

В.И. Васенин

V.I. Vasenin

Пермский национальный исследовательский политехнический университет
State National Research Politechnical University of Perm

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗМЕРОВ ПРИБЫЛИ

DETERMINATION OF THE PARAMETERS OF THE FEEDING HEAD

Получена математическая модель процесса образования усадочной раковины в прибыли. Показано, что диаметр прибыли зависит от диаметра отливки, а высота прибыли определяется высотой отливки. Найдены соотношения, связывающие диаметр и высоту прибыли с диаметром и высотой отливки и обеспечивающие получение глубины усадочной раковины, не превышающей 75 % высоты прибыли.

Ключевые слова: отливка, прибыль, диаметр прибыли, высота прибыли, коэффициент усадки, профиль усадочной раковины.

A mathematical model of the process of the shrinking in the riser was obtained. It is shown that the diameter of the feeding head depends on the diameter of the casting, the height of the feeding head depends on the height of the casting. Relations were found between the parameters of the casting and the riser such as its diameter and height when the depth of the shrinkage cavity lower than 75 % the height of the feeding head.

Keywords: casting, feeding head, diameter of the feeding head, height of the feeding head, coefficient of the shrinkage, profile of the shrinkage cavity.

Все согласны с тем, что, как говорил В.Е. Грум-Гржимайло, «прибыль должна стыть последней», т.е. после затвердевания отливки. И, следовательно, ее приведенный размер должен быть больше приведенного размера отливки. Однако из этого следует, что минимальный размер (диаметр) прибыли мы уже знаем. Следует определиться с тем, насколько должен быть ее диаметр больше диаметра отливки (или теплового узла) и найти высоту прибыли. Поэтому нужно уметь рассчитывать глубину усадочной раковины по известным размерам отливки и прибыли. Выведем формулу для определения размеров усадочной раковины в прибыли.

На рис. 1 показаны отливка с прибылью и их основные размеры (размеры усадочной раковины увеличены для наглядности). Принимаем, что скорости затвердевания отливки и прибыли одинаковые. Тогда толщина намерзшего слоя dx будет одной и той же и в отливке, и в прибыли, а слой толщиной dx

в отливке будет находиться на расстоянии $R_{\text{пр}} - R_{\text{отл}}$ от слоя dx в прибыли. Текущая координата уровня металла в прибыли y отсчитывается от основания прибыли или от верха отливки, что одно и то же. При затвердевании в прибыли слоя толщиной dx объем этого слоя равен $2\pi x \cdot dx$, а в отливке образуется слой объемом $2\pi H_{\text{отл}} \left[x - (R_{\text{пр}} - R_{\text{отл}}) \right] dx$. После затвердевания этих двух слоев уровень металла в прибыли понизится на величину dy , а объем этого опустившегося металла равен $\pi x^2 \cdot dy$. Тогда можно записать следующее уравнение:

$$2\alpha\pi x \cdot dx + 2\alpha\pi H_{\text{отл}} \left(x - R_{\text{пр}} + R_{\text{отл}} \right) dx = \pi x^2 \cdot dy, \quad (1)$$

где 2α – коэффициент объемной усадки сплава при переходе из жидкого в твердое состояние. Запишем это выражение следующим образом:

$$\frac{dy}{dx} - \frac{2\alpha}{x} y = 2\alpha H_{\text{отл}} \left(\frac{1}{x} - \frac{R_{\text{пр}} - R_{\text{отл}}}{x^2} \right). \quad (2)$$

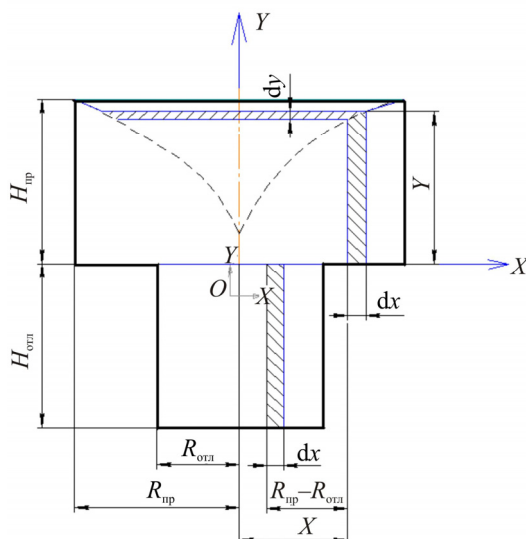


Рис. 1. Схема для точного расчета глубины усадочной раковины

Решая (2), обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка, методом вариации произвольной постоянной, имеем

$$y = x^{2\alpha} \left\{ C - 2\alpha H_{\text{отл}} \left[\frac{1}{2\alpha x^{2\alpha}} - \frac{R_{\text{пр}} - R_{\text{отл}}}{(1 + 2\alpha) x^{1+2\alpha}} \right] \right\}, \quad (3)$$

где C – произвольная постоянная. Величина C находится из выражения (3) для случая, когда $y = H_{\text{пр}}$ при $x = R_{\text{пр}}$. После подстановки найденной величины C в выражение (3) и ряда преобразований получаем следующую формулу:

$$y = \left(\frac{x}{R_{\text{пр}}}\right)^{2\alpha} \left\{ H_{\text{пр}} - H_{\text{отл}} \left[\frac{2\alpha(R_{\text{пр}} - R_{\text{отл}})}{1 + 2\alpha} - \left(\frac{1}{R_{\text{пр}}} - \frac{1}{x} \left(\frac{x}{R_{\text{пр}}}\right)^{-2\alpha} \right) + \left(\frac{x}{R_{\text{пр}}}\right)^{-2\alpha} - 1 \right] \right\}. \quad (4)$$

Сразу заметим, что соотношение (4) действительно и для $R_{\text{пр}} > R_{\text{отл}}$, и для $R_{\text{пр}} < R_{\text{отл}}$. В случае $R_{\text{пр}} = R_{\text{отл}}$ можно считать, что $H_{\text{отл}} = 0$, а прибыль является отливкой. И тогда выражение (4) запишется следующим образом:

$$y = H \left(\frac{x}{R}\right)^{2\alpha}, \quad (5)$$

где R и H – радиус и высота отливки; x – текущая абсцисса (вдоль радиуса), y – текущая ордината образующей усадочной раковины.

Зависимость, близкую к (5), получил впервые Шрётер¹ (Schröter) [1], только она выглядела несколько иначе:

$$\left(\frac{y}{H}\right)^{1-\alpha} = \left(\frac{x}{R}\right)^{2\alpha}. \quad (6)$$

При выводе (6) для цилиндрической отливки без прибыли было использовано уравнение (1), только вместо второго слагаемого было записано $\alpha x^2 \cdot dy$, т.е. учтена усадка слоя толщиной dy зеркала металла. Однако этот слой жидкости только опускается, а не затвердевает и усадки не претерпевает. Поэтому получается (5) для случая, если (1) состоит только из первого и третьего слагаемых. В книге Ю.А. Нехендзи [2] также приводится формула (6); А.А. Рьжиков [3] пишет, что при выводе формулы (5) он пренебрегает величиной $\alpha x^2 \cdot dy$ ввиду ее малости. Но этой величины просто нет, и выражение (5) выводится строго, безо всяких допущений. А (6) по сравнению с (5) дает заниженные величины y .

Таким образом, (4) является более общей формулой, чем (5). Выражение (4) преобразуется в (5) в случае $R_{\text{пр}} = R_{\text{отл}}$. Что, конечно, является хорошим знаком в пользу правильности зависимости (4). Однако для устранения вполне понятных сомнений в истинности (4) – и не только для этого – произведем следующие вычисления.

¹ В статье [1] инициалы Шрётера не указаны.

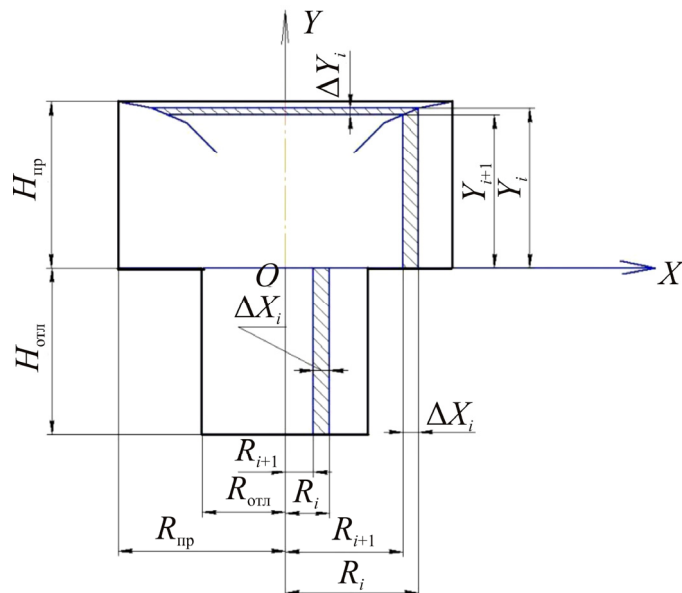


Рис. 2. Схема для приближенного расчета глубины усадочной раковины

Представим теперь отливку и прибыль в виде, показанном на рис. 2. Тогда при затвердевании в отливке слоя объемом $\pi(R_j^2 - R_{j+1}^2)H_{отл}$ и в прибыли слоя объемом $\pi(R_i^2 - R_{i+1}^2)y_i$ уровень металла в прибыли понизится на Δy_i , а объем этого понизившегося слоя есть усеченный конус с основаниями диаметром $2R_i$ и $2R_{i+1}$ и толщиной Δy_i . После несложных преобразований имеем такую формулу для подсчета понижения уровня металла от y_i до y_{i+1} при затвердевании кольцевых слоев толщиной $R_j - R_{j+1}$ в отливке и $R_i - R_{i+1}$ в прибыли:

$$\Delta y_i = 3\alpha \frac{y_i (R_i^2 - R_{i+1}^2) + H_{отл} (R_j^2 - R_{j+1}^2)}{R_i^2 + R_i R_{i+1} + R_{i+1}^2}. \quad (7)$$

В отличие от (4), здесь уже можно задаваться разными скоростями (в том числе переменными) затвердевания металла в отливке и прибыли, а также учесть намерзание сплава на нижней поверхности отливки (на дне отливки). Разные скорости затвердевания отливки и прибыли обеспечиваются путем задания отношения шага $R_i - R_{i+1}$ в прибыли к шагу $R_j - R_{j+1}$ в отливке. Намерзание металла на дне учитывается увеличением объема дна, который добавляется в числитель выражения (7), при этом будет изменяться от шага к шагу высота слоя отливки, отсчитываемого от дна.

Зависимость (4) пригодна для расчета y от $x = R_{\text{пр}}$ до $x = R_{\text{пр}} - R_{\text{отл}}$. По (7) считается y при изменении x от $R_{\text{пр}}$ до 0. Поскольку по (5) при $x = 0$ $y = 0$, что не соответствует действительности, то в расчетах ограничимся $x \geq 1$ мм. На самом деле, практически дальнейшее образование усадочной раковины прекращается, начинают образовываться поры, а не продолжает расти усадочная раковина диаметром в доли миллиметра и глубиной 5–10 мм и более. Работу прибыли будем оценивать относительной глубиной усадочной раковины ω :

$$\omega = \frac{H_{\text{пр}} - y}{H_{\text{пр}}} 100 \%. \quad (8)$$

Б.Б. Гуляев [4] считал, что максимальная величина $\omega_{\text{max}} = 75 \%$, хотя есть рекомендации в 65–75, 85, 90 % и даже в абсолютных величинах y в зависимости от высоты прибыли $H_{\text{пр}}$ [5]. По-видимому, следует принять $\omega_{\text{max}} = 75 \%$, так как будут влиять на y колебания технологического процесса, да и по оси от низа прибыли до усадочной раковины могут быть поры. Нужно, чтобы они не попали в отливку.

Вывод зависимости (5) не вызывает возражений. К тому же (5) имеет хорошее экспериментальное подтверждение. Особенно эффектно выглядят усадочные раковины в стеариновых отливках [6]. Напрямую результаты расчетов по (4) и (5) сравнить невозможно, так как эти формулы работают на разных участках вдоль радиуса прибыли. Поэтому сначала сравним результаты расчетов по (5) и (7), а затем по (4) и (7). При расчете по (7) цилиндрической отливки (без прибыли) второе слагаемое в числителе равно 0.

Подсчитаем глубину усадочной раковины для отливки радиусом $R_{\text{отл}} = 25,00$ мм и высотой $H_{\text{отл}} = 100,00$ мм. Отливка не имеет прибыли. Коэффициент объемной усадки α примем равным 0,06 (6 %). Результаты расчетов y в зависимости от x по (7) при шаге $\Delta x_i = R_i - R_{i+1}$ в 1,00; 0,50 и 0,10 мм и по (5) приведены в табл. 1. Как видно, уже при грубом шаге 1,00 мм в диапазоне изменения x от 25,00 до 2,00 мм отличие в величине y по (5) и (7) составляет всего 0,0673 мм (0,091 %) для $x = 2,00$ мм, а при $x = 1,00$ мм меняется знак расхождения и разница составляет 0,1351 мм (0,199 %). При шаге $\Delta x_i = 0,50$ мм максимальное отличие расчетов по (5) и (7) составляет 0,0773 мм (0,105 %) для $x = 2,00$ мм. Для $\Delta x_i = 0,10$ мм наибольшее отличие расчетов составляет 0,040 мм (0,059 %) при $x = 1,00$ мм. Как видно, разница между значениями y_i по точному (5) и приближенному (7) соотношениям становится все меньше с уменьшением шага Δx_i и может быть получена равной любой наперед заданной бесконечно малой величине. Поэтому можно считать, что приближенная формула (7) обеспечивает необходимое совпадение расчетов с классической зависимостью (5).

Теперь сравним результаты расчетов по (4) и (7) для отливки с $R_{отл} = 25,00$ мм и $H_{отл} = 50,00$ мм с прибылью высотой $H_{пр} = 50,00$ мм и радиусами $R_{пр} = 27,50$ мм и $37,50$ мм. Результаты расчетов сведены в табл. 2: в числителе – значения y для прибыли с $R_{пр} = 27,50$ мм, в знаменателе – для прибыли с $R_{пр} = 37,50$ мм. Во втором вертикальном столбце находятся результаты расчетов образования усадочной раковины в прибыли по формуле (4) – до конца затвердевания отливки, по (5) – после затвердевания отливки. В третьем столбце представлены значения y при шаге $\Delta x_i = 1,00; 0,50$ и $0,10$ мм. В четвертом столбце – величины y для случаев затвердевания металла в отливке со скоростью, большей скорости затвердевания металла в прибыли на 10 и 100 % ($\Delta x_i = 1,00$ мм). Когда скорость затвердевания отливки на 10 % выше скорости затвердевания прибыли, то затвердевание отливки заканчивается при $x = 4,77$ мм в прибыли с $R_{пр} = 27,50$ мм, при $x = 14,77$ мм – в прибыли с $R_{пр} = 37,50$ мм. Если отливка затвердевает в два раза быстрее прибыли, то затвердевание отливки заканчивается при $x = 15,00$ мм в прибыли с $R_{пр} = 27,50$ мм, при $x = 25,00$ мм – в прибыли с $R_{пр} = 37,50$ мм. В пятом вертикальном столбце приведены данные о затвердевании металла в прибыли в случае намерзания металла со дна отливки с той же скоростью, что и от боковых стенок ($\Delta x_i = 1,00$ мм).

В момент окончания затвердевания отливки с $R_{пр} = 27,50$ мм при $x = 2,50$ мм значение y по (3) равно $29,9870$ мм, по (4) – $28,8713$ мм, разница $0,1157$ мм ($0,387\%$), а для прибыли с $R_{пр} = 37,50$ мм при $x = 12,50$ мм значение y по (3) – $41,4407$ мм, по (4) – $41,4195$ мм, разница $0,0212$ мм ($0,051\%$). При шаге $\Delta x_i = 0,50$ мм указанное отличие для $x = 2,50$ и $12,50$ мм составляет соответственно $0,0632$ мм ($0,211\%$) и $0,0108$ мм ($0,026\%$). Для шага $\Delta x_i = 0,10$ мм – соответственно $0,0133$ мм ($0,044\%$) и $0,022$ мм ($0,005\%$). И отличие расчетов y по (4) и (7) также может быть сведено к любой наперед заданной бесконечно малой величине. А справедливость формулы (4) можно считать доказанной.

Как видно из табл. 2 (третий столбец), увеличение скорости затвердевания отливки по сравнению с прибылью приводит к тому, что в начале процесса глубина усадочной раковины находится несколько ниже усадочной раковины прибыли, затвердевающей с одной и той же скоростью с отливкой. К окончанию затвердевания прибыли уровень металла в ней при $x = 0$ значительно выше, чем при одинаковых скоростях затвердевания отливки и прибыли. Понятно, что объем усадочной раковины остается прежним. Когда скорость затвердевания отливки выше скорости затвердевания прибыли, то получается запас в сторону уменьшения глубины усадочной раковины вдоль продольной оси прибыли.

Намерзание металла на дне отливки по мере изменения x от $R_{\text{пр}}$ до 0 сначала приводит к меньшим, а затем к большим величинам y по сравнению с расчетами без учета намерзания (см. табл. 2, четвертый столбец). При $x = 1,00$ мм для прибыли диаметром 55,00 мм усадочная раковина располагается на 0,4172 мм, для диаметра 75,00 мм – на 0,1627 мм выше, чем если бы расчет производился без учета намерзания со дна. Таким образом, намерзание со дна дает уменьшение глубины усадочной раковины вдоль продольной оси прибыли.

Следовательно, учет намерзания со дна отливки или разных скоростей затвердевания металла в отливке и прибыли по формуле (7) по сравнению с (4), в которой эти факторы не учитываются, дает запас в сторону меньшей глубины усадочной раковины в центре прибыли. Что, конечно, является аргументом в пользу выбора для расчетов зависимости (4), так как по ней проще анализировать образование усадочной раковины, чем по соотношению (7), зная о запасе в глубине усадочной раковины, который дает (4) по сравнению с формулой (7).

Отметим интересную особенность расчета по (5): с увеличением высоты отливки, не имеющей прибыли, абсолютная глубина усадочной раковины в ней растет, а относительная – не меняется. Для отливки диаметром 50,00 мм при высоте 25,00; 50,00; 100,00; 150,00 и 200,00 мм величина y составляет 16,99; 33,98; 67,96; 101, 94 и 135,92 мм, а ω – остается неизменной и равной 32,0 %. Для отливок диаметром 40,00 и 60,00 мм ω равна соответственно 30,2 и 33,5 %.

Из табл. 2 следует, что для прибыли диаметром 55,00 мм уровень металла понижается с 50,00 до 29,99 мм, на 20,01 мм, а $\omega = 40,0$ %. Для прибыли диаметром 75,00 мм уровень уменьшается с 50,00 до 41,44 мм, на 8,56 мм, при этом $\omega = 17,1$ %. Прибыли диаметром 55,00 и 75,00 мм при $H_{\text{пр}}/H_{\text{отл}} = 1$ чрезмерно велики для данной отливки, так как получившиеся значения ω значительно меньше $\omega_{\text{max}} = 75$ %. Сравнить глубины усадочных раковин нужно, конечно, не при $x = 1,00$ мм, а при $x = R_{\text{пр}} - R_{\text{отл}}$ – на момент окончания затвердевания отливки, а не прибыли.

Теперь посмотрим, как влияют диаметр и высота прибыли на относительную глубину усадочной раковины ω . Для этого отливку диаметром 50,00 мм и высотой 50,00 мм будем снабжать прибылями диаметром 55,00; 65,00; 75,00 и 100,00 мм и высотой 2–100 мм. Результаты расчетов приведены в табл. 3. Как видно, прибыли диаметром 100,00 мм достаточно быть высотой 2,00 мм (с геометрической, а не с тепловой точки зрения), чтобы иметь $y = 0,74$ мм и $\omega = 63,0$ %, что меньше $\omega_{\text{max}} = 75$ %. Это для $x = R_{\text{пр}} - R_{\text{отл}} = 25,00$ мм. При $x = 1,00$ мм $y = 0,50$ мм, $\omega = \omega_{\text{max}} = 75$ %. Важно, конечно, для $D_{\text{пр}} = 100,00$ мм и $D_{\text{отл}} = 50,00$ мм значение y при $x = 25,00$ мм, а не при $x = 1,00$ мм.

Таблица 1

**Значения u в зависимости от x для отливки
диаметром 50 мм и высотой 100 мм**

x , мм	Расчетные формулы			
	(5)	(7)*	(7)**	(7)***
1,00	67,9590	68,0941	67,8882	67,9187
2,00	73,8535	73,7862	73,7762	73,8308
3,00	77,5357	77,4551	77,4747	77,5202
4,00	80,2591	80,1858	80,2104	80,2475
5,00	82,4373	82,3734	82,3975	82,4281
7,00	85,8339	85,7862	85,8061	85,8277
10,00	89,5875	89,5561	89,5699	89,5837
15,00	94,0542	94,0388	94,0458	94,0524
20,00	97,3578	97,3517	97,3545	97,3571
25,00	100	100	100	100

* $\Delta x_i = 1,00$ мм; ** $\Delta x_i = 0,50$ мм; *** $\Delta x_i = 0,10$ мм.

Таблица 2

Значения u в зависимости от x для прибылей диаметром 55 и 75 мм

x , мм	Расчетные формулы			
	(4) или (5)	(7)	(7)	(7)
1,00	$\frac{26,8646}{30,6054}$	$\frac{26,7838 / 26,8043 / 26,8432}{30,5912 / 30,5695 / 30,5788}$	$\frac{27,4029 / 29,9337}{29,6551 / 30,1271}$	$\frac{27,2818}{30,7681}$
2,50	$\frac{29,9870}{34,1626}$	$\frac{29,8713 / 29,9238 / 29,9737}{34,1176 / 34,1272 / 34,1448}$	$\frac{31,5861 / 34,5032}{34,1820 / 34,7261}$	$\frac{31,4465}{34,3123}$
4,50	$\frac{33,0601}{36,6592}$	$\frac{32,9922 / 33,0209 / 33,0514}{36,6185 / 36,6347 / 36,6537}$	$\frac{33,9013 / 37,0323}{36,6876 / 37,2716}$	$\frac{34,2512}{36,8274}$
4,77	$\frac{33,4536}{-}$		$\frac{34,3992}{-}$	
7,50	$\frac{36,9323}{38,9767}$	$\frac{36,8893 / 36,9082 / 36,9271}{38,9462 / 38,9601 / 38,9732}$	$\frac{37,1658 / 39,3864}{39,0197 / 39,6408}$	$\frac{37,5164}{39,1684}$
12,50	$\frac{41,6007}{41,4407}$	$\frac{41,5780 / 41,5884 / 41,5981}{41,4195 / 41,4299 / 41,4385}$	$\frac{41,4525 / 41,8877}{41,4977 / 42,1582}$	$\frac{41,5895}{41,6558}$
14,77	$\frac{-}{42,3585}$		$\frac{-}{42,4320 / -}$	
15,00	$\frac{43,4246}{-}$		$\frac{- / 42,9071}{-}$	
17,50	$\frac{45,0246}{43,4570}$	$\frac{45,0129 / 45,0184 / 45,0233}{43,4432 / 43,4498 / 43,4555}$	$\frac{44,8563 / 44,0813}{43,4700 / 43,9012}$	$\frac{44,8044}{43,5629}$

x, мм	Расчетные формулы			
	(4) или (5)	(7)	(7)	(7)
22,50	$\frac{47,7405}{45,3508}$	$\frac{47,7357 / 47,7380 / 47,7400}{45,3421 / 45,3463 / 45,3499}$	$\frac{47,6426 / 46,9199}{45,2751 / 45,2489}$	$\frac{47,5506}{45,3113}$
25,00	$\frac{-}{46,2286}$		$\frac{-}{- / 45,8824}$	
27,50	$\frac{50}{47,0611}$	$\frac{50}{47,0561 / 47,0585 / 47,0606}$	$\frac{50}{46,9796 / 46,5764}$	$\frac{50}{46,9486}$
32,50	$\frac{-}{48,6026}$	$\frac{-}{48,6003 / 48,6014 / 48,6023}$	$\frac{-}{48,5527 / 48,1814}$	$\frac{-}{48,5051}$
37,50	$\frac{-}{50}$	$\frac{-}{50}$	$\frac{-}{50}$	$\frac{-}{50}$

Заметим, что если увеличить высоту отливки диаметром 50,00 мм с 50,00 до 150,00 мм, а прибыль взять диаметром 55,00 мм и высотой 50,00 мм, то u при этом уменьшается с 29,99 до 14,97 мм, а ω увеличивается с 40,0 до 70,0 %. Следовательно, глубина усадочной раковины (и высота прибыли) сильно зависит от высоты отливки. И формулы, где нет учета высоты отливки при определении высоты прибыли, использовать не следует.

Однако зависимости (4) и (7) не дают ответа на главные вопросы: 1. Каким должен быть относительный диаметр прибыли $D_{пр}^* = D_{пр}/D_{отл}$? 2. Какой должна быть относительная высота прибыли $H_{пр}^* = H_{пр}/H_{отл}$? Речь идет о конкретных числовых величинах $D_{пр}^*$ и $H_{пр}^*$. Для этого нужна дополнительная информация. Сначала определимся с диаметром прибыли. Понятно, что следует стремиться к минимальной величине $D_{пр}^*$. Во-первых, объем прибыли (и расход металла на нее) пропорционален квадрату ее диаметра. А во-вторых, с точки зрения питания отливки из прибыли за счет гидростатического напора желательное увеличение ее высоты, а не диаметра. Как видно из табл. 3, уже при $D_{пр} = 55,00$ мм, $H_{пр} = 15,00$ мм, $D_{пр}^* = 1,1$, $H_{пр}/D_{пр} = 0,27$ и $H_{пр}^* = 0,30$ имеем $\omega = 75$ %, равное ω_{max} . Таким образом, из геометрических соображений для данной отливки высотой 50,00 мм вполне достаточно прибыли высотой 15,00 мм при указанных отношениях $D_{пр}^*$ и $H_{пр}^*$ (и $H_{пр}/D_{пр}$).

Б.Б. Гуляев еще в 1945 г. писал, что нужно определять диаметр прибыли из соотношения $D_{пр}^* = 1,1 \dots 1,3$ и затем находить ее высоту [7]. Заметим сразу, что интервал значений 1,1–1,3 слишком велик, так как при отношениях 1,1

и 1,3 разница в объемах прибылей составит 40 %. Правда, в учебном пособии [8] Б.Б. Гуляев почему-то пишет, что это отношение должно быть равным 1,05–1,10. А.А. Рыжиков [3] и А.Д. Попов [5] рекомендуют это отношение принимать равным 1,15. В книгах [9–11] написано, что $D_{пр}^*$ следует принимать равным 1,1...1,2. В статье [12] сообщается, что с увеличением отношения $D_{пр}^*$ до 1,2 глубина усадочной раковины значительно уменьшается, а при дальнейшем росте этого отношения глубина усадочной раковины меняется мало. В работе [13] не рекомендуется отношение $D_{пр}^*$ делать более 1,3. По-видимому, следует принять $D_{пр}^* = 1,1$, имея в виду, что 1,1 есть $1,10 \pm 0,01$, а не $1,1 \pm 0,05$, как это можно подумать о числе 1,1, если принять, что погрешность не превышает половины величины последней значащей цифры. $1,10 \pm 0,05$ – недопустимо большой разброс значений $D_{пр}^*$ и расход металла на прибыль. Как и запись в виде $D_{пр}^* = 1,1...1,2$.

Таблица 3

Зависимость γ и ω от высоты и диаметра прибыли

$H_{пр}$, мм	$D_{пр}$, мм			
	55,00	65,00	75,00	100,00
2,00	–	–	–	0,74/62,9
3,00	–	–	0,25/91,8	1,66/44,6
5,00	–	0,45/91,1	2,00/60,0	3,50/30,0
10,00	–	4,64/53,6	6,38/36,2	8,10/19,0
15,00	3,74/75,1	8,83/41,1	10,76/28,2	12,70/15,3
20,00	7,49/62,6	13,03/34,9	15,15/24,3	17,31/13,5
25,00	11,24/55,1	17,22/31,1	19,53/21,2	21,91/12,4
50,00	29,99/40,0	38,19/23,6	41,44/17,1	44,91/10,2
100,00	67,50/32,5	80,12/19,9	85,27/14,7	90,92/ 9,1
150,00	104,98/30,0	122,05/18,6	129,01/13,9	136,93/ 8,7
200,00	142,48/28,8	163,98/18,0	172,91/13,5	182,93/ 8,5

Число 1,1 требует, конечно, дальнейшего уточнения. Возможно, что для стали это отношение должно быть равным 1,15. Нужно также сказать, что отношение $D_{пр}^*$ расчету не поддается (не путать расчетные и расчетно-экспериментальные формулы). А ограничение $D_{пр}^* \geq 1,1$ появляется из-за того, что сказывается тепловая работа прибыли, которая не может быть учтена в (4) и (7), и появляется как дополнительный принцип. $D_{пр}^*$ менее 1,1 делать не следует по той причине, что в конце затвердевания прибыли, когда начи-

нает образовываться каркас из твердых кристаллов, сплав теряет жидкоподвижность. Для обеспечения жидкоподвижности сплава в центре прибыли и использования атмосферного давления для питания отливки из прибыли диаметр последней должен быть больше диаметра отливки.

Перейдем к определению высоты прибыли. В книге А.Д. Попова [5] приводятся данные о том, что для стальных отливок без утепления прибылей достаточно иметь отношение $H_{пр}/D_{пр} = 0,50$, для алюминиевых и магниевых сплавов – 0,28, для оловянистой бронзы – 0,19, для кремнистой латуни – 0,34, для алюминиевой бронзы – 0,43. Оптимальным названо отношение 0,50; и все же окончательно рекомендуется делать это отношение равным 0,70. В статье [14] говорится, что для силуминов отношение $H_{пр}/D_{пр}$ должно быть не менее 0,50. В работе В.И. Фокина [15] приводятся данные о том, что для отливок из стали 35Л с прибылями, не утепленными и без экзотермических составов, достаточно иметь $H_{пр}/D_{пр} = 0,50$.

Однако в книге [10] имеется рекомендация делать прибыли для отливок из цветных сплавов с $H_{пр}/D_{пр} = 1,5$, причем утверждается, что величина прибыли не зависит (?) от высоты отливки. Для стальных отливок предлагается делать это отношение равным 1–2. Дается и еще одна никак не обоснованная рекомендация: для закрытых прибылей – 1,25, для открытых – 2. Никаких доказательств, что открытые прибыли должны иметь отношение $H_{пр}/D_{пр} = 2$, нет. На Уралмаше применялись прибыли для стальных отливок с $H_{пр}/D_{пр} = 1$ [3]; в монографии П.В. Василевского [9] это отношение названо оптимальным. В статье [16] говорится о том, что для чугуна с 2,3 % С, стали 40Л и алюминиевого сплава АЛ19 применялись прибыли с $H_{пр}/D_{пр} = 1$. Что касается закрытых и открытых прибылей, то в работе [17] сообщается, что для тех и других отношение $H_{пр}/D_{пр}$ должно быть равным 1. В справочнике [18] сообщается, что $H_{пр}/D_{пр}$ изменяется от 0,83 до 6,4. Заметим, что отношение $H_{пр}/D_{пр} = 2$ означает, что высота прибыли в 2 раза больше ее диаметра, а объем прибыли в случае $D_{пр}^* = 1,1$ и $H_{отл} = D_{отл}$ будет больше объема отливки в 2,42 раза. Это при том, что объем отливки при затвердевании уменьшается всего на 2–8 % – в зависимости от вида сплава.

Вернемся к отливке с $D_{отл} = 50,00$ мм и $H_{отл} = 50,00$ мм с прибылью $D_{пр} = 55,00$ мм и $H_{пр} = 15,00$ мм. Для этой отливки при $\alpha = 0,06$ (6 %) и $H_{пр}/D_{пр} = 0,27$ $y = 3,74$ мм, а $\omega = 75$ %, т.е. уже при $H_{пр}/D_{пр} = 0,27$ прибыль используется только на три четверти своей высоты. А если взять $\alpha = 0,04$ (4 %), как для стали, то $y = 7,08$ мм, а $\omega = 52,8$ %. В этом случае раковина занимает половину высоты прибыли. Если увеличить $H_{пр}$ с 15,00 до 50,00 мм, в 3,3 раза, и $H_{пр}/D_{пр}$ станет равным 0,91, то при $\alpha = 0,04$ $y = 35,97$ мм, а $\omega = 28,1$ %. Высота прибыли используется всего на четверть. Для учета потерь теплоты с зеркала металла в прибыли, особенно при литье стали, у нас

есть запас в 3,3 раза по высоте в сравнении с чисто геометрическими расчетами. А дальнейшее увеличение отношения $H_{\text{пр}}/D_{\text{пр}}$ с 1 до 2–6,4 представляется излишним.

Что же делать с этим отношением $H_{\text{пр}}/D_{\text{пр}}$? Для чего оно на самом деле нужно? И откуда такой разброс значений $H_{\text{пр}}/D_{\text{пр}}$ – от 0,19 до 6,4? Они ведь получены экспериментально. Дело в том, что в перечисленных выше и многих других работах учитывается отношение $H_{\text{пр}}/D_{\text{пр}}$ и не учитывается отношение $H_{\text{пр}}^*/H_{\text{отл}}$. На самом деле высота прибыли $H_{\text{пр}}$ зависит от высоты отливки $H_{\text{отл}}$, отношение $H_{\text{пр}}/D_{\text{пр}}$ – это уже следствие отношения $H_{\text{пр}}^*/H_{\text{отл}}$. А требуется $H_{\text{пр}}/D_{\text{пр}}$ для того, чтобы по известным $D_{\text{отл}}$, $H_{\text{отл}}$, $D_{\text{пр}}^*$ и $D_{\text{пр}}$, задавшись каким-то значением $H_{\text{пр}}/D_{\text{пр}}$, найти $H_{\text{пр}}$, подсчитать u по (4) или (7) и относительную глубину усадочной раковины ω по формуле (8). Затем уменьшаем или увеличиваем $H_{\text{пр}}$ (изменяется при этом $H_{\text{пр}}/D_{\text{пр}}$ и $H_{\text{пр}}^*$) с целью получения $\omega \leq 75\%$. А минимальные значения $H_{\text{пр}}/D_{\text{пр}}$ уже приводились. Все зависит от абсолютной величины $H_{\text{отл}}$ и отношения $H_{\text{отл}}/D_{\text{отл}}$, хотя в явно виде это отношение в (4) и (7) не присутствует. Таким образом, кроме условия $D_{\text{пр}}^* \geq 1,1$, у нас появляется второе условие: $\omega \leq 75\%$, которое обеспечивается подбором величины $H_{\text{пр}}$ при заданных величинах $D_{\text{отл}}$, $H_{\text{отл}}$ и $D_{\text{пр}}^*$.

Таким образом, при определении размеров прибыли нужно отделить ее диаметр от высоты. Как ни странно, они почти не связаны между собой. Диаметр прибыли зависит от диаметра отливки, а высота прибыли – от высоты отливки. По (4) находится глубина усадочной раковины в прибыли для цилиндрических отливок в случае использования одинакового материала для формовки отливки и прибыли. По (7) можно подсчитать – после соответствующей корректировки формулы – глубину раковины в прибыли для отливки произвольных горизонтальных и вертикальных сечений, причем материалы формы для отливки и прибыли (и следовательно, скорости их затвердевания) могут быть разными. Эта формула позволяет также учесть различные технологические приемы: подогрев металла в прибыли, экзотермические смеси и пр.

Все сказанное не относится к отливкам типа горизонтальных или вертикальных плит, питающихся от нескольких прибылей. Для расчета их питания имеются эмпирические соотношения. Хотя и они нуждаются в уточнении, так как определения дистанции действия прибыли для плит уже не проводилось много лет.

Экспериментальная проверка формул (4), (5) и (7) подробно описана в статье [19]. Получено хорошее опытное подтверждение теоретических зависимостей (на алюминиевых сплавах). И, как это ни удивительно, форма

профиля усадочной раковины в прибыли подсчитывается по выражению (4) как для узкоинтервальных сплавов – технический алюминий и эвтектический силумин, так и для широкоинтервальных – сплав с 2,3 % Si и сплав с 5,5 % Cu. В этих последних двух сплавах образовалась в прибыли концентрированная усадочная раковина, а не рассеянная усадочная пористость.

Сразу возникает вопрос: а как же формула Намюра? Впервые она была представлена на Международном конгрессе литейщиков во Флоренции в 1954 г. С тех пор использовалась во многих статьях и книгах, вошла в учебники и учебные пособия. Отметим публикации в журналах «Известия вузов. Черная металлургия» (2002, № 3) и «Литейщик России» (2005, № 12). В статье [20] эта формула была названа наиболее обоснованной, пригодной для расчетов всех типов питающих систем при всех способах литья.

Формула Намюра выглядит так – с некоторыми уточнениями Я.И. Шкленника [20]:

$$W_{\text{пр}} = mlz\xi_{\text{пр}} R_{\text{отл}(\text{э})}^3 (1 + \alpha)^3 + 3\alpha W_{\text{ф}}, \quad (9)$$

а коэффициент

$$\xi_{\text{пр}} = S_{\text{пр}(\text{э})}^3 / W_{\text{пр}}^2, \quad (10)$$

где $W_{\text{пр}}$ – объем прибыли; $W_{\text{ф}}$ – объем полости формы для отливки (без прибыли); $S_{\text{пр}(\text{э})}$ – эффективная площадь охлаждения поверхности прибыли; $R_{\text{отл}(\text{э})}$ – эффективная приведенная толщина отливки; m , l и z – коэффициенты.

Во всех публикациях утверждается, что 1-й член в правой части выражения (9) учитывает тепловые свойства системы «отливка – прибыль», а 2-й – утроенную усадку залитого в форму металла. Посмотрим, так ли это. Второе слагаемое в правой части (9) составляет примерно 10 % от первого. Приравняем это второе слагаемое 0, подставим (10) в (9) и получим из (9):

$$W_{\text{пр}} = mlz \frac{S_{\text{пр}(\text{э})}^3}{W_{\text{пр}}^2} R_{\text{отл}(\text{э})}^3 (1 + \alpha)^3. \quad (11)$$

Обозначим $W_{\text{пр}}/S_{\text{пр}(\text{э})}$ как $R_{\text{пр}(\text{э})}$ – это эффективная приведенная толщина прибыли. Тогда из (11) имеем

$$R_{\text{пр}(\text{э})} = R_{\text{отл}(\text{э})} (1 + \alpha)^3 \sqrt[3]{mlz}. \quad (12)$$

Коэффициенты m , l и z незначительно отличаются от 1. Кроме того, из них извлекается корень кубический. А для компактной отливки в случае применения одного и того же формовочного материала для отливки и прибыли $m = l = z$. Поэтому окончательно запишем:

$$R_{\text{пр}(\varnothing)} = R_{\text{отл}(\varnothing)} (1 + \alpha). \quad (13)$$

Следовательно, первый член в правой части выражения (9), как и второй, получен не из тепловых соображений, а из усадочных. Согласно (13) линейный размер – эффективная приведенная толщина отливки – возрастает пропорционально величине объемной усадки, и получается снова линейный размер – эффективная приведенная толщина прибыли.

Теперь подсчитаем диаметр прибыли по (9) для нашей отливки диаметром 50,00 и высотой 50,00 мм. Если взять высоту прибыли равной 25,00, 50,00, 75,00 и 100,00 мм, что обеспечивает $H_{\text{пр}}/D_{\text{пр}} = 0,5, 1,0, 1,5$ и $2,0$, то получим по расчету $D_{\text{пр}} = 67,11, 55,54, 51,43$ и $49,29$ мм, т.е. с увеличением высоты прибыли ее диаметр уменьшается и даже становится меньше (?) диаметра отливки. Это заложено в методику расчета по формуле Намюра. Что является ошибкой: диаметр прибыли зависит от диаметра отливки и не связан с высотой прибыли. Диаметр прибыли должен быть больше диаметра отливки на определенную величину для обеспечения жидкоподвижности металла в центре прибыли в конце затвердевания отливки. Таким образом, размер прибыли по (9) определяется не из тепловых, как утверждалось, а из усадочных соображений, а диаметр и высота прибыли по этой формуле связаны друг с другом, что является неверным по существу. Поэтому формулу Намюра при расчетах размеров прибылей применять не рекомендуется.

В заключение скажем о шаровых прибылях. Назначение прибыли – обеспечить получение годной отливки, а не достижение минимальной поверхности охлаждения. Шаровые прибыли применяются до сих пор. Но уже давно сказано [21]: из элементарных геометрических построений видно, что усадочная раковина в шаровой прибыли располагается значительно ниже раковины в цилиндрической прибыли такой же высоты с плоским верхом. А главное – шаровая прибыль имеет выпуклую сферическую поверхность, и затвердевающая корочка металла не продавливается под действием атмосферного давления [20]. Естественно, на закрытую прибыль тоже действует атмосферное давление из-за газопроницаемости песчано-глинистой формы или наличия зазоров в плоскости разъема металлической формы. Вывод однозначный: шаровые прибыли или цилиндрические прибыли с верхней частью в виде полушара применять не следует.

Таким образом, в настоящей работе впервые удалось получить теоретическую зависимость, связывающую размеры усадочной раковины с диаметрами и высотами отливки и прибыли. Полученная в 1921 г. формула (5) для определения размеров усадочной раковины в цилиндрической отливке оказалась всего лишь частным случаем выведенного уравнения (4). Изложена методика расчета размеров прибыли, обеспечивающих заданное по высоте расположение усадочной раковины на оси прибыли. Полученные теоретические соотношения подтверждаются ранее выполненными экспериментами.

Список литературы

1. Brüninghaus A., Heinrich Fr. Über Lunkerbildung und Seigerungserscheinungen in silizierten Stahlblöcken // Stahl und Eisen. – 1921. – Bd. 41. – № 15. – S. 497–510.
2. Нехендзи Ю.А. Стальное литье. – М.: Metallurgizdat, 1948. – 768 с.
3. Рыжиков А.А. Теоретические основы литейного производства. – М.–Свердловск: Mashgiz, 1961. – 448 с.
4. Гуляев Б.Б. Литейные процессы. – М.: Mashgiz, 1960. – 416 с.
5. Попов А.Д. Расчет прибылей для отливок. – М.: Mashgiz, 1957. – 56 с.
6. Шмрга Л. Затвердевание и кристаллизация стальных слитков. – М.: Metallurgiya, 1985. – 248 с.
7. Гуляев Б.Б. Расчет прибылей для стальных отливок // Бюллетень литейщика. – 1945. – № 5–6. – С. 17–19.
8. Гуляев Б.Б. Теория литейных процессов. – Л.: Машиностроение, 1976. – 216 с.
9. Василевский П.В. Технология стального литья. – М.: Машиностроение, 1974. – 408 с.
10. Галдин Н.М., Чистяков В.В., Шатульский А.А. Литниковые системы и прибыли для фасонных отливок. – М.: Машиностроение, 1992. – 254 с.
11. Назаратин В.В. Технология изготовления стальных отливок ответственного назначения. – М.: Машиностроение, 2006. – 234 с.
12. Шапранов И.А., Гетьман А.А. Процесс образования усадочных дефектов в отливках из магниевого чугуна и меры борьбы с ними // Дефекты отливок и меры их предупреждения. – М.: Mashgiz, 1962. – С. 96–109.
13. Расчет и проектирование прибылей для отливок / Б.Б. Гуляев [и др.] // Улучшение качества отливок. – Горький: Волго-Вятское ЦБТИ, 1966. – С. 171–181.
14. Сафаров Р.Ш., Дубицкий Г.М. Вопросы конструирования и расчета прибылей для отливок из сплавов системы алюминий – кремний // Улучшение технологии изготовления отливок. – Свердловск: Изд-во УПИ, 1966. – С. 79–92.
15. Фокин В.И. Возможные приемы определения размеров прибыли для отливок // Прогрессивная технология литейного производства. – Горький: Волго-Вятское книжное изд-во, 1969. – С. 53–58.
16. Есьман Р.И. Расчет прибылей для фасонного литья // Охлаждение отливки. – Минск: Наука и техника, 1969. – С. 228–235.
17. Гетьман А.А., Дворецкий В.В. Расчет размеров прибылей для отливок // Усадочные процессы в сплавах и отливках. – Киев: Наукова думка, 1970. – С. 199–209.
18. Цветное литье: справочник. – М.: Машиностроение, 1989. – 528 с.

19. Васенин В.И. Экспериментальное определение размеров усадочной раковины // Литейное производство. – 2008. – № 4. – С. 24–25.

20. Шкленник Я.И. Расчет литниково-питающих систем отливок по выплавляемым моделям // Литейное производство. – 1974. – № 1. – С. 1–3.

21. Ипатов Н.К. К вопросу о форме прибыли // Литейное производство. – 1955. – № 3. – С. 3–4.

Получено 6.09.2011