

С.Ф. Тюрин, О.А. Громов, А.А. Сулейманов

Пермский национальный исследовательский
политехнический университет

А.В. Греков

Пермский военный институт внутренних войск МВД РФ

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РЕАЛИЗАЦИЙ ГЕНЕРАТОРОВ ЛОГИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ НА ОСНОВЕ ФУНКЦИОНАЛЬНО- ПОЛНЫХ ТОЛЕРАНТНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ И ЭЛЕМЕНТОВ 4И-НЕ

Анализируются и сравниваются варианты реализации генератора логических функций (мультиплексора с числом каналов 2,4,8,16,32,64) на основе функционально-полных толерантных (ФПТ) элементов и элементов 4И-НЕ. Оцениваются сложность схемы в числе элементов, а также быстродействие в виде количества элементов на пути максимальной длины со входа схемы на выход. Рассматриваются реализации с парафазными входами, без парафазных входов, а также учитывается вариант задания инверсных данных. Показывается предпочтительность реализации на основе функционально-полных толерантных (ФПТ) элементов как по сложности, так и по быстродействию.

В [1, 2] предлагается парадигма «живучих», «катастрофоустойчивых», «катастрофобезопасных» систем путем обеспечения сохранения хотя бы их базисных функций для заданной модели негативных воздействий, что позволяет реализовать хотя бы часть исходных функций за возможно большее время после соответствующей реконфигурации.

Предложена концепция функционально-полного толерантного элемента (ФПТ-элемента, элемента с избыточным логическим базисом), сохраняющего функциональную полноту при заданной модели отказов [2–7].

Такой подход позволяет обеспечить частичное восстановление отказавших каналов программируемых логических интегральных схем (ПЛИС) при структурном резервировании. В случае комбинирования, например, мажоритарного резервирования и скользящего резервирования в каналах из нескольких отказавших элементов восстанавливается один работоспособный на основе остаточных базисов.

Условное графическое обозначение (УГО) функционально-полного толерантного элемента (ФПТ-элемента, элемента, реализующего функцию Тьюрина С.Ф.) для модели константных однократных отказов входов [5] имеет вид, представленный на рис. 1.

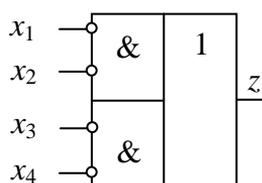


Рис. 1. ФПТ-элемент – элемент с избыточным логическим базисом – первый вариант

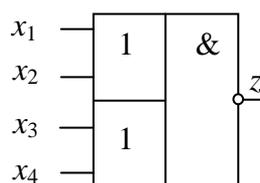


Рис. 2. ФПТ-элемент – второй вариант представления

ФПТ-элемент реализует функцию $\overline{x_1 x_2} \vee \overline{x_3 x_4}$ или, что-то же самое, функцию $\overline{(x_1 \vee x_2)(x_3 \vee x_4)}$ (рис. 2).

Все модификации $f_{4383} = \overline{x_1 x_2} \vee \overline{x_3 x_4}$ для однократных константных отказов входов: $\overline{x_2} \vee \overline{x_3 x_4}$, $\overline{x_1} \vee \overline{x_3 x_4}$, $\overline{x_1 x_2} \vee \overline{x_4}$, $\overline{x_1 x_2} \vee \overline{x_3}$ представляют собой функции трех аргументов f_{31} , f_{87} , обладающие функциональной полнотой, и функцию f_1 двух аргументов – известный базис Вебба (стрелка Пирса \downarrow) $\overline{x_3 x_4}$, $\overline{x_1 x_2}$.

Рассмотрим представление генератора логических функций в двух базисах – ФПТ и 4И-НЕ.

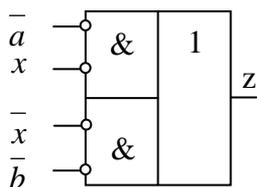


Рис. 3. Мультиплексор на два канала

1. MS на два канала

Функция: $z = \overline{ax} \vee bx$.

Необходим всего один ФПТ-элемент (рис. 3).

Представление в ФПТ-базисе:

$$z = \overline{\overline{ax}} \vee \overline{\overline{bx}}$$

Необходим 1 ФПТ-элемент с базисом

$$\overline{\overline{x_1 x_2}} \vee \overline{\overline{x_3 x_4}}$$

при наличии парафазного входа x .

один ФПТ-элемент для инверсирования x и два для инверсии данных: $\overline{\overline{xx}} \vee \overline{xx}$, поэтому сложность 4 и задержка 2τ . Если инверсируются данные, то сложность 2 и задержка 2τ .

Представление в базисе 4И-НЕ:

$$z = \overline{\overline{ax \vee bx}}.$$

Выполняя закон Де Моргана, получим

$$z = \overline{\overline{ax} \cdot \overline{bx}}.$$

Необходимы 3 элемента 4И-НЕ с базисом

$$\overline{x_4 x_3 x_2 x_1}$$

при наличии парафазного входа x . Задержка 2τ , где τ – задержка на элементе (можно считать, что она такая же, как и для ФПТ).

Иначе необходим ещё один элемент 4И-НЕ для инверсирования x : тогда сложность 4 и задержка 3τ .

2. MS на четыре канала

Функция:

$$z = \overline{\overline{ax_2 x_1} \vee \overline{bx_2 x_1} \vee \overline{cx_2 x_1} \vee \overline{dx_2 x_1}}.$$

Представление в ФПТ-базисе:

$$z = \overline{\overline{x_2} (a\overline{x_1} \vee bx_1) \vee x_2 (c\overline{x_1} \vee dx_1)}.$$

Очевидно, что

$$\overline{\overline{ax_1} \vee bx_1} = (\overline{a} \vee \overline{x_1})(\overline{b} \vee \overline{x_1}) = \overline{ab} \vee \overline{ax_1} \vee \overline{x_1 b} \vee \overline{x_1 x_1}.$$

Исключая первую конъюнкцию по закону обобщённого склеивания, а последнюю по закону противоречия:

$$\overline{\overline{ax_1} \vee bx_1} = \overline{ax_1} \vee \overline{bx_1}.$$

Представим этот факт в матричной форме:

$$\begin{vmatrix} \overline{abx_1} \\ 1 - 0 \\ - 11 \end{vmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} \overline{abx_1} \\ 0 - 0 \\ - 01 \end{vmatrix}$$

Здесь инверсируется диагональ « a – b ».

Это установленное в процессе работы над статьёй правило инверсии ДНФ с развязывающей переменной (правило С.Ф. Тюриня).

Получим далее:

$$z = \overline{x_2}(\overline{ax_2} \vee \overline{bx_1}) \vee x_2(\overline{cx_1} \vee \overline{dx_1}).$$

Для окончательного преобразования нужны инверсии x :

$$z = \overline{x_2}(\overline{\overline{ax_1}} \vee \overline{\overline{bx_1}}) \vee \overline{x_2}(\overline{\overline{cx_1}} \vee \overline{\overline{dx_1}}).$$

Подводим итоги: с парафазными входами нужны 3 ФПТ-элемента (рис. 4), задержка 2τ . Если возможна инверсия данных (a, b, c, d), то надо ещё 2 для инверсии x ($5/3\tau$). Если же нет парафазных входов, ещё нужны 4 элемента ($9/3\tau$).

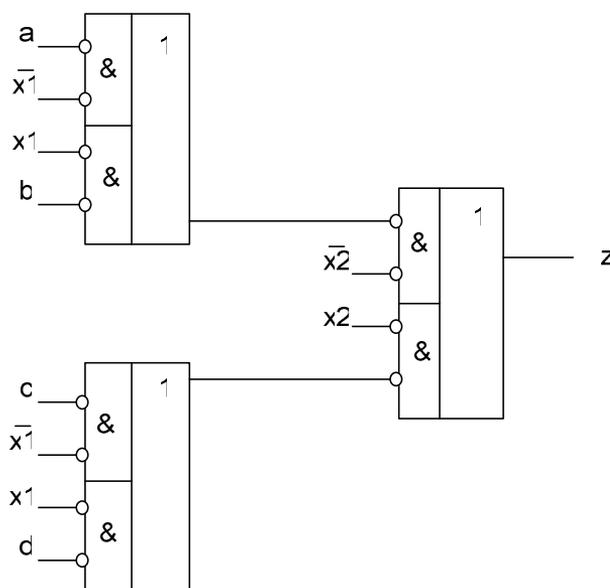


Рис. 4. Мультиплексор на 4 канала

Представление в базисе 4И-НЕ:

$$z = \overline{\overline{ax_2x_1}} \vee \overline{\overline{bx_2x_1}} \vee \overline{\overline{cx_2x_1}} \vee \overline{\overline{dx_2x_1}}.$$

Выполняя закон Де Моргана, получим

$$z = \overline{\overline{ax_2x_1}} \cdot \overline{\overline{bx_2x_1}} \cdot \overline{\overline{cx_2x_1}} \cdot \overline{\overline{dx_2x_1}}.$$

Необходимо 5 элементов 4И-НЕ с базисом $\overline{x_4x_3x_2x_1}$ при наличии парафазных входов переменных x . Задержка 2τ .

Инверсирования данных не требуется. При отсутствии парафазных входов переменных необходимо ещё 2 элемента 4И-НЕ, тогда сложность 7 и задержка 3τ.

3. MS на восемь каналов

Функция:

$$z = \overline{a}x_3x_2x_1 \vee \overline{b}x_3x_2x_1 \vee \overline{c}x_3x_2x_1 \vee \overline{d}x_3x_2x_1 \vee \overline{e}x_3x_2x_1 \vee \overline{f}x_3x_2x_1 \vee \overline{g}x_3x_2x_1 \vee \overline{h}x_3x_2x_1.$$

Представление в ФПТ-базисе:

$$z = \overline{x_3x_2}(c\overline{x_1} \vee d\overline{x_1}) \vee x_2(a\overline{x_1} \vee b\overline{x_1}) \vee \overline{x_3x_2}(g\overline{x_1} \vee h\overline{x_1}) \vee x_2(e\overline{x_1} \vee f\overline{x_1}).$$

Итак, с парафазными входами нужно 7 ФПТ элементов (рис. 5), задержка 3τ, если возможна инверсия данных, то надо ещё 3 элемента для инверсии переменных x (10/4τ). Если же нет парафазных входов данных, ещё нужны 8 элементов (18/4τ).

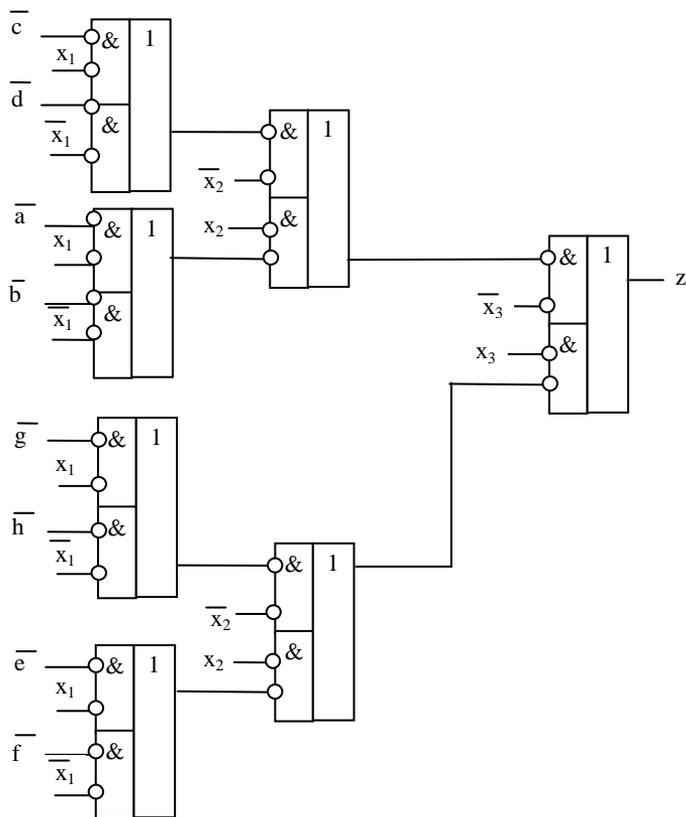


Рис. 5. Мультиплексор на 8 каналов

Представление в базисе 4И-НЕ

Будем для упрощения указывать только номера конъюнкций:

$$z = \overline{\overline{0 \vee 1 \vee 2 \vee 3 \vee 4 \vee 5 \vee 6 \vee 7}}$$

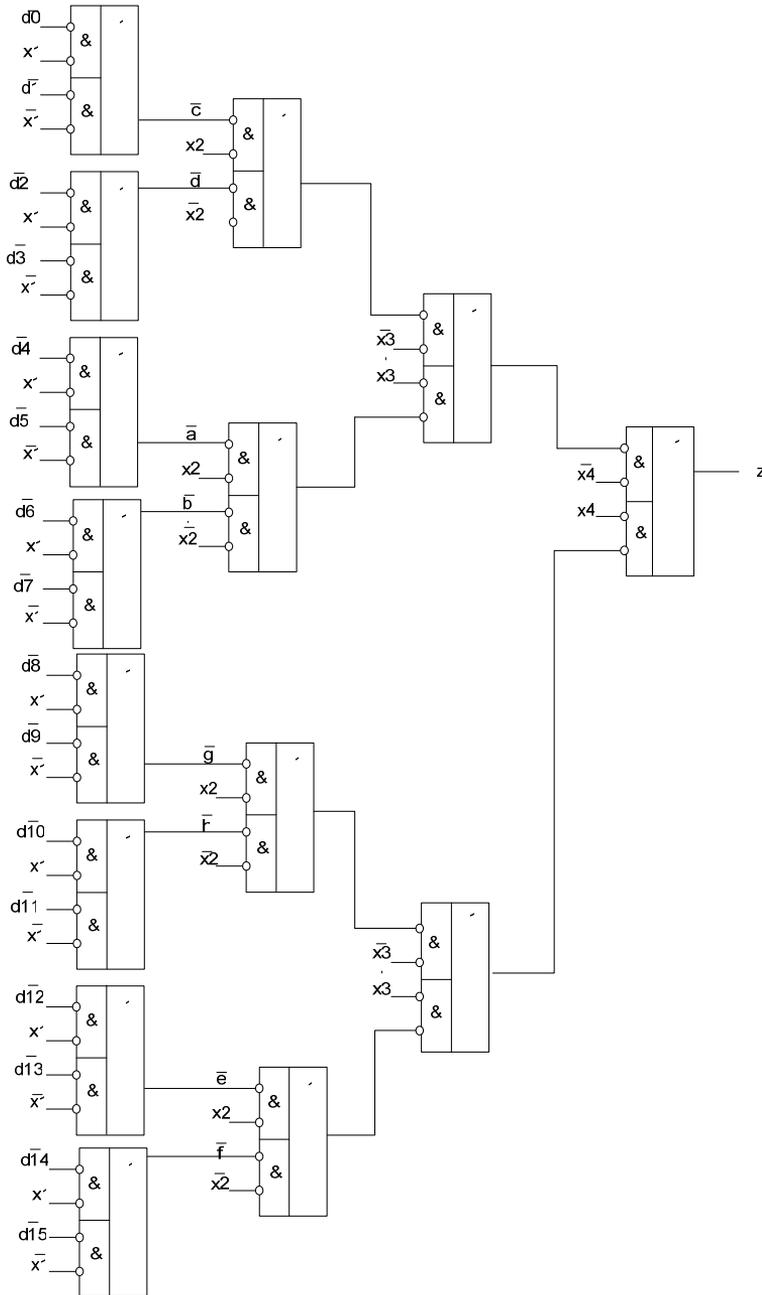


Рис. 6. Мультиплексор на 16 каналов

Выполняя закон Де Моргана, получим

$$z = \overline{0 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}.$$

Далее

$$z = \overline{\overline{0123}} \cdot \overline{\overline{4567}}.$$

Необходимы 13 элементов 4И-НЕ с базисом $\overline{x_4 x_3 x_2 x_1}$ при наличии парафазных входов переменных x . Задержка 4τ.

Инверсирования данных не требуется. При отсутствии парафазных входов переменных необходимы ещё 3 элемента 4И-НЕ, тогда сложность 16 и задержка 5τ.

4. MS на шестнадцать каналов

Представление в ФПТ-базисе

Рассуждая аналогично, получим: с парафазными входами нужно 15 ФПТ элементов (рис. б), задержка 4τ. Если возможна инверсия данных, то надо ещё 4 элемента для инверсии переменных x (19/5τ). Если же нет парафазных входов данных, ещё нужны 16 элементов (35/5τ).

Представление в базисе 4И-НЕ:

Теперь длина конъюнкций 5, что превосходит число входов 4И-НЕ.

Следовательно, помимо всего прочего на каждую конъюнкцию надо плюс 2 элемента. Необходимо: $29 + 2 \cdot 16 = 61$ элемент 4И-НЕ с базисом $\overline{x_4 x_3 x_2 x_1}$ при наличии парафазных входов переменных x . Задержка 8τ.

Инверсирования данных не требуется. При отсутствии парафазных входов переменных необходимо ещё 4 элемента 4И-НЕ, тогда сложность 65 и задержка 9τ. Аналогично рассчитаем сложность для 32 и 64 каналов. Результаты анализа сведём в таблицу.

Сравнительный анализ сложности и быстродействия реализации генератора функций (MS) на основе элементов ФПТ и 4И-НЕ

№ п/п	Число каналов MS	Сложность/ задержка ФПТ			Сложность/ задержка 4И-НЕ		
		С парафазными переменными	С инверсией данных	Без парафазных переменных	С парафазными переменными	С инверсией данных	Без парафазных переменных
1	2	1/τ	2/2τ	4/2τ	3/2τ	не нужна	4/3τ
2	4	3/2τ	5/2τ	9/3τ	5/2τ	не нужна	7/3τ
3	8	7/3τ	10/4τ	18/4τ	13/4τ	не нужна	16/4τ
4	16	15/4τ	19/5τ	35/5τ	61/8τ	не нужна	65/9τ
5	32	31/5τ	36/6τ	68/6τ	117/8τ	не нужна	149/9τ
6	64	63/6τ	69/7τ	133/7τ	233/10τ	не нужна	297/11τ

Графики сравнения сложности в количестве элементов и быстродействия в количестве элементов на пути максимальной длины со входа на выход схемы представлены на (рис. 7–10).

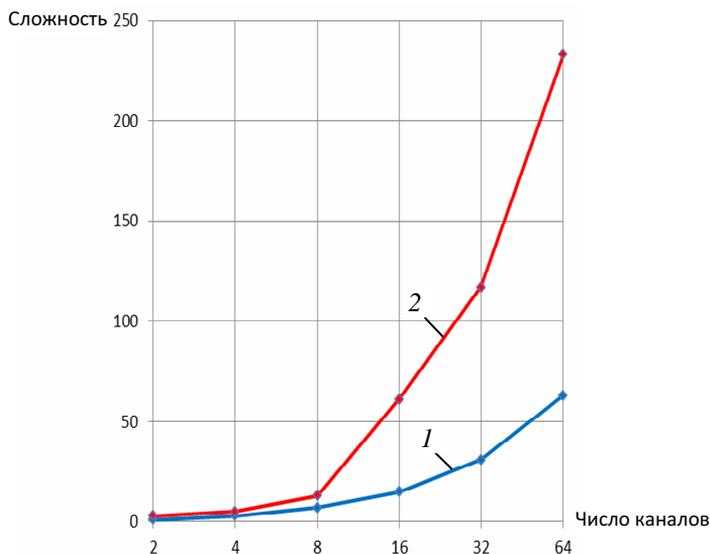


Рис. 7. Сравнение сложности реализации n -канального мультиплексора в базисах ФПТ и 4И-НЕ при наличии парафазных входов: 1 – ФПТ слож. параф., 2 – 4И-НЕ слож. параф.

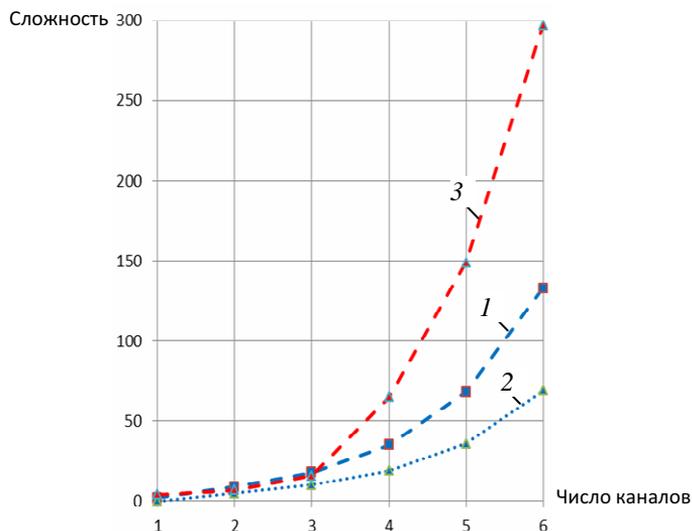


Рис. 8. Сравнение сложности реализации n -канального мультиплексора в базисах ФПТ и 4И-НЕ при отсутствии парафазных входов и с учётом возможности инверсии данных для ФПТ-схемы: 1 – ФПТ слож. без параф., 2 – ФПТ слож. инверс., 3 – 4И-НЕ слож. без параф.

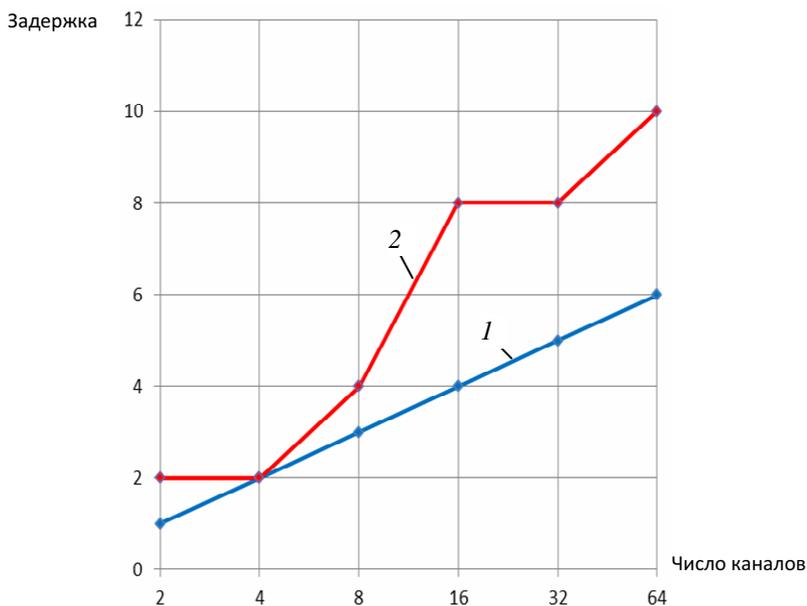


Рис. 9. Сравнение быстродействия реализации n -канального мультиплексора в базисах ФПТ и 4И-НЕ при наличии парафазных входов: 1 – ФПТ зад. параф., 2 – 4И-НЕ зад. параф.

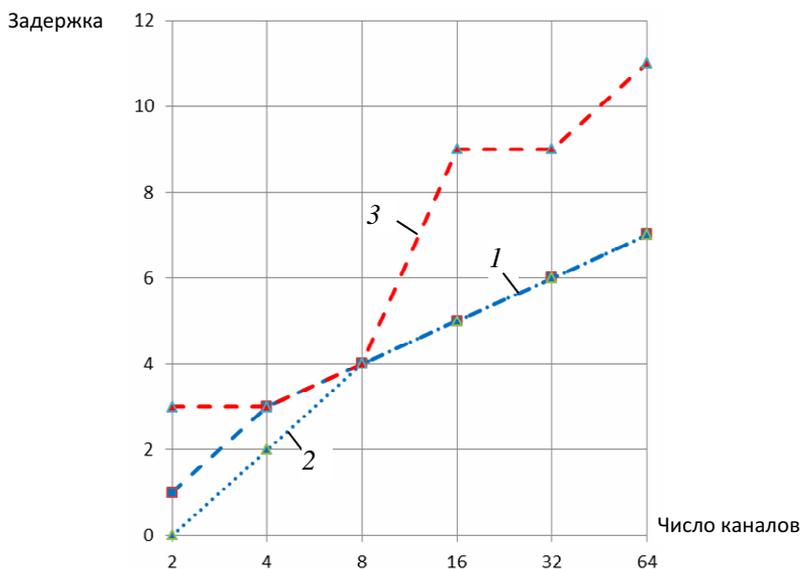


Рис. 10. Сравнение быстродействия реализации n -канального мультиплексора в базисах ФПТ и 4И-НЕ при отсутствии парафазных входов и с учётом возможности инверсии данных для ФПТ-схемы: 1 – ФПТ слож. без параф., 2 – ФПТ слож. инверс., 3 – 4И-НЕ слож. без параф.

5. Правило инверсирования двух более сложных ортогональных конъюнкций

При реализации в ФПТ-базисе, как мы видели выше, возникает необходимость инверсирования ортогональных конъюнкций. Рассмотрим пример инверсии двух ортогональных конъюнкций из трёх переменных каждая:

$$\begin{aligned} \overline{ab\bar{x} \vee cdx} &= (\bar{a} \vee \bar{b} \vee x)(\bar{c} \vee \bar{d} \vee \bar{x}) = \\ &= \bar{a}\bar{c} \vee \bar{a}\bar{d} \vee \bar{a}x \vee \bar{b}\bar{c} \vee \bar{b}\bar{d} \vee \bar{b}x \vee x\bar{c} \vee x\bar{d} \vee x\bar{x} = \\ &= \bar{a}x \vee \bar{b}x \vee x\bar{c} \vee x\bar{d} = (\bar{a} \vee \bar{b})x \vee (\bar{c} \vee \bar{d})x \end{aligned}$$

Таким образом, инверсия матрицы

$$\begin{vmatrix} a & b & c & d & x \\ 1 & 1 & - & - & 0 \\ - & - & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

приводит к матрице

$$\begin{vmatrix} a & b & c & d & x \\ 0 & - & - & - & 0 \\ - & 0 & - & - & 0 \\ - & - & 0 & - & 1 \\ - & - & - & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Здесь каждая строка для данного значения развязывающей переменной преобразуется в количество строк, равное числу переменных перед x .

Усложним конъюнкции перед x :

$$\overline{(ab \vee c)\bar{x} \vee (\bar{d}\bar{e} \vee \bar{f})x}.$$

Применяя вышедоказанное правило, получим

$$\overline{(ab \vee c)\bar{x} \vee (\bar{d}\bar{e} \vee \bar{f})x} = (\bar{a} \vee \bar{b})\bar{c}\bar{x} \vee (d \vee e)fx,$$

иначе:

$$\bar{a}\bar{c}\bar{x} \vee \bar{b}\bar{c}\bar{x} \vee dfx \vee efx.$$

В матричной форме: исходная матрица

a	b	c	d	e	f	x
1	1	–	–	–	–	0
–	–	1	–	–	–	0
–	–	–	0	0	–	1
–	–	–	–	–	0	1

Инверсная ей:

a	b	c	d	e	f	x
0	–	0	–	–	–	0
–	0	0	–	–	–	0
–	–	–	1	–	1	1
–	–	–	–	1	1	1

Аналогично можно сформировать правила для более сложных выражений, что позволяет упростить алгоритмы автоматизированного синтеза.

Выводы

Таким образом, сравнительный анализ реализаций в ФПТ-базисе и базисе 4И-НЕ показывает, что ФПТ-реализация по сложности лучше более чем в два раза, даже при отсутствии парафазных входов, при этом имеется более чем 50 %-ное повышение быстродействия при числе каналов 16–64.

Приведенные схемы мультиплексоров на базе ФПТ-элементов обладают свойством сохранения работоспособности при одном отказе входа одного элемента (отказах всех элементов в одной половине) – можно использовать половину мультиплексора. Так, например, мультиплексор на 16 каналов модифицируется в мультиплексор на 8 каналов. Это позволяет в так называемых «крупнозернистых» ПЛИС обеспечить частичное восстановление логики после отказов и соответствующего диагностирования.

Библиографический список

1. Tyurin S., Kharchenko V. Redundant Bases for Critical Systems and Infrastructures // General Approach and Variants of Implementation Proceedings of the 1st International Workshop on Critical Infrastructures Safety and Security, Kirovograd, Ukraine 11–13, May, 2011 / V. Kharchenko, V. Tagarev (edits). – 2011. – Vol. 2. – P. 300–307.

2. Тюрин С.Ф., Харченко В.С. Автоматно-базисный подход к созданию естественно надежных и безопасных систем // Системы обработки информации. – 2010. – 9(90). – С. 115–119.

3. Тюрин С.Ф. Функционально-полные толерантные булевы функции // Наука и технология в России. – 1998. – № 4.– С. 7–10.

4. Тюрин С.Ф. Синтез адаптируемой к отказам цифровой аппаратуры с резервированием базисных функций // Приборостроение. – 1999. – № 1. – С.36–39.

5. Тюрин С.Ф. Адаптация к отказам одновыходных схем на генераторах функций с функционально-полными толерантными элементами // Приборостроение. – 1999. – № 7. – С. 32–34.

6. Тюрин С.Ф. Проблема сохранения функциональной полноты булевых функций при «отказах» аргументов // Автоматика и телемеханика. – 1999. – № 9. – С. 176–186.

7. Программируемое логическое устройство: пат. 2146840 Рос. Федерация / Тюрин С.Ф., Несмелов В.А., Харитонов В.А. [и др.]; опубл. БИ № 8. 2000. Бюл. № 8.

Получено 09.09.2011