вестн. Харьк. нац. автодорож. ун-та. -2009. № 46. С. 7–9.
- 22. Гребенников М.А., Заличихие С.Д., Стебельков И.А. Физика и технология упрочнения деталей в поле ультразвука // Вестн. двигателестроения. 2013. № 1. С. 72–74.
- 23. Александров М.К., Папшева Н.Д., Акушская О.Н. Ультразвуковое упрочнение деталей ГТД // Вестн. Самар. гос. аэрокосм. ун-та. -2011. -№ 3(27). -C. 271–276.
- 24. Радченко В.П., Саушкин М.Н., Бочкова Т.И. Математическое моделирование формирования и релаксации остаточных напряжений в плоских образцах из сплава ЭП742 после ультразвукового упрочнения в условиях высокотемпературной ползучести // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2016. № 1. С. 93—112. DOI: 10.15593/perm.mech/2016.1.07
- 25. Simulation of shot dynamics for ultrasonic shot peening: Effects of process parameters / J. Badreddine, E. Rouhaud, M. Micoulaut, S. Remy // Intern. J. Mech. Sci. 2014. Vol. 82. P. 179–190. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2014.03.006
- 26. Liu Yu, Wang L., Wang D. Finite element modeling of ultrasonic surface rolling process // J. Mater. Process. Technol. 2011. Vol. 211. No. 12. P. 2106–2113. DOI: 10.1016/j.jmatprotec.2011.07.009
- 27. Han B., Ju D.Y. Compressive residual stress induced by water cavitation peening: A finite element analysis // Mater. Design. 2009. Vol. 30. No. 8. P. 3325–3332. DOI: 10.1016/j.matdes.2008.11.029
- 28. Miao S., Ju D., Zhao H. Residual stress modification and mechanisms of bearing steel with different microstructures during water-jet cavitation peening // Materials Performance and Characterization. 2018. Vol. 7. No. 4. P. 747–758. DOI: 10.1520/MPC20170108
- 29. Brent Dane C., Hackel L.A. Laser Peening of Metals Enabling Laser Technology // MRS Proceedings. 1997. Vol. 499. P. 73. DOI: 10.1557/PROC-499-73
- 30. Evaluation of macro- and microscopic residual stresses in laser shock-peened titanium alloy by FIB-DIC ring-core milling with different core diameters / J. Everaerts, X. Song, B. Nagarajan, A.M. Korsunsky // Surface and Coatings Technology. 2018. Vol. 349. P. 719–724. DOI: 10.1016/j.surfcoat.2018.06.043
- 31. Shepard M.J. Laser shock processing: Applications and future trends in US Air Force service // American Society of Mechanical Engineers, Pressure Vessels and Piping Division. 2005. Vol. 7. P. 215–220. DOI: 10.1115/PVP2005-71796.
- 32. Разработка и применение новых методов упрочнения деталей ГТД, основанных на пластическом деформировании поверхностных слоев (обзор) / Ю.А. Ножницкий, А.В.

- Фишгойт, Р.И. Ткаченко, С.В. Теплова // Вестн. двигателестроения. -2006. -№ 2. С. 8-16.
- 33. Modeling of residual stress, shot peening / E. Rouhaud, D. Deslaef, J. Lu, J.-L. Chaboche // Handbook on Residual Stress; ed. Jian Lu. Society of Experimental Mechanics. 2005. P. 116–148.
- 34. Simulation of shot peening: From process parameters to residual stress fields in a structure / D. Gallitelli, V. Boyer, M. Gelineau, Y. Colaitis [et al.] // Comptes Rendus Mécanique. 2016. Vol. 344. No. 4—5. P. 355—374. DOI: 10.1016/j.crme.2016.02.006
- 35. Musinski W.D., McDowell D.L. On the eigenstrain application of shot-peened residual stresses within a crystal plasticity framework: Application to Ni-base superalloy specimens // Int. J. Mech. Sci. 2015. Vol. 100. P. 195–208. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2015.06.020
- 36. Simulation of shot peening process / R. Purohit, C.S. Verma, R.S. Rana [et al.] // Material Today: Proceedings. 2017. Vol. 4. No. 2. Part A. P. 1244–1251. DOI: 10.1016/j.matpr.2017.01.144
- 37. Numerical analysis and experimental validation on residual stress distribution of titanium matrix composite after shot peening treatment / L. Xie, Ch. Wang, L. Wang [et al.] // Mech. Mat. 2016. Vol. 99. P. 2–8. DOI: 10.1016/j.mechmat.2016.05.005
- 38. Robust methodology to simulate real shot peening process using discrete-continuum coupling method / M. Jebahi, A. Gakwaya, J. Lévesque [et al.] // Int. J. Mech. Sci. 2016. Vol. 107. P. 21–33. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2016.01.005
- 39. Определение первоначальных деформаций в упрочненном слое цилиндрической детали методом конечноэлементного моделирования с использованием расчетного комплекса PATRAN/NASTRAN / В.П. Сазанов, В.А. Кирпичев, В.С. Вакулюк, В.Ф. Павлов // Вестн. Уфим. гос. авиац. техн. ун-та. -2015. Т. 19, № 2. С. 35-40.
- 40. Радченко В.П., Куров А.Ю. Влияние анизотропии поверхностного пластического упрочнения на формирование остаточных напряжений в цилиндрических деталях с надрезами полукруглого профиля // Вестн. Самар. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2016. Т. 20, № 4. С. 675–690. DOI: 10.14498/vsgtu1513
- 41. К вопросу о реконструкции остаточных напряжений и деформаций пластины после дробеструйной обработки / И.В. Виндокуров, А.В. Владыкин, И.Э. Келлер, Д.С. Петухов, В.В. Плюснин, В.Н. Трофимов // Вестн. Самар. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2018. Т. 22, № 3. С. 40–64. DOI: 10.14498/vsgtu1602
- 42. Радченко В.П., Саушкин М.Н. Ползучесть и релаксация остаточных напряжений в упрочненных конструкциях. М.: Машиностроение-1, 2005. 226 с.
- 43. Иванов С.И. Определение остаточных напряжений в поверхностном слое цилиндра // Вопросы прочности элементов авиационных конструкций: сб. науч. тр. Куйбышев: Изд-во КуАИ, 1971. Вып. 48. С. 153—168.
- 44. Иванов С.И. К определению остаточных напряжений в цилиндре методом колец и полосок // Остаточные напряжения: сб. науч. тр. Куйбышев: Изд-во КуАИ, 1971. Вып. 53. С. 32–42.
- 45. Иванов С.И. Исследование остаточных касательных напряжений в цилиндрической детали методом колец // Остаточные напряжения: сб. науч. тр. Куйбышев: Изд-во КуАИ, 1971. Вып. 53. С. 107–115.
- 46. Митряев К.Ф., Абульханов С.Р. Повышение конструкционной прочности деталей авиадвигателей алмазным выглаживанием отверстий // Совершенствование технологи-

науч. тр. – Куйбышев: Изд-во КуАИ, 1988. – С. 128–136.

#### References

- 1. Altenberger I., Nalla R.K., Sano Y., et al. On the effect of deep-rolling and laser-peening on the stress-controlled low- and high-cycle fatigue behavior of Ti-6-Al-4V at elevated temperatures up to 550 °C. *Intern. J. Fatigue*, 2012, vol. 44, pp. 292-302. doi: 10.1016/j.ijfatigue.2012.03.008
- 2. Brockman R.A., Braisted W.R., Olson S.E., et al. Prediction and characterization of residual stresses from laser shock peening. *Intern. J. Fatigue*, 2012, vol. 36, pp. 96-108. doi: 10.1016/j.ijfatigue.2011.08.011
- 3. Dai K., Shaw L. Analysis of fatigue resistance improvements via surface severe plastic deformation. *Intern. J. Fatigue*, 2008, vol. 30, no. 8, pp. 1398-1408. doi: 10.1016/j.ijfatigue.2007.10.010
- 4. James M.N., Hughes D.J., Chen Z., et al. Residual stresses and fatigue performance. *Engng Failfure Anal.*, 2007, vol. 14, no. 2, pp. 384-395. doi: 10.1016/j.engfailanal.2006.02.011
- 5. Majzoobi G.H., Azadikhah K., Nemati J. The effects of deep rolling and shot peening on fretting fatigue resistance of Aluminum-7075-T6, *Mater. Sci. Engng. A.* 2009. vol. 516, no. 1/2, pp. 235-247.
- 6. McClung R.C. A literature survey on the stability and significance of residual stresses during fatigue, *Fatigue Fract. Engng Mater. Struct.* 2007, vol. 30, no. 3, pp. 173-205. doi: 10.1111/j.1460-2695.2007.01102.x
- 7. Soady K.A. Life assessment methodologies incorporating shot peening process effects: mechanistic consideration of residual stresses and strain hardening. 1. Effect of shot peening on fatigue resistance, *Mater. Sci. Technol.* 2013, vol. 29, no. 6, pp. 637-651. doi: 10.1179/1743284713Y.0000000222
- 8. Terres M.A., Laalai N., Sidhom H. Effect of nitriding and shot-peening on the fatigue behavior of 42CrMo4 steel: Experimental analysis and predictive approach, *Mater. Design.* 2012, vol. 35, pp. 741-748. doi: 10.1016/j.matdes.2011.09.055
- 9. Pavlov V.F., Kirpichev V.A., Vakuliuk V.S. Prognozirovanie soprotivleniia ustalosti poverkhnostno uprochnennykh detalei po ostatochnym napriazheniiam [Prediction of the fatigue resistance of the surface hardened parts by residual stresses]. Samara, Samara Scientific Center of RAS, 2012.
- 10. Pavlov V.F., Kirpichev V.A., Ivanov V.B. Ostatochnye napriazheniia i soprotivlenie ustalosti uprochnennykh detalei s kontsentratorami napriazhenii [Residual Stresses and Fatigue Resistance of Hardened Parts with Stress Concentrators]. Samara, Samara Scientific Center of RAS, 2008.
- 11. Kravchenko B.A., Krutsilo V.G., Gutman G.N. Termoplasticheskoe uprochnenie – rezerv povysheniia prochnosti i nadezhnosti detalei mashin [Thermoplastic hardening is a reserve to increase the strength and reliability of machine parts]. Samara, Samara State Technical. Univ., 2000.
- 12. Birger I.A. Ostatochnye napriazheniia [Residual Stresses]. Moscow, Mashgiz, 1963.
- 13. Kuznetsov N.D., Tseitlin V.I., Volkov V.I. Tekhnologicheskie metody povysheniia nadezhnosti detalei mashin [Technological Methods for Improving Reliability of Machine Parts], Moscow, Mashinostroenie, 1993.
- 14. Dounde A.A., Seemikeri C.Y., Tanpure P.R. Study of shot peening process and their effect on surface properties: A Re-

- view. International Journal of Engineering, Business and Enterprise Applications (IJEBEA), 2015, vol. 2, no. 12, pp. 104-107.
- 15. Radchenko V.P., Pavlov V.F., Saushkin M.N. Issledovanie vliianiia anizotropii poverkhnostnogo plasticheskogo uprochneniia na raspredelenie ostatochnykh napriazhenii v polykh i sploshnykh tsilindricheskikh obraztsakh [Investigation of surface plastic hardening anisotropy influence on residual stresses distribution in hollow and solid cylindrical specimens]. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2015, no. 1, pp. 130-147. doi: 10.15593/perm.mech/2015.1.09.
- 16. Radchenko V.P., Pavlov V.F., Saushkin M.N. Determination of anisotropy of strengthening and residual stresses in a steel sample cylinder treated with a roller. *J. Mach. Manuf. Reliab.*, 2011, vol. 40, no. 4 pp. 379-385. doi: 10.3103/S1052618811040145
- 17. Saushkin M.N., Radchenko V.P., Pavlov V.F. Method of calculating the fields of residual stresses and plastic strains in cylindrical specimens with allowance for surface hardening anisotropy. *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 2011, vol. 52, no. 2, pp. 303-310. doi: 10.1134/S0021894411020180.
- 18. Markov A.I. Ultrasonic machining of intractable materials. London, Iliffe. 1966.
- 19. Vologin M.F., Kalashnikov V.V., Nerubai M.S., Shtri-kov B.L. Primenenie ul'trazvuka i vzryva pri obrabotke i sborke [Application of ultrasound or explosion during processing and assembly]. Moscow, Mashinostroenie, 2002.
- 20. Prikhod'ko V.M., etc. Tekhnologicheskoe primenenie ul'trazvuka v transportnom mashinostroenii [The technological application of ultrasound for the transport engineering]. Moscow, Tekhnopoligraf tsentr, 2007.
- 21. Kazantsev V.F., Kudriashov B.A., Nigmetzianov R.I., Prikhod'ko V.M., Fatiukhin D.S. Ul'trazvukovoe poverkhnostnoe plasticheskoe deformirovanie [Ultrasonic surface plastic deformation]. *Vestnik Khar'kovskogo natsional'nogo avtomobil'nodorozhnogo universiteta*, 2009, no. 46, pp. 7-9.
- 22. Grebennikov M.A., Zalichikhie S.D., Stebel'kov I.A. Fizika i tekhnologiia uprochneniia detalei v pole ul'trazvuka [The physics and technology of details hardening in the ultrasound field]. *Vestnik dvigatelestroeniia*, 2013, no. 1, pp. 72-74.
- 23. 17. Aleksandrov M.K., Papsheva N.D., Akushskaia O.N. Ul'trazvukovoe uprochnenie detalei GTD [The ultrasonic hardening of the turboshaft engine parts]. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta*, 2011, no. 3(27), pp. 271-276.
- 24. Radchenko V.P., Saushkin M.N., Bochkova T.I. Matematicheskoe modelirovanie formirovaniia i relaksatsii ostatochnykh napriazhenii v ploskikh obraztsakh iz splava EP742 posle ul'trazvukovogo uprochneniia v usloviiakh vysokotemperaturnoi polzuchesti [Mathematical modeling and experimental study of forming and relaxation of the residual stresses in plane samples made of EP742 alloy after the ultrasonic hardening under the hightemperature creep conditions.]. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2016, no. 1, Pp. 93-112. doi: 10.15593/perm.mech/2016.1.07
- 25. Badreddine J., Rouhaud E., Micoulaut M., Remy S. Simulation of shot dynamics for ultrasonic shot peening: Effects of process parameters. *Intern. J. Mech. Sci.*, 2014, vol. 82, pp. 179-190. doi: 10.1016/j.ijmecsci.2014.03.006

- 26. Liu Yu, Wang L., Wang D. Finite element modeling of ultrasonic surface rolling process. *J. Mater. Process. Technol.*, 2011, vol. 211, no. 12, pp. 2106-2113. doi: 10.1016/j.jmatprotec.2011.07.009
- 27. Han B., Ju D.Y. Compressive residual stress induced by water cavitation peening: A finite element analysis. *Mater. Design*, 2009, vol. 30, no. 8, pp. 3325-3332. doi: 10.1016/j.matdes.2008.11.029
- 28. Miao S., Ju D., Zhao H. Residual stress modification and mechanisms of bearing steel with different microstructures during water-jet cavitation peening. *Materials Performance and Characterization*, 2018, vol. 7, no. 4, pp. 747-758. doi: 10.1520/MPC20170108
- 29. Brent Dane C., Hackel L.A. Laser Peening of Metals Enabling Laser Technology. *MRS Proceedings*, 1997, vol. 499, p. 73. doi: 10.1557/PROC-499-73
- 30. Everaerts J., Song X., Nagarajan B., Korsunsky A.M. Evaluation of macro- and microscopic residual stresses in laser shock-peened titanium alloy by FIB-DIC ring-core milling with different core diameters. *Surface and Coatings Technology*, 2018, vol. 349, pp. 719-724. doi: 10.1016/j.surfcoat.2018.06.043
- 31. Shepard M.J. Laser shock processing: Applications and future trends in US Air Force service. *American Society of Mechanical Engineers, Pressure Vessels and Piping Division*, 2005, vol. 7, pp. 215-220. doi: 10.1115/PVP2005-71796
- 32. Nozhnitskii Iu.A., Fishgoit A.V., Tkachenko R.I., Teplova S.V. Razrabotka i primenenie novykh metodov uprochneniia detalei GTD, osnovannykh na plasticheskom deformirovanii poverkhnostnykh sloev (obzor) [Development and application of new methods for hardening GTE parts based on plastic deformation of surface layers (Review)]. *Vestnik dvigatelestroeniia*, 2006, no. 2, pp. 8-16.
- 33. Rouhaud E., Deslaef D., Lu J., Chaboche J.-L. Modeling of residual stress, shot peening. In: *Handbook on Residual Stress*; ed. Jian Lu. Society of Experimental Mechanics, 2005, pp. 116-148.
- 34. Gallitelli D., Boyer V., Gelineau M., etc. Simulation of shot peening: From process parameters to residual stress fields in a structure. *Comptes Rendus Mécanique*, 2016, vol. 344, no. 4-5, pp. 355-374. doi: 10.1016/j.crme.2016.02.006
- 35. Musinski W.D., McDowell D.L. On the eigenstrain application of shot-peened residual stresses within a crystal plasticity framework: Application to Ni-base superalloy specimens. *Int. J. Mech. Sci.*, 2015, vol. 100, pp. 195-208. doi: 10.1016/j.ijmecsci.2015.06.020
- 36. Purohit R., Verma C.S., Rana R.S., etc. Simulation of shot peening process. *Material Today: Proceedings*, 2017, vol. 4, no. 2. Part A, pp. 1244-1251. doi: 10.1016/j.matpr.2017.01.144
- 37. Xie L., Wang Ch., Wang L., etc. Numerical analysis and experimental validation on residual stress distribution of titanium matrix composite after shot peening treatment. *Mech. Mat.*, 2016, vol. 99, pp. 2-8. doi: 10.1016/j.mechmat.2016.05.005
- 38. Jebahi M., Gakwaya A., Lévesque J., etc. Robust methodology to simulate real shot peening process using discrete-

- continuum coupling method. *Int. J. Mech. Sci.*, 2016, vol. 107, pp. 21-33. doi: 10.1016/j.ijmecsci.2016.01.005
- 39. Sazanov V.P., Kirpichev V.A., Vakuliuk V.S., Pavlov V.F. Opredelenie pervonachal'nykh deformatsii v uprochnennom sloe tsilindricheskoi detali metodom konechno-elementnogo modelirovaniia s ispol'zovaniem raschetnogo kompleksa PATRAN/NASTRAN [The definition of initial deformations in the cylindrical parts surface layer by finite elements modeling method using PATRAN/NASTRAN program complex]. Vestnik Ufimskogo gosudarstvennogo aviatsionnogo tekhnicheskogo universiteta. 2015. T. 19, № 2. S. 35-40.
- 40. Radchenko V.P., Kurov A.Iu. Vliianie anizotropii poverkhnostnogo plasticheskogo uprochneniia na formirovanie ostatochnykh napriazhenii v tsilindricheskikh detaliakh s nadrezami polukruglogo profilia [Effect of anisotropy of surface plastic hardening on formation of residual stresses in cylindrical samples with semicircular notch]. *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ., Ser. Fiz.-Mat. Nauki = J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. Math. Sci.*, 2016, vol. 20, no. 4, pp. 675-690. doi: 10.14498/vsgtu1513
- 41. Vindokurov I.V., Vladykin A.V., Keller I.E., Petukhov D.S., Pliusnin V.V., Trofimov V.N. K voprosu o rekonstruktsii ostatochnykh napriazhenii i deformatsii plastiny posle drobestruinoi obrabotki [On the reconstruction of residual stresses and strains of a plate after shot peening]. *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ., Ser. Fiz.-Mat. Nauki = J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. Math. Sci.*, 2018, vol. 22, no. 3, pp. 40-64. doi: 10.14498/vsgtu1602
- 42. Radchenko V.P., Saushkin M.N. Polzuchest' i relaksatsiia ostatochnykh napriazhenii v uprochnennykh konstruktsiiakh [Creep and Relaxation of Residual Stresses in Hardened Structures]. Moscow, Mashinostroenie-1, 2005.
- 43. Ivanov S.I. Opredelenie ostatochnykh napriazhenii v poverkhnostnom sloe tsilindra [Determination of residual stresses in the surface layer of a cylinder]. In: Voprosy prochnosti elementov aviatsionnykh konstruktsii (Problems of aircraft structural strength) Kuibyshev, KuAI, 1971, Issue 48, pp. 153-168.
- 44. Ivanov S.I. K opredeleniiu ostatochnykh napriazhenii v tsilindre metodom kolets i polosok [The way to determine the residual stresses in a cylinder by using the rings and stripes method]. In: *Ostatochnye napriazheniia* (Residual Stresses), Kuibyshev: KuAI, 1971, Issue 53, pp. 32-42.
- 45. Ivanov S.I. Issledovanie ostatochnykh kasatel'nykh napriazhenii v tsilindricheskoi detali metodom kolets [On determination of residual stresses in a cylinder by the rings method]. In: *Ostatochnye napriazheniia* (Residual Stresses), Kuibyshev: KuAI, 1971, Issue 53, pp. 107-115.
- 46. Mitryaev K.F., Abul'khanov S.R. Povyshenie konstruktsionnoi prochnosti detalei aviadvigatelei almaznym vyglazhivaniem otverstii [Increasing the structural strength of parts of aircraft engines by by diamond smoothing of holes]. In: Sovershenstvovanie tekhnologicheskikh protsessov izgotovleniia i sborki aviadvigatelei (Improvement of technological processes of manufacturing and assembly of aircraft engines), Kuibyshev, KuAI, 1988, pp. 128-136.