

УДК 531/534: [57+61]

О.И. Дударь, Д.И. Бобина, С.Е. Пешин**O.I. Dudar, D.I. Bobina, S.E. Peshin**

Пермский национальный исследовательский политехнический университет

Perm National Research Polytechnic University

СРАВНЕНИЕ СПОСОБОВ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ УСИЛИЙ В ЖЕВАТЕЛЬНЫХ МЫШЦАХ И РЕАКЦИИ В ВИСОЧНО-НИЖНЕЧЕЛЮСТНОМ СУСТАВЕ

COMPARISON OF THEORETICAL METHODS OF DETERMINING THE FORCES IN THE MASTICATORY MUSCLES AND TEMPOROMANDIBULAR JOINT

Сравниваются пять способов теоретического определения усилий в жевательных мышцах и реакции в височно-нижнечелюстном суставе (ВНЧС) с помощью упрощенной симметричной модели Канга. Упрощенная модель предполагает определение усилий только в височной и суммарного усилия жевательной и внутренней крыловидной мышцы, а также величины и направление реакции ВНЧС. Рассматривались два варианта упрощенной модели – без учета действия мышц-открывателей и наружной крыловидной мышцы и с их учетом. Для раскрытия статической неопределенности использовались следующие пять теорий: первая основана на функциональной равноправности мышц-синергистов, вторая – на пропорциональности усилий в мышцах их площадям, третья – на поиске оптимального значения реакции в суставе, четвертая – на поиске оптимальных значений напряжений в жевательных мышцах, пятая – на поиске оптимальных значений относительных усилий в жевательных мышцах. Показана эквивалентность 2, 4 и 5-й теорий в рамках используемой упрощенной модели. Рассмотрена необходимость учета мышц-открывателей и наружной крыловидной мышцы. Сравнение результатов расчетов по различным теориям с экспериментальными данными Пруима показало, что предложенная авторами теория, основанная на предположении о функциональной равноправности мышц-синергистов, является предпочтительной.

Ключевые слова: зубочелюстная система, усилия жевательных мышц, реакция в височно-нижнечелюстном суставе.

Five methods of theoretical determination of force in the masticatory muscles and the reaction in the temporomandibular joint (TMJ) are compared with the help of the simplified symmetric Kang model. The simplified model assumes the determination of forces only in the temporal muscle, total force of the masticatory and internal pterygoid muscles and force in the TMJ. Two variants of the simplified model were used without considering the action of the opening muscles and the external pterygoid muscle and with considering. To make redundancy elimination, the following five theories were used: the first is based on the functional equality of the synergist muscles, the second is based on the proportionality of the muscle forces to their cross-section areas, the third is based on the search for the optimal value of the reaction in the joint, the fourth is based on finding the optimal values of the stresses in the masticatory muscles, and the fifth based on the search of optimal values of the relative force in the masticatory muscles. Equivalence of 2, 4, and 5 theories is shown for the simplified model used. The necessity of considering the opening muscles

and the external pterygoid muscle is shown. A comparison of the results of calculations for various theories with the experimental data of Pruim showed that the theory proposed by the authors, based on the assumption of functional equality of synergist muscles, is preferable.

Keywords: dent facial system, forces in the masticatory muscles, reaction in the temporomandibular joint

Введение

В работах по определению усилий в жевательных мышцах [1–6] используются различные подходы, связанные с раскрытием статической неопределенности. В случае центральной окклюзии при одиннадцати неизвестных усилиях в жевательной мускулатуре и шести неизвестных составляющих реакций в ВНЧС имеется шесть уравнений равновесия. Наиболее часто для разрешения статической неопределенности используют теории, основанные на оптимизации: реакции в суставе [1], мышечных напряжений [6] или относительных усилий [6]. Известно, что применение имплантов и фиксаторов [8–10], а также использование устройств для коррекции зубочелюстных аномалий [11] приводит к изменению усилий в зубочелюстной системе. В данной работе рассматривается ранее предложенный нами способ раскрытия статической неопределенности, основанный на предположении функциональной равноправности мышц-синергистов [11], а также предложенные ранее способы. Сначала использовалась упрощенная модель зубочелюстной системы Кэнга [12], в которой пренебрегаются усилия в мышцах-открывателях и в наружной крыловидной мышце. Результаты расчетов сравнивались с экспериментальными расчетами Пруима [13]. Сравнение результатов, полученных по различным теориям для реакции в суставе, показало, что усилия в мышцах-открывателях и наружной крыловидной мышце следует учитывать. Расчеты с учетом мышц-открывателей и наружной крыловидной мышцы показали, что для всех теорий реакция в суставе совпадает с экспериментальными значениями. Сравнение теорий и эксперимента для височной и суммарного усилия жевательной и внутренней крыловидной мышц показало, что наиболее предпочтительной является предложенная авторами теория.

Математическая постановка задачи

Будем рассматривать центральную окклюзию, так как она характеризуется смыканием зубов при максимальном количестве контактирующих точек и максимальным жевательным усилием [14]. Силы, возникающие в точке контакта, образуют систему параллельных сил, которая имеет равнодействующую – жевательное усилие L . Будем считать его равной среднестатистическому значению 160 Н [14]. В общем случае точка приложения такого усилия находится между первым и вторым моляром [11]. В работе Пруима при проведении эксперимента нагрузка прикладывалась ко второму премоляру,

первому моляру и второму моляру. В данной работе будем использовать экспериментальные данные для случая приложения усилия к первому моляру, так как этот случай наиболее близок к естественному случаю.

При центральной окклюзии имеет место симметрия вдоль сагиттальной плоскости человека. Это позволяет рассматривать данную задачу как плоскую (рис. 1) и вдвое уменьшить число искомых парных жевательных усилий за счет из объединения.

Действие жевательной мышцы и внутренней крыловидной можно задавать одной силой ($F = F_{e.p} + F_t$) [12]. Это обосновывается их анатомическим сходством: обе мышцы обхватывают угол нижней челюсти и практически сонаправлены. Сокращаясь, волокна этих мышц стремятся прижать нижнюю челюсть к верхней челюсти. Аналогично действие мышц-открывателей будем задавать одной силой F_o .

В первом приближении полагаем, что величиной усилия наружной крыловидной мышцы и мышц-открывателей можно пренебречь в отличие от остальных. Видим, что неизвестными остаются следующие усилия: F – суммарное усилие жевательной и внутренней крыловидной мышц, F_t – усилие височной мышцы, величина R и направление γ реакции в ВНЧС (рис. 1).

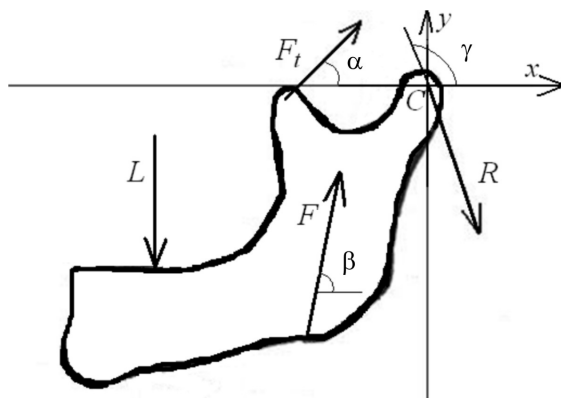


Рис. 1. Схема нагружения нижней челюсти

Для определения искомых величин имеем систему трех уравнений равновесия:

$$\begin{cases} \sum F_x = F_t \cos(\alpha) + F \cos(\beta) + R \cos(\gamma) = 0, \\ \sum F_y = F_t \sin(\alpha) + F \sin(\beta) + R \sin(\gamma) - L = 0, \\ \sum M_c(F) = F_t a_1 + F a_2 - L a_4 = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Для оценки правильности теоретических расчетов будем использовать экспериментальные данные из работы Пруима (рис. 2) [13].

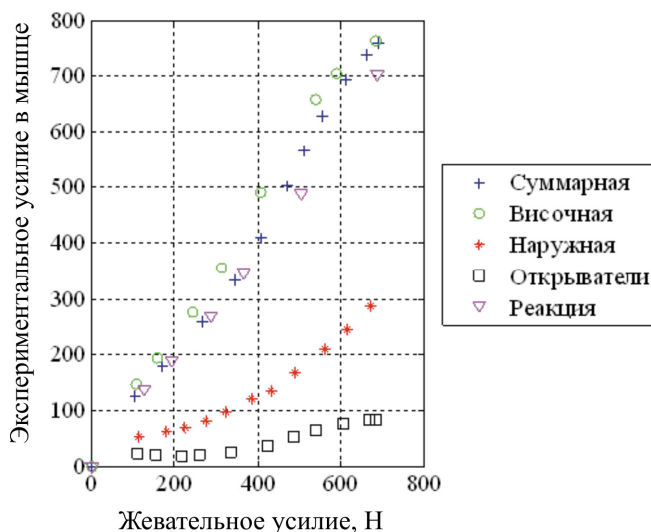


Рис. 2. Экспериментальные данные для жевательных сил и реакции в ВНЧС при действии жевательного усилия на первый моляр

Для корректного сравнения результатов, полученных по теоретическим моделям, с экспериментальными данными [13] геометрические данные, к которым относятся углы наклона α , β и γ сил F_t , F , и реакции R к оси X , а также их плечи a_1 , a_2 и a_4 примем такими же, как и в эксперименте (табл. 1) [13]. Эти данные являются средними значениями для семи испытуемых [13].

Таблица 1

Усредненные геометрические данные [13]

Показатель	Суммарное усилие внутренней крыловидной и жевательной мышц F	Височная мышца F_t	Суммарное усилие мышц-открывателей F_o	Первый моляр a_4
Плечи, см	3,8	2,9	10,4	6,4
Углы, град	67	119	210,8	—

Способы раскрытия статической неопределенности

В системе уравнений (1) имеется четыре неизвестных. Для раскрытия статической неопределенности примем следующее дополнительное предположение (2). Приведенные на рис. 1 экспериментальные данные показывают, что на начальном участке силы F и F_t изменяются линейно с увеличением жевательной нагрузки L , а значит, они пропорциональны:

$$\frac{F}{F_t} = k. \quad (2)$$

Величину k будем находить, используя предположения, выдвигаемые различными авторами.

1. Мышцы-синергисты функционально равноправны, что в данном случае означает равенство моментов мышечных сил F и F_t относительно оси вращения, проходящей через головки сустава [11].

$$M_c(F_t) = M_c(F) \Rightarrow F_t a_1 = F a_2,$$

откуда следует

$$k_1 = \frac{F}{F_t} = \frac{a_1}{a_2} = 0,76.$$

2. Усилия F и F_t пропорциональны площадям поперечных сечений мышц [11]:

$$F_t = \Psi S_t, \quad F = \Psi S,$$

где S и S_t – площади поперечного сечения мышц. В табл. 2 приведены данные по площадям поперечного сечения мышц из работы [2].

Таблица 2

Площади поперечного сечения мышц [13]

Показатель	Жевательная	Внутренняя крыловидная	Височная
Площадь поперечного сечения мышцы, см ²	3,4	1,9	4,2

Тогда из формулы (2) с учетом данных из табл. 2 получаем:

$$k_2 = \frac{F}{F_t} = \frac{S}{S_t} = \frac{1,9 + 3,4}{4,2} = 1,26. \quad (3)$$

3. Модуль реакции в суставе должен быть минимальным [6]

$$R \rightarrow \text{Min}.$$

Чтобы получить значение k , строим график зависимости реакции в суставе от величины k и отсюда находим коэффициент k_3 , при котором R принимает минимальное значение (рис. 3).

4. Максимум из двух мышечных напряжений должен быть минимальным [6]:

$$\text{Max}(\sigma_t, \sigma) \rightarrow \text{Min},$$

где

$$\sigma_t = \frac{F_t}{S_t}, \quad \sigma = \frac{F}{S}.$$

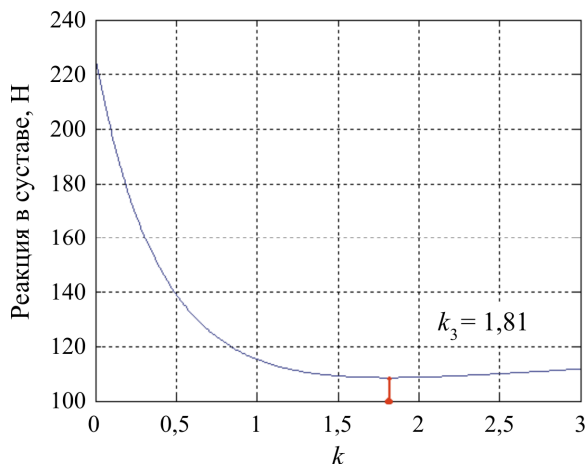


Рис. 3. Зависимость реакции в суставе от коэффициента k

В этом случае получаем график, представленный на рис. 4.

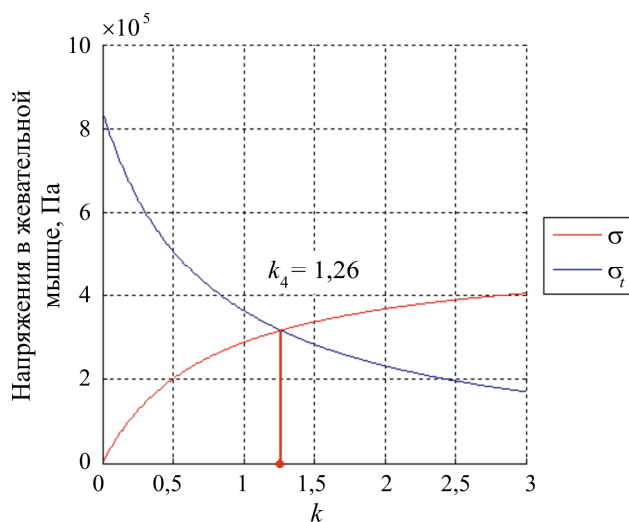


Рис. 4. Зависимость напряжений в жевательных мышцах от коэффициента

Значение получилось таким же, как и для второй теории – о пропорциональности усилий их соответствующим площадям. Это следствие поиска минимума максимальных напряжений. Такие значения напряжений возможны только при их равенстве. В свою очередь максимальные физиологические

значения соответствующих усилий пропорциональны площади поперечного сечения мышц.

$$\sigma_t = \sigma \Rightarrow \frac{F_t}{S_t} = \frac{F}{S},$$

$$k_4 = \frac{F_t}{F} = \frac{S_t}{S} = 1,26. \quad (4)$$

Видно, что выражение (4) аналогично выражению (3).

5. Максимум из двух относительных усилий должен быть минимальным [6]:

$$F^0 = \frac{F}{F_{\max}},$$

$$F_t^0 = \frac{F_t}{F_{t\max}},$$

где $F_{\max}$ и $F_{t\max}$ – максимальные физиологические значения соответствующих усилий [13] (рис. 5).

$$\text{Max}(F_t^0, F^0) \rightarrow \text{Min}.$$

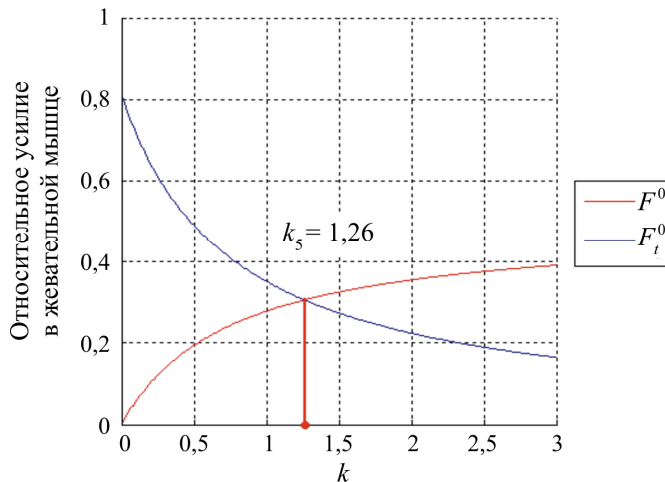


Рис. 5. Зависимость относительных жевательных усилий F^0 и F_t^0 от коэффициента k

Значение получилось таким же, как и для второй и четвертой теорий, поскольку, аналогично четвертой теории, относительные усилия должны быть равны. В свою очередь максимальные физиологические значения соответствующих усилий пропорциональны площади поперечного сечения мышц:

$$F_t^0 = F^0 \Rightarrow \frac{F_t}{\Psi S_t} = \frac{F}{\Psi S},$$

$$k_5 = \frac{F}{F_t} = \frac{S}{S_t} = 1,26, \quad (5)$$

где усредненный коэффициент $\Psi = 1,25$ МПа брали из результатов экспериментов Пруима [13]

Видно, что выражение (5) аналогично выражению (3).

Результаты. Результаты расчетов искомых величин сведены в табл. 3. По табличным данным были построены графики зависимости усилий F_t (L), F (L) и R (L) (рис. 6–8) для различных теорий, которые сравниваются с экспериментальными результатами.

Таблица 3

Значения неизвестных величин для всех теорий

Основные расчеты	k_i	Височная мышца F_t	Суммарное усилие F	Направление реакции в суставе φ	Модуль реакции в суставе R
1-я теория	0,76	176,55	134,74	285,55	122,94
2, 4, 5-я теории	1,26	133,2	167,82	269,44	110,98
3-я теория	1,81	104,72	189,55	257,61	108,6
Эксперимент	–	182,4	173,21	245,5	134,4

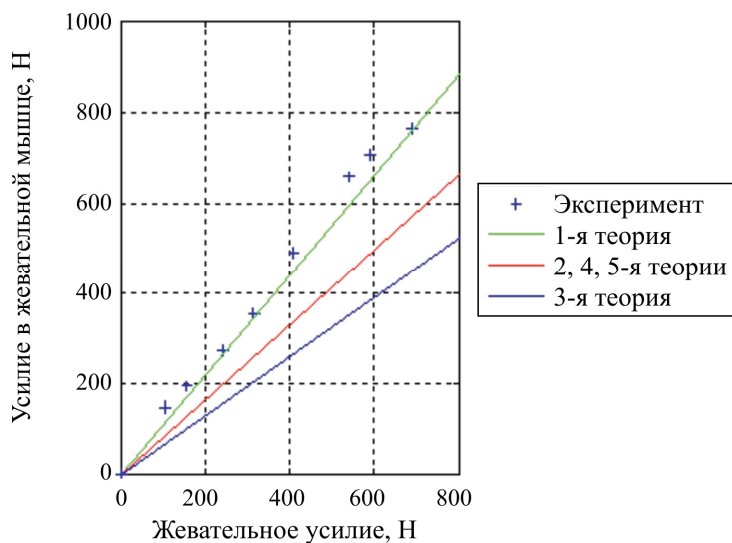


Рис. 6. Усилие в височной мышце F_t в зависимости от жевательного усилия

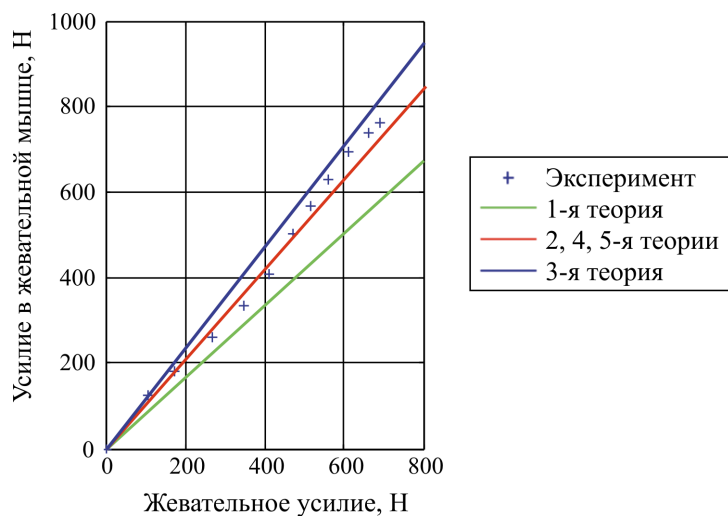


Рис. 7. Суммарное усилие F в зависимости от жевательного усилия

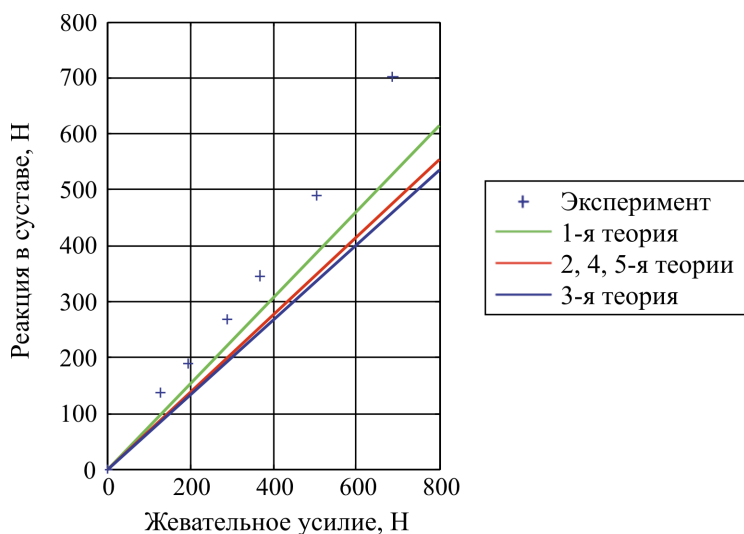


Рис. 8. Реакция в ВНЧС R в зависимости от жевательного усилия

Обсуждение. Для усилия в височной мышце наилучшим образом показывает себя первая теория.

Для суммарного усилия жевательной мышцы и внутренней крыловидной на начальном участке жевательного усилия (до 400 Н) лучше всего проявляют себя 2, 4 и 5-я теории, однако при значительных жевательных нагрузках экспериментальные данные находятся одинаково близко к третьей теории и второй, четвертой и пятой теориям.

В то же время для реакции в суставе все теории достаточно далеки от экспериментальной кривой. Это можно объяснить тем, что в рассматриваемой модели не учитывались мышцы-открыватели и наружная крыловидная мышца. Последняя приложена к головке сустава и потому непосредственно влияет на величину и направление реакции в суставе. Поэтому следующим естественным шагом является учет мышц-открывателей и наружной крыловидной мышцы.

Учет мышц-открывателей и наружной крыловидной мышцы

Чтобы учесть влияние этих мышц при жевательной нагрузке $L = 160$ Н, значения усилий в мышцах-открывателях и наружной крыловидной мышце возьмем непосредственно с экспериментальных кривых на рис. 2. В этом случае $F_o = 20,3$ Н, $F_{e.p} = 56$ Н. При учете этих двух мышц система уравнений (2) принимает вид

$$\begin{cases} \sum F_x = F_t \cos(\alpha) + F \cos(\beta) + R \cos(\gamma) + F_{e.p} + F_o \cos(\theta) = 0 \\ \sum F_y = F_t \sin(\alpha) + F \sin(\beta) + R \sin(\gamma) + F_o \sin(\theta) - L = 0 \\ \sum M_c = F_t a_1 + F a_2 + F_o a_3 - L a_4 = 0 \end{cases} \quad (6)$$

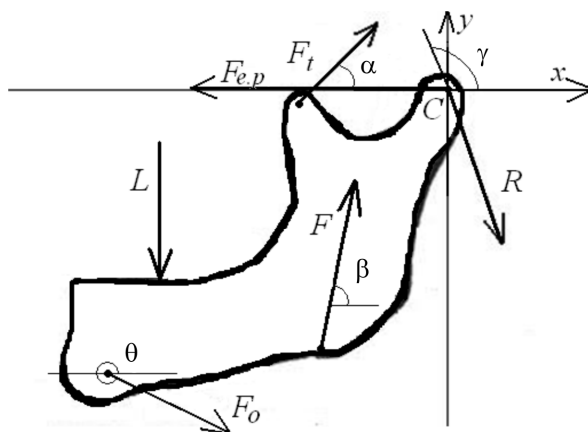


Рис. 9. Схема нагружения нижней челюсти с учетом действия мышц-открывателей и наружной крыловидной мышцы

Результаты. Были проведены расчеты, аналогичные тем, что описаны выше. Результаты расчетов сведены в табл. 4. По табличным данным были построены графики зависимости усилий $F_t(L)$, $F(L)$, $R(L)$ (рис. 9–11) для различных теорий, которые сравниваются с экспериментальными результатами.

Таблица 4

Значения неизвестных величин для всех теорий с учетом мышц-открывателей и наружной крыловидной мышцы

Основные расчеты	k_i	Височная мышца F_t	Суммарное усилие F	Направление реакции в суставе φ	Модуль реакции в суставе R
1-я теория	0,763	213	162,7	270,5	165,5
2, 4, 5-я теории	1,26	160,5	202,5	255,7	161,4
3-я теория	1,18	167,27	197,38	257,6	161,3
Эксперимент	—	182,4	173,21	245,5	134,4

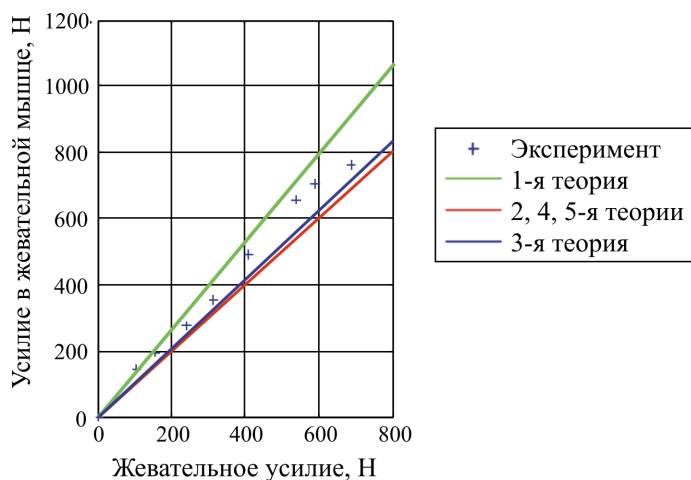


Рис. 10. Усилие в височной мышце F_t в зависимости от жевательного усилия с учетом мышц-открывателей и наружной крыловидной мышцы

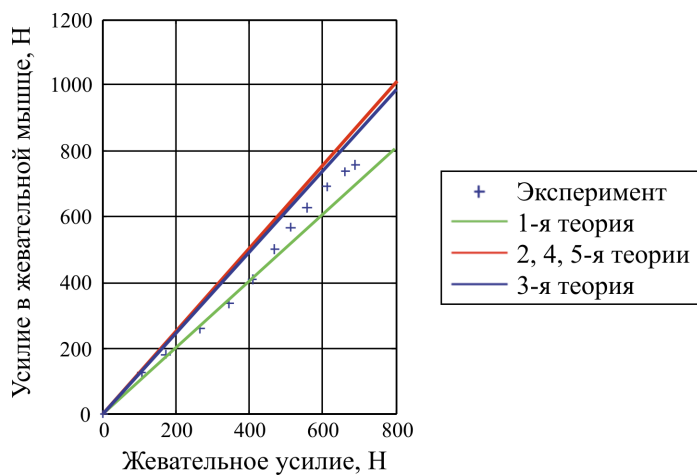


Рис. 11. Суммарное усилие F в зависимости от жевательного усилия с учетом мышц-открывателей и наружной крыловидной мышцы

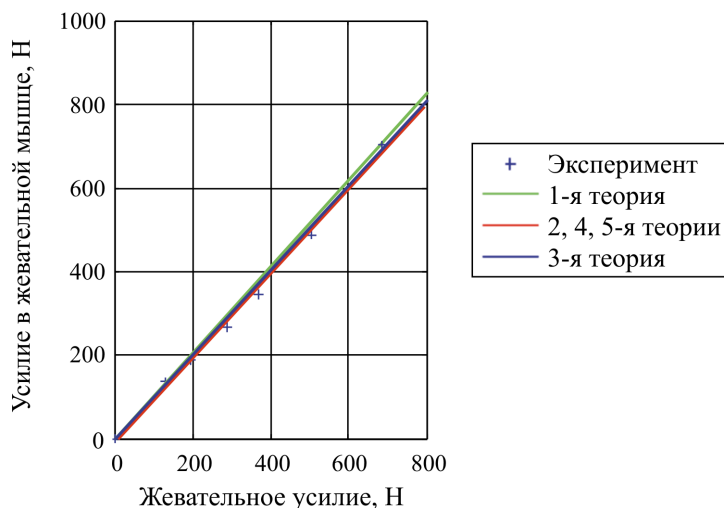


Рис. 12. Реакция в ВНЧС R в зависимости от жевательного усилия с учетом мышц-открывателей и наружной крыловидной мышцы

Обсуждение. Полученные расчетные значения усилий в жевательных мышцах с учетом мышц-открывателей и наружной крыловидной мышцы выше, чем соответствующие значения без учета этих мышц. Это говорит о дополнительной нагрузке на мышцы-закрыватели, которую вызывают мышцы-открыватели и наружная крыловидная мышца.

Для височной мышцы на начальном этапе нагружения (до 200 Н) первая теория дает наилучший результат при сравнении с экспериментальными данными, но при увеличении жевательной нагрузки экспериментальные точки находятся между линиями, построенными для первой и третьей теории.

Экспериментальные данные по суммарному усилию (вплоть до 500 Н жевательной нагрузки) совпадают с первой теорией. Далее при увеличении жевательной нагрузки экспериментальные точки находятся между линиями первой и третьей теории.

Для реакции в суставе все теоретические результаты хорошо совпадают с экспериментами (рис. 12).

Из представленных результатов можно сделать вывод, что первая теория является предпочтительной.

Выводы

1. Показана эквивалентность 2, 4 и 5-й теорий в случае, когда рассматривается упрощенная модель, т.е. при поиске оптимума по 4-й и 5-й теориям рассматриваются только височная мышца и суммарное усилие жевательной и внутренней крыловидной мышц.

2. Сравнение с экспериментом результатов расчета по двум вариантам упрощенной модели – без учета действия наружной крыловидной мышцы и мышц-открывателей и с их учетом – показало, что для получения корректного значения величины реакции в ВНЧС учет действия наружной крыловидной мышцы и мышц-открывателей необходим.

3. Сравнение теорий по усилиям в височной мышце и в жевательной совместно с внутренней крыловидной с экспериментом показало, что для значений жевательной нагрузки от 0 до 200 Н (т.е. для среднестатистических значений, развиваемых при жевании) предпочтительной является 1-я теория. При больших значениях жевательной нагрузки – от 200 до 700 Н – конкурирующими становятся 1-я и 3-я теории.

4. Все теории показали хорошее совпадение с экспериментальными значениями усилия в ВНЧС в случае для упрощенной модели, учитывающей действие наружной крыловидной мышцы и мышц-открывателей.

Список литературы

1. A three-dimensional mathematical model of the human masticatory system predicting maximum possible bite forces / J.H. Koolstra, T.M.G.J. van Eijden, W.A. Weijjs, M. Naeije // *Journal of Biomechanics*. – 1988. – Vol. 21, № 7. – P. 563–576.

2. Koolstra J.H, van Eijden T.M. Biomechanical analysis of jaw-closing movements // *J. Dent. Res.* – 1995. – Vol. 74, № 9. – P. 1564–1570.

3. Тверье В.М., Няшин Ю.И., Никитин В.Н. Биомеханическая модель определения усилий мышц и связок в зубочелюстной системе человека // *Российский журнал биомеханики*. – 2013. – Т. 17, № 2. – С. 8–20.

4. Ferrario V.F., Sforza C. Biomechanical model of the human mandible in unilateral clench: distribution of temporomandibular joint reaction forces between working and balancing sides // *J. Prosthet. Dent.* – 1994. – Vol. 72, № 2. – P. 169–176.

5. Throckmorton G.S. Quantitative calculations of temporomandibular joint reaction forces. Part II. The importance of the direction of the jaw muscle forces // *J. Biomech.* – 1985. – Vol. 18, № 6. – P. 453–461.

6. Определение усилий, возникающих в жевательной системе человека / А.А. Киченко, А.Ю. Шумихин, В.М. Тверье, Ю.И. Няшин, Е.Ю. Симановская, А.Н. Еловикова // *Российский журнал биомеханики*. – 2004. – Т. 8, № 4. – С. 27–38.

7. Экспериментальное исследование материалов новой конструкции спортивной зубной шины / В.А. Лохов, А.Г. Кучумов, А.Ф. Мерзляков, Н.Б. Асташина, Е.С. Ожгихина, В.А. Тропин // *Российский журнал биомеханики*. – 2015. – Т. 19, № 4. – С. 409–420.

8. Лохов В.А., Кучумов А.Г. Создание заданных усилий в фиксаторах, изготовленных из сплавов с памятью формы // *Российский журнал биомеханики*. – 2015. – Т. 19, № 4. – С. 409–420.

9. Экспериментальное исследование сплавов с памятью формы, применяющихся в медицине / А.Г. Кучумов, В.А. Лохов, С.В. Словигов, В.Э. Вильдеман, Г.И. Штраубе, Д.А. Суторихин // Российский журнал биомеханики. – 2009. – Т. 13, № 3. – С. 7–19.

10. Lokhov V., Kuchumov A. Shape memory alloys in medicine: stress control problems in bone fracture healing // Journal of Biomechanics. – 2008. – Т. 41, № S1. – С. 450.

11. Дударь О.И., Бобина Д.И., Ляшкова А.И. Определение усилий в жевательных мышцах при центральной окклюзии // Master`s Journal. – 2014. – Т. № 2. – С. 190–199.

12. Kang Q.S., Updike D.P., Salathe Eric P. Theoretical prediction of muscle forces on the mandible during bite// J. of Biomechanical Engineering. – Nov. 1990. – Vol. 112. – P. 432–436.

13. Pruim G.J., De Jongh H.J., Ten Bosh J.J., Forces acting on the mandible during bilateral static bite at different bite force levels // J. Biomech. – 1980. – Vol. 13. – P. 755–763.

14. Бетельман А.И., Бынин Б.Н. Ортопедическая стоматология. – М.: Медгиз, 1951. – 388 с.

Получено 11.03.2018

Дударь Олег Иосифович – кандидат физико-математических наук, доцент, факультет прикладной математики и механики, Пермский национальный исследовательский политехнический университет, e-mail: olegdudar@yandex.ru.

Бобина Дарья Ивановна – магистр, факультет прикладной математики и механики, Пермский национальный исследовательский политехнический университет.

Пешин Савелий Евгеньевич – бакалавр, факультет прикладной математики и механики, Пермский национальный исследовательский политехнический университет.