

DOI: 10.15593/2224-9982/2018.53.05

УДК 534.1:539.3

**О.В. Репецкий<sup>1</sup>, И.Н. Рыжиков<sup>2</sup>, Нгуен Тьен Куэт<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Иркутский государственный аграрный университет имени А.А. Ежевского, Иркутск, Россия

<sup>2</sup> Иркутский национальный исследовательский технический университет, Иркутск, Россия

## **КОМПЬЮТЕРНЫЙ АНАЛИЗ РЕСУРСНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК РАБОЧИХ КОЛЕС ГАЗОТУРБИНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ С РАССТРОЙКОЙ ПАРАМЕТРОВ**

Представлены математические модели и алгоритмы для решения задачи прогнозирования долговечности рабочих колес с расстройкой параметров. На примере реального рабочего колеса исследованы различные варианты введения расстройки в конструкцию путем изменения жесткости участков пера лопатки. Исследованы собственные и вынужденные колебания рабочего колеса с разными вариантами расстройки. Представлены результаты расчета динамических напряжений при вынужденных колебаниях рабочего колеса. С помощью программного комплекса ANSYS проведен расчет долговечности рабочего колеса с разными вариантами расстройки параметров. Результаты расчетов долговечности хорошо согласуются с экспериментальными данными. Также проведен сравнительный анализ результатов применения различных гипотез накопления усталостных повреждений (Palmgren–Miner, Haibach, Corten–Dolan, Серенсен). Для данной конструкции получено, что наиболее подходящей гипотезой является гипотезы Corten–Dolan и Серенсен, а гипотеза Palmgren–Miner лучше работает для углеродистых сталей. Рассмотренные варианты расстройки являются первым шагом для управления динамическими характеристиками и долговечностью высоконагруженных элементов турбин.

Анализ результатов исследований позволил выработать рекомендации по увеличению долговечности рабочих колес с расстройкой параметров.

**Ключевые слова:** рабочее колесо, турбомашин, колебания, частоты, метод конечных элементов, математическая модель, жесткость, долговечность, расстройка, напряжение, ANSYS.

**O.V. Repetskii<sup>1</sup>, I.N. Ryzhikov<sup>2</sup>, Nguyen Tien Quyet<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Irkutsk State Agrarian University named after A.A. Ezhevsky, Irkutsk, Russian Federation

<sup>2</sup> Irkutsk National Research Technical University, Irkutsk, Russian Federation

## **THE COMPUTER ANALYSIS OF RESOURCE CHARACTERISTICS OF GAS TURBINE ENGINES BLADED DISKS WITH MISTUNING**

The article presents mathematical models and algorithms for solving the problem of predicting the fatigue life of bladed disks with a mistuning. In the example with real bladed disk are investigated various options for introducing a mistuning into the design by changing the stiffness of the sections of the blades. Own and forced oscillations of the impeller with different variants of disorder are investigated. The results of calculation of dynamic stresses under forced vibrations of the impeller are presented. With the help of the ANSYS software, the fatigue life of the bladed disk with different variants of mistuning has been calculated. The results of fatigue life calculations gives a good agreement with the experimental data. The comparative analysis of results of application of various hypotheses of accumulation of fatigue damages (Palmgren–Miner, Haibach, Corten–Dolan, Serensen) is also carried out. For this construction is received that the most suitable hypothesis are Corten–Dolan and Serensen, Palmgren–Miner hypothesis works for carbonaceous steels better. The considered options of mistuning are the first step for regulation of dynamic characteristics and durability of the high-loaded elements of turbines.

Analysis of the results of the research allowed to develop recommendations to increase the durability of the bladed disks with a mistuning.

**Keywords:** bladed disk, turbomachinery, vibrations, frequencies, finite element method, mathematical model, stiffness, fatigue life, mistuning, stress, ANSYS.

### **Введение**

Современное турбомашиностроение характеризуется ростом таких качественных показателей технического уровня турбомашин, как мощность (тяга), производительность, КПД и др. Повышение этих показателей невозможно без увеличения скорости вращения ротора, степени сжатия воздуха в компрессоре, температуры газов перед турбиной, что в свою очередь требует

точности изготовления деталей ротора, применения материалов с высокими механическими и эксплуатационными свойствами (прочность, жаростойкость и др.) [1–5, 10–13].

Можно утверждать, что прочность и долговечность турбомашин определяется прочностью и долговечностью наиболее нагруженных элементов конструкции ее ротора – рабочих колес. Детали рабочих колес – лопатки и диски – работают в условиях огромных статических нагрузок от действия центробежных сил, давления и неравномерного нагрева, а также испытывают переменные циклические нагрузки при вынужденных колебаниях от действия газовых сил.

Экспериментальные исследования колебаний и долговечности рабочих колес турбомашин требуют очень больших затрат, крайне затруднены из-за высоких нагрузок, температуры, давления, высоких скоростей вращения роторов, а также из-за сложной геометрии элементов конструкции. Численные методы, в частности метод конечных элементов (МКЭ), позволяют проводить инженерный анализ конструкций любой сложности, моделировать их работу в любых условиях эксплуатации, в короткое время получить результаты. При этом затраты (материальные, финансовые, времени) неизмеримо меньше, чем при проведении натурального эксперимента.

У реальных турбомашин при их изготовлении или эксплуатации всегда присутствует расстройка параметров [6, 8, 9]. Как показывают исследования некоторых авторов, расстройка может привести к таким нежелательным явлениям, как «расслоение» частот парных мод и локализация колебаний. При локализации колебаний может наблюдаться локальное колебание одной или нескольких соседних лопаток с максимальной амплитудой при неподвижных остальных лопатках колеса. Рост напряжений при этом может достигать значительных величин, что сильно уменьшает долговечность колеса. Например, 5 % изменение частоты одной лопатки рабочего колеса турбины высокого давления с 92 лопатками может привести к увеличению амплитуды колебаний этой лопатки до 500 %, в сравнении колебаниями лопаток рабочего колеса без расстройки [14, 15].

### Определение значения расстройки параметров лопаток рабочего колеса

Причины расстройки бывают разные. Это могут быть небольшие, в пределах допусков, отличия геометрии секторов колеса или лопаток, неоднородность материала, условий закрепления лопаток на дисках, условия контакта бандажных полок и др. В данной статье представлена математическая модель для исследования колебаний и долговечности рабочих колес с расстройкой параметров, вызванной разной жесткостью лопаток.

Уравнение движения рабочего колеса может быть записано в матричном виде [1, 6, 8, 13, 14]:

$$M\ddot{\delta} + C\dot{\delta} + K\delta = P(t).$$

Решение проблемы собственных значений циклически симметричной системы без расстройки параметров может быть получено непосредственно из уравнения свободных колебаний

$$M\ddot{\delta} + K\delta = 0,$$

где

$$\delta = \delta_0 \cos(\omega t - \beta).$$

После преобразования получим

$$(K - \omega^2 M)\delta_0 = 0,$$

где  $M$  – матрица масс конструкции;  $C$  – матрица демпфирования;  $K$  – основная матрица жесткости конструкции;  $\ddot{\delta}$  – ускорение в узловых точках;  $\dot{\delta}$  – вектор скорости;  $\delta$  – вектор перемещений;  $\delta_0$  – амплитуда;  $\omega$  – круговая частота системы;  $\beta$  – фаза колебаний.

Расстройка вносится в расчет путем изменения модуля Юнга материала лопаток. Значение расстройки параметров определено как [14, 15]

$$\Delta f_{r,n}^E = \frac{f_{r,n}^2 - f_{r,o}^2}{f_{r,o}^2}, \tag{1}$$

где  $f_{r,n}$  – собственная частота  $n$ -й лопатки;  $f_{r,o}$  – собственная частота настроенной лопатки.

Блок-схема алгоритма определения значений расстройки параметров при изменении модуля Юнга материала лопаток показана на рис. 1.

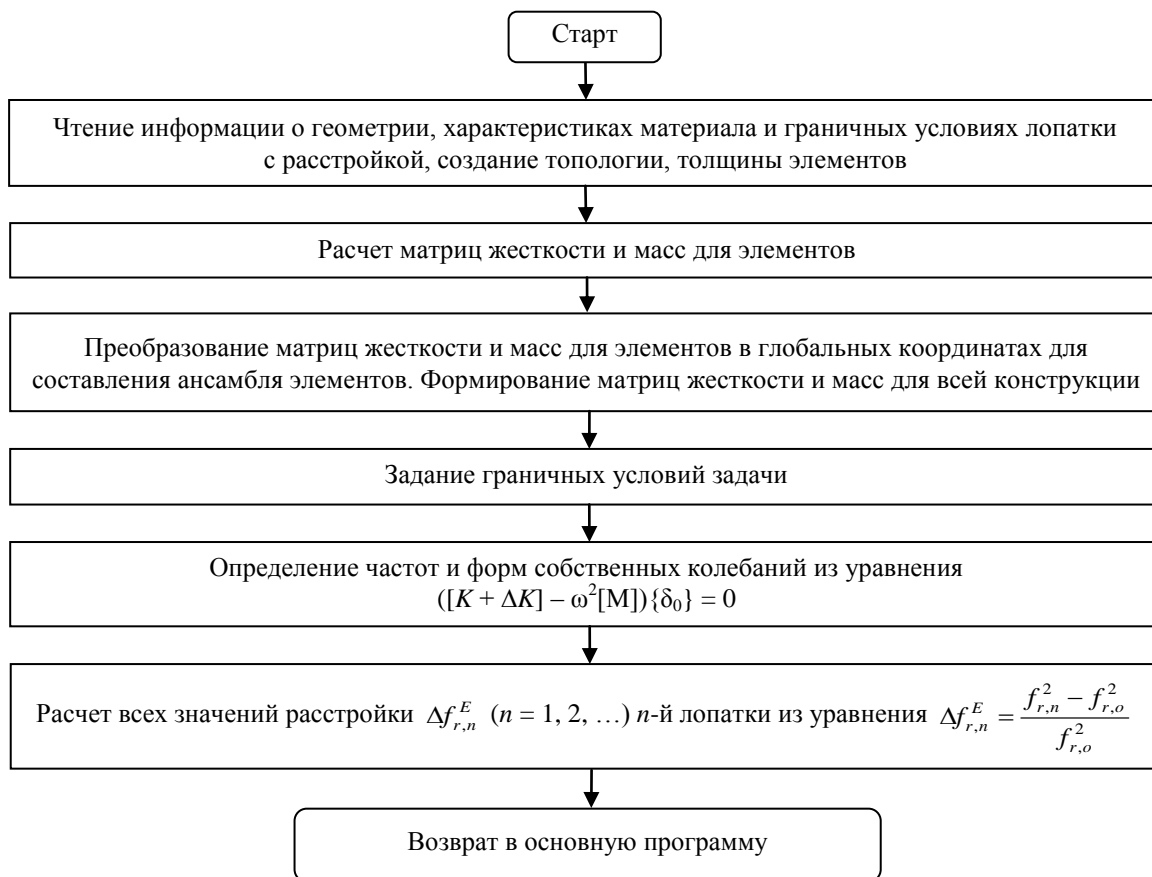


Рис. 1. Блок-схема алгоритма определения значений расстройки параметров при изменении жесткости лопаток



Рис. 2. Рабочее колесо фирмы Rolls-Royce

В качестве тестового примера рассмотрено рабочее колесо фирмы Rolls-Royce, имеющее 29 лопаток [15]. Материал рабочего колеса – титан; модуль Юнга – 120 100 Н/мм<sup>2</sup>; плотность – 4637 кг/м<sup>3</sup>; коэффициент Пуассона – 0,26. Общий вид рабочего колеса представлен на рис. 2.

Были подготовлены и проанализированы два варианта изменения жесткости 29 лопаток. Вариант 1 (пропорциональный): значение модуля Юнга изменялось не более 10 % для всех лопаток. Модуль Юнга для  $n$ -й лопатки ( $E_n$ ) определялся как

$$E_n = E_0 (1 + \Delta f_n^E),$$

где  $E_0$  – номинальное значение модуля Юнга;  $\Delta f_n^E$  – отклонение значения модуля Юнга  $n$ -й лопатки. Следовательно, собственные частоты лопаток изменяются пропорционально изменению модуля Юнга, и формы колебаний остаются неизменными (табл. 1).

Таблица 1

Значения модуля Юнга  $E_n$  лопаток (вариант 1)

Номер лопатки	$E_n$	Номер лопатки	$E_n$	Номер лопатки	$E_n$
1	0,05704	11	-0,03631	21	0,02919
2	0,01207	12	-0,03570	22	-0,00328
3	0,04670	13	-0,03631	23	0,00086
4	-0,01502	14	-0,03631	24	-0,03654
5	0,05969	15	0,00242	25	-0,03631
6	-0,03324	16	0,04934	26	-0,01665
7	-0,00078	17	0,04479	27	0,00783
8	-0,01688	18	0,03030	28	-0,01169
9	0,00242	19	0,00242	29	-0,01332
10	-0,02747	20	0,01734		

Вариант 2 (непропорциональный): каждая лопатка делится на 4 части (рис. 3). Расстройка вводится с использованием двух разных наборов модулей Юнга для каждой лопатки (изменение не более 10%).  $E_{n,1}$  для нижней левой и верхней правой частей лопатки, а  $E_{n,2}$  – для нижней правой и верхней левой частей лопатки (табл. 2).

Значения расстройки при изменении модуля Юнга отдельных лопаток, полученные по формуле (1), показаны на рис. 4 и 5.

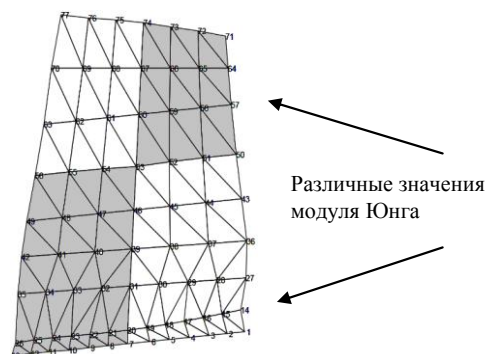


Рис. 3. Деление лопаток на части

Таблица 2

Значения модуля Юнга  $E_n$  лопаток (вариант 2)

Номер лопатки	$E_{n,1}$	$E_{n,2}$	Номер лопатки	$E_{n,1}$	$E_{n,2}$
1	0,04080	0,01030	16	0,01990	0,03120
2	-0,06110	-0,04990	17	-0,02490	-0,07530
3	0,01430	0,02780	18	0,06380	0,01350
4	-0,06230	-0,07580	19	0,03140	-0,00080
5	-0,01170	-0,03900	20	-0,01220	-0,00320
6	-0,02700	-0,03210	21	0,03390	-0,01210
7	0,05190	0,00450	22	-0,03220	-0,04590
8	-0,06720	-0,11630	23	-0,00830	0,00530
9	0,03710	0,01770	24	0,06100	0,08270
10	0,06520	0,01460	25	0,02540	0,04540
11	0,06790	0,05580	26	-0,03980	-0,08310
12	0,04000	0,05910	27	0,04700	0,04230
13	-0,00850	-0,05080	28	0,01780	0,01180
14	-0,00020	-0,04850	29	-0,05070	-0,06600
15	-0,03960	-0,02800			

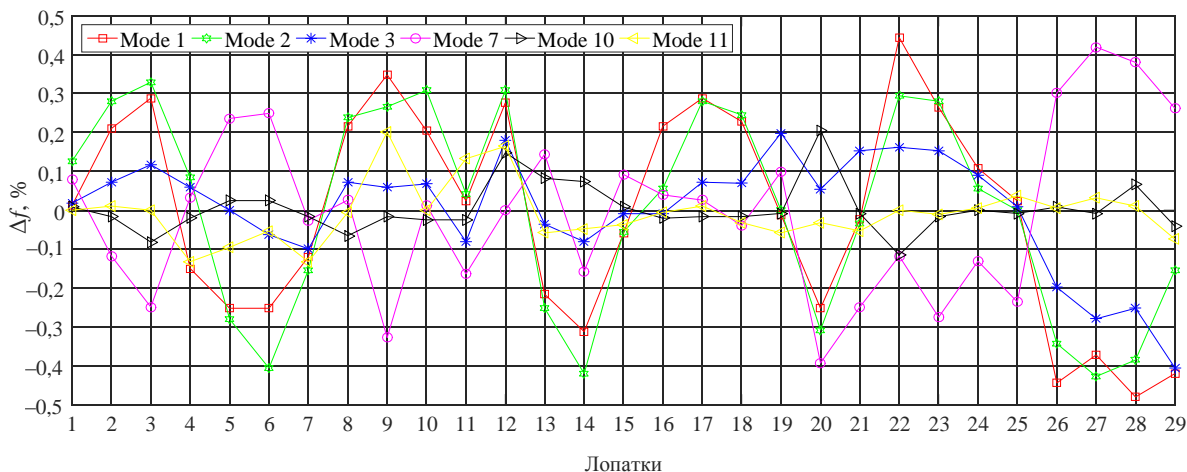


Рис. 4. Значения расстройки лопаток рабочего колеса, вызванной разной жесткостью (вариант 1)

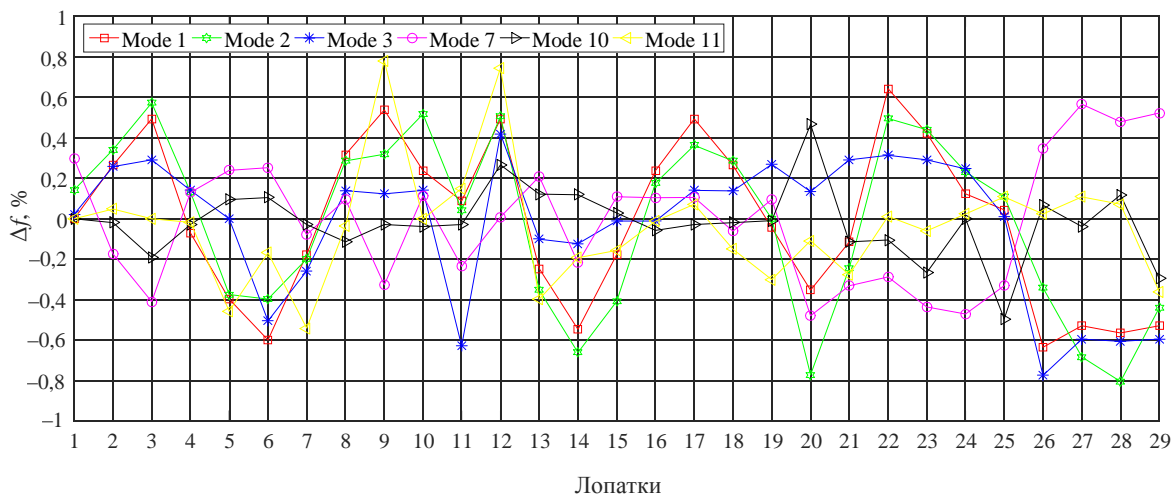


Рис. 5. Значения расстройки лопаток рабочего колеса, вызванной разной жесткостью (вариант 2)

Как видно из рисунков, изменение модуля упругости лопаток непропорционально (вариант 2), что имитирует неоднородность материала, получены значения расстройки большие, чем для варианта 1.

### Исследование вынужденных колебаний рабочего колеса

При работе турбомашин колебания лопаток возбуждаются в результате воздействия многих факторов. В данной работе возбуждение колебаний лопаток моделировалось посредством 20 сопловых лопаток. Возбуждающая нагрузка принималась одинаковой по всей длине пера лопаток. В качестве переменной нагрузки рассматривалась сила, определяемая с помощью ряда Фурье [10]:

$$P(t) = L_0 (1 + 0,5 \cos \varphi + 0,025 \cos 2\varphi),$$

где первый член в уравнении представляет собой статическую часть.

Существенным эффектом в случае колебаний расстроенных систем является увеличение амплитуд колебаний и, следовательно, напряжений по сравнению с идеальной системой. Для количественной оценки вводится максимальный коэффициент увеличения амплитуды  $\gamma$ , который связывает максимальную амплитуду «расстроенной» системы с максимальной амплитудой «настроенной» системы [15]:

$$\gamma = u_{\text{расс. (максимум)}} / u_{\text{настр. (максимум)}}.$$

На рис. 6 показано, что при изменении модуля упругости лопатки по варианту 1 получены почти одинаковые значения максимального коэффициента увеличения амплитуды для всех лопаток рабочего колеса. При изменении модуля упругости лопатки по варианту 2 значения максимального коэффициента увеличения амплитуды лопаток рабочего колеса сильно изменяются.

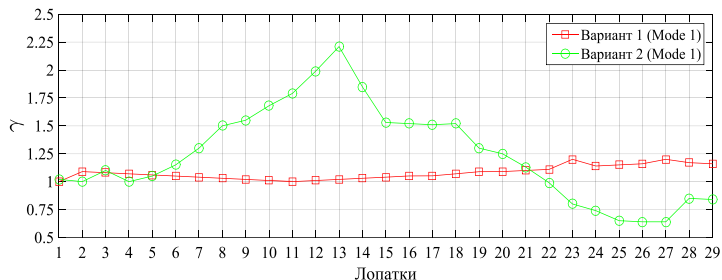


Рис. 6. Значения коэффициентов увеличения амплитуды колебаний лопаток для первой формы

### Исследование динамических напряжений

На следующем этапе исследовалось изменение напряжений в опасной точке лопатки во времени. Максимальные значения динамического отклика, а именно изгибные напряжения, были рассчитаны в центре тяжести элемента при демпфировании «расстроенной» системы.

Блок-схема алгоритма определения динамических напряжений показана на рис. 7. Графики изменения динамических напряжений в опасной точке лопатки во времени в течение 5 с показаны на рис. 8.

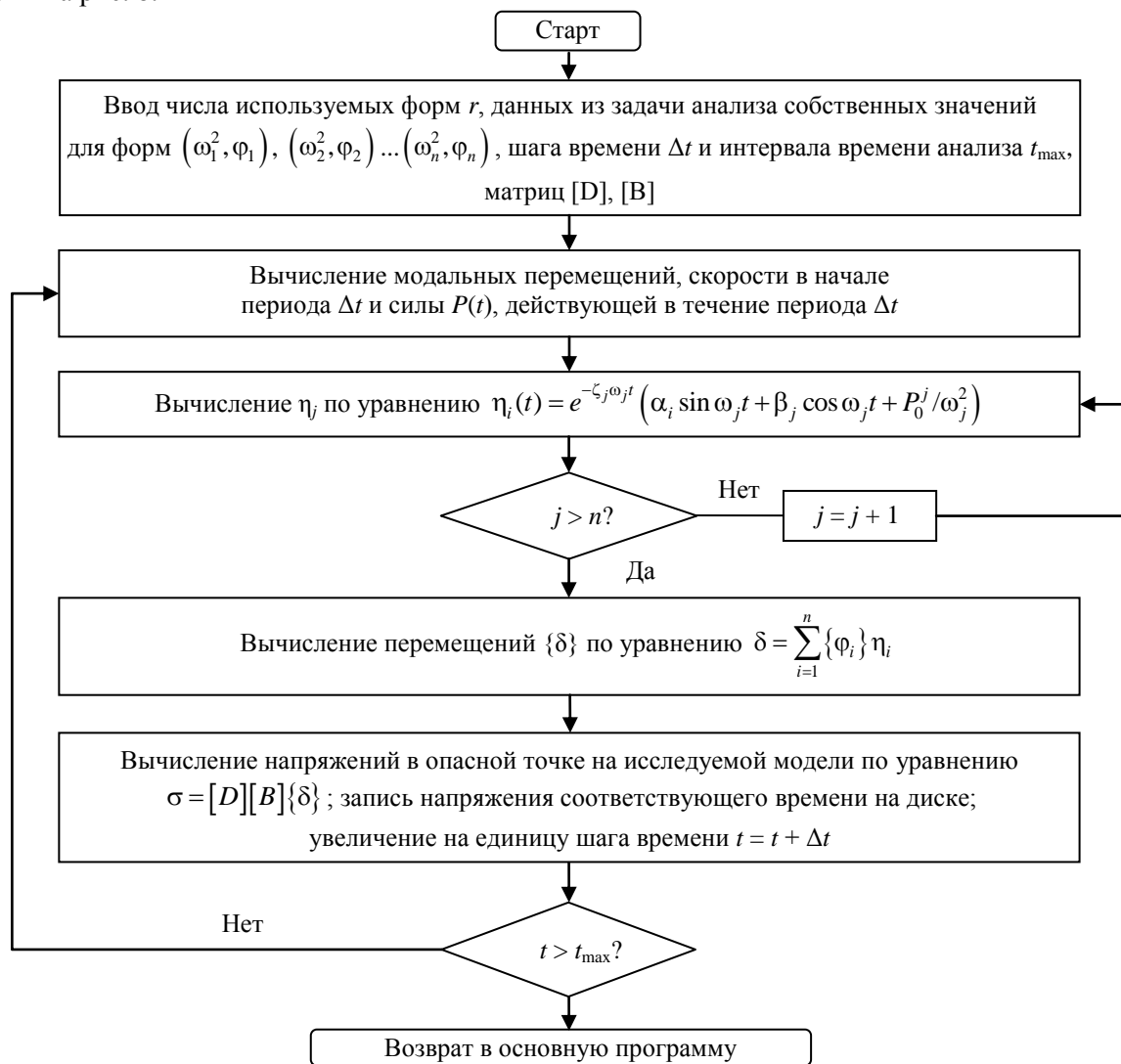


Рис. 7. Блок-схема алгоритма определения динамических напряжений

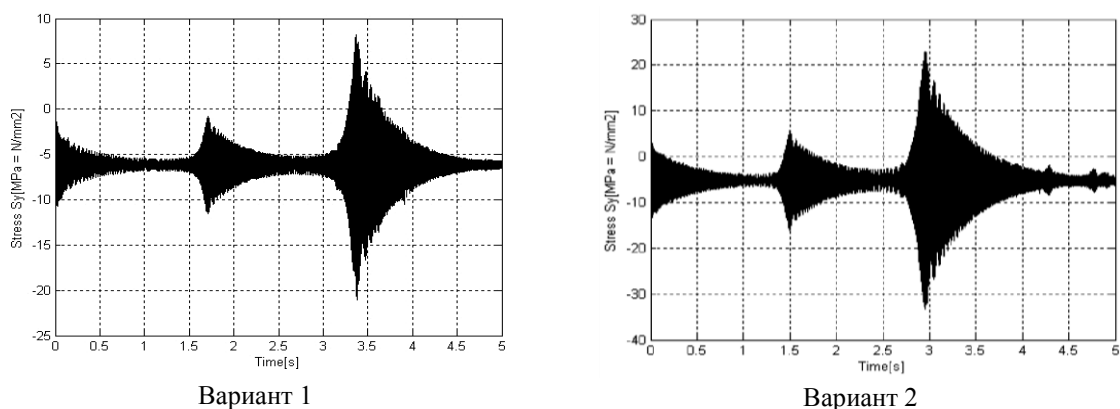


Рис. 8. Динамические напряжения в опасной точке лопатки

### Расчет долговечности

Следующим этапом было исследование влияния на долговечность колеса расстройки, вносимой разными вариантами изменения жесткости лопаток. Результаты расчета долговечности рабочего колеса при изменении модуля Юнга показаны на рис. 9 и в табл. 3.

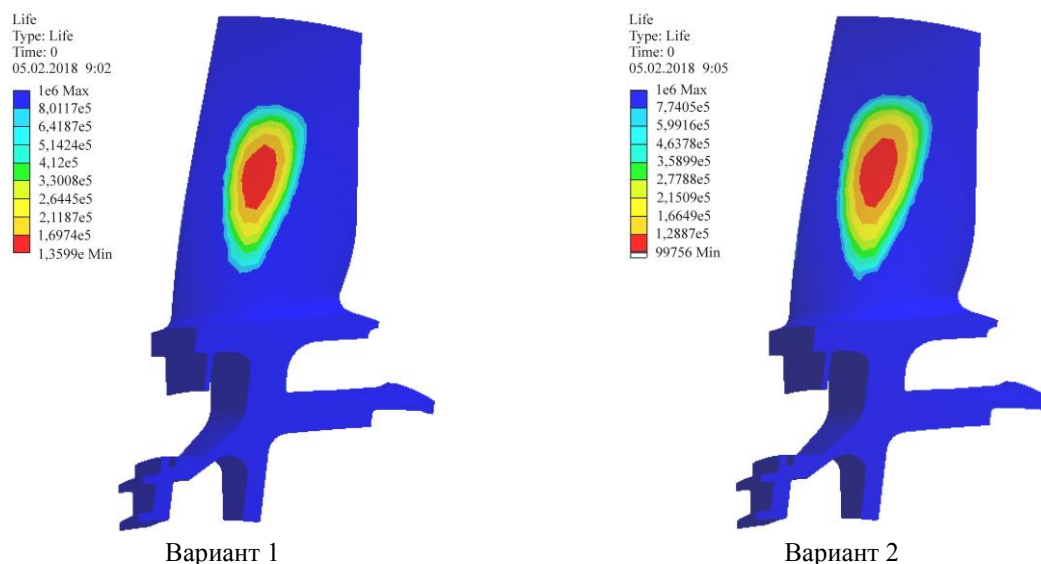


Рис. 9. Графические результаты расчета долговечности при изменении модуля Юнга

Таблица 3

Результаты расчета долговечности при изменении модуля Юнга

Форма	Вариант 1		Вариант 2	
	Собственные частоты (Гц)			
	МКЭ	Эксп.	МКЭ	Эксп.
1 (1F)	406,5682	403,8574	398,3822	397,8125
2 (2F)	1332,5852	1255,0780	1271,9632	1261,0000
3 (1T)	1796,3625	1766,0640	1783,4521	1766,3125
Долговечность	1,3599 E+5 ч		0,99756 E+5 ч	

Из результатов видно, что наибольшей долговечностью обладает колесо, у которого модуль Юнга изменяется пропорционально для всей конструкции всех лопаток (вариант 1). Не пропорциональное изменение модуля Юнга ведет к снижению долговечности (вариант 2). Данное обстоятельство должно учитываться при проектировании, производстве и эксплуатации турбомашин.

Также в данной работе проведен сравнительный анализ результатов применения различных гипотез накопления усталостных повреждений (Palmgren–Miner, Haibach, Corten–Dolan, Серенсен). При расчете долговечности для схематизации случайных процессов динамических напряжений использовался «метод дождя» [1, 15]. В табл. 4 показаны результаты расчета на долговечность лопаток в двух случаях демпфирования расстроенной и настроенной систем с помощью различных линейных гипотез накопления усталостных повреждений.

Таблица 4

Результаты расчета долговечности при изменении модуля Юнга при использовании различных линейных гипотез накопления усталостных повреждений

Линейные гипотезы накопления усталостных повреждений	Долговечность (цикл)			
	Вариант 1		Вариант 2	
	Настр. система	Расстр. система	Настр. система	Расстр. система
Palmgren–Miner	1,2860 E+5	1,1890 E+5	1,1675 E+5	1,0816 E+5
Haibach	1,1390 E+5	1,0087 E+5	0,9873 E+5	0,8909 E+5
Corten–Dolan	1,0594 E+5	0,8907 E+5	0,8985 E+5	0,7908 E+5
Серенсен	0,8908 E+5	0,7896 E+5	0,7974 E+5	0,6871 E+5

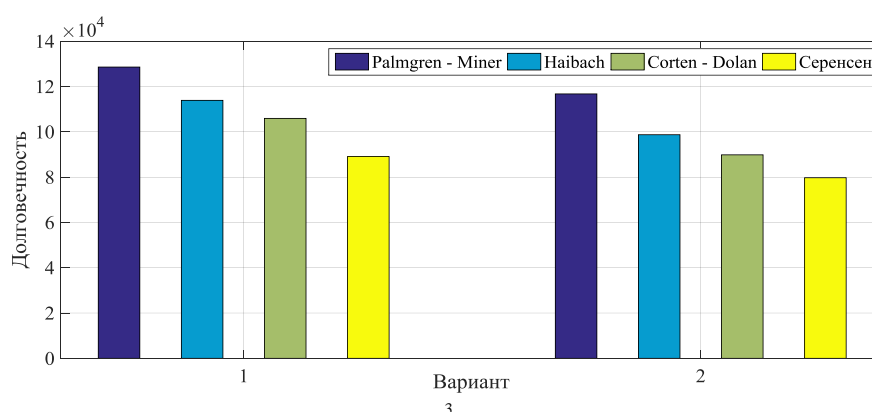


Рис. 10. Значения долговечности при демпфировании «настроенной» системы с различными линейными гипотезами накопления усталостных повреждений

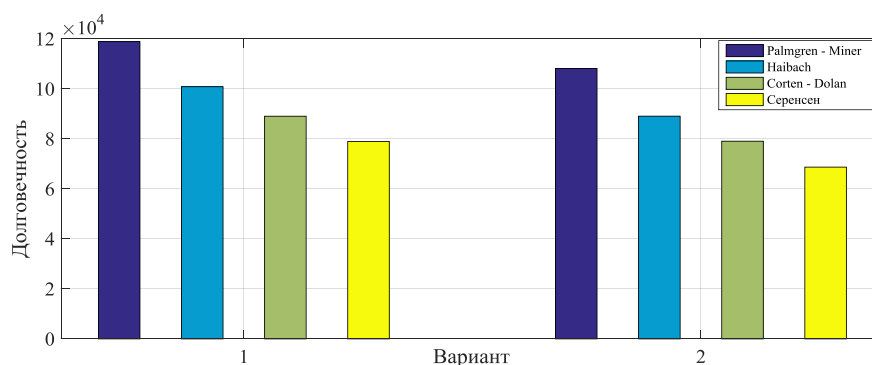


Рис. 11. Значения долговечности при демпфировании «расстроенной» систем с различными линейными гипотезами накопления усталостных повреждений



Из результатов видно, что как для «расстроенной», так и для «настроенной» системы использование гипотезы Серенсена при проектировании лопатки турбомшины дает наибольший запас по критерию усталостной прочности и, наоборот, гипотеза Palmgren–Miner дает наименьший запас, так как работает лучше для углеродистых сталей.

### Заключение

Представленные в статье математические модели рабочих колес с расстройкой параметров, вызванной разной жесткостью, были реализованы при исследовании долговечности реального рабочего колеса фирмы Rolls-Royce. Результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными. Разработанные по результатам исследований рекомендации для повышения долговечности рабочих колес могут быть полезны при их проектировании, изготовлении и эксплуатации.

### Библиографический список

1. Рыжиков И.Н., Репецкий О.В., Нгуен Тьен Куэт. Один из подходов к оценке долговечности рабочих колес турбомашин // Вестник ИргТУ. – 2015. – № 5(100). – С. 22–27.
2. Bernd Beirow. Grundlegende Untersuchungen zum Schwingungsverhalten von Verdichterlaufrädern in Integralbauweise, EAN: 9783832287290/ ISBN: 3832287299, Cottbus. – 2009.
3. Ewins D.J. Bladed Disc Vibration - A Review of Techniques and Characteristics // Proc. Inst. Mech. Engineers.; International conference of recent advances in structural dynamics (Southampton). – 1980. – С. 187–210.
4. Irretier H. Transient Vibrations of Turbine Blades Due to Passage Through Partial Admission and Nozzle Excitation Resonance // Proc. IFToMM Intl. Conf. Rotor Dynamics. – Tokyo, 1986. – Vol. 1. – P. 30.
5. Kayser A. Entwicklung eines Programmes zur Lebensdauer Berechnung von Turbinenschaufeln. – Institute of Mechanics, University of Kassel, 1990. – P. 110.
6. Klauke T. Schaufelschwingungen realer integraler Verdichterräder im Hinblick auf Verstimmung und Loaklisierung (Cottbus: Der Andere Verlag). – 2008. – 169 с.
7. Temis Yu.M., Yakushev D.A. Optimal design of the compressor blade form // Problems of Strength and Plasticity Problems of Strength and Plasticity. – 2011. – Vol. 73. – P. 141–149.
8. Wei S.T. Localization phenomena in Mistuned Assemblies with Cyclic Symmetry Part I: Free Vibration // Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design. – 1988. – Vol. 110. – No. 4. – P. 429–438.
9. Wei S.T. Localization phenomena in Mistuned Assemblies with Cyclic Symmetry Part II: Forced Vibration // Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design. – 1988. – Vol. 110. – No. 4. – P. 439–449.
10. Repetckii O., Tien Quyet Nguyen, Ryzhikov I. Investigation of vibration and fatigue life of mistuned bladed disks // Actual issues of mechanical engineering 2017 (AIME 2017): Proceedings of the international conference. RUSSIA AER-Advances in Engineering Research. – Tomsk, 2017. – Vol. 133. – P. 702–707.
11. Repetskiy O., Ryzhikov I., Schmidt R. Investigation of impact of various types of mistuning on bladed disks vibration and fatigue life // 8<sup>th</sup> IFToMM international conference on rotordynamics, Seoul. – 2010.
12. Repetski O., Zainchkovski K. Sensitivity analysis for life estimation of turbine blades // American Society of Mechanical Engineers (Paper). Proceedings of the 1997 ASME ASIA Congress & Exhibition. – Singapore, 1997.
13. Еловенко Д.А., Репецкий О.В. Анализ напряженного состояния полуплоскости, нагруженной постоянным давлением на ограниченных промежуточных участках с заданным периодом, методом конечных элементов на базе программного комплекса MSC.MARC // Изв. Байкал. гос. ун-та. – 2011. – № 5. – С. 171–175.
14. Репецкий О.В., Рыжиков И.Н., Нгуен Тьен Куэт. Численное исследование динамики и долговечности рабочих колес турбомашин с расстройкой параметров // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника. – 2017. – № 51. – С. 39–51.
15. Petrov E.P., Iglin S.P. Search of the worst and best mistuning patterns for vibration amplitudes of bladed disks by the optimization methods using sensitivity coefficients // Proceedings of the 1st ASSMO UK Conference. Engineering Design Optimization (UK, 1999). – 1999. – С. 303–310.

## References

1. Ryzhikov I.N., Repetskiy O.V., Nguyen Tien Quyet. Odin iz podkhodov k otsenke dolgovechnosti rabochikh koles turbomashin [An approach to turbomachinery bladed disc durability estimation]. *Proceedings of Irkutsk State Technical University*, 2015, no. 5(100), pp. 22-27.
2. Bernd Beirow. Grundlegende Untersuchungen zum Schwingungsverhalten von Verdichterlaufrädern in Integralbauweise, EAN: 9783832287290/ ISBN: 3832287299, Cottbus, 2009.
3. Ewins D. J. Bladed Disc Vibration - A Review of Techniques and Characteristics// Proc. Inst. Mech. Engineers., International Conference of Recent Advances in Structural Dynamics (Southampton), 1980, pp. 187-210.
4. Irretier H. Transient Vibrations of Turbine Blades Due to Passage Through Partial Admission and Nozzle Excitation Resonance. Proc. IFToMM Intl. Conf. Rotor Dynamics (Tokyo), 1986, Vol. 1, 30 p.
5. Kayser A. Entwicklung eines Programmes zur Lebensdauer berechnung von Turbinenschaufeln. Institute of Mechanics, University of Kassel, 1990, 110 p.
6. Klauke T. Schaufelschwingungen realer integraler Verdichterräder im Hinblick auf Verstimmung und Lokalisierung (Cottbus: Der Andere Verlag), 2008, 169 p.
7. Temis Yu.M., Yakushev D.A. Optimal design of the compressor blade form. Problems of strength and plasticity Problems of strength and plasticity, 2011, Vol. 73, pp. 141-149.
8. Wei S.T. Localization phenomena in Mistuned Assemblies with Cyclic Symmetry Part I: Free Vibration. *Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design*, 1988, Vol. 110, no. 4, pp. 429-438.
9. Wei S.T. Localization phenomena in Mistuned Assemblies with Cyclic Symmetry Part II: Forced Vibration. *Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design*, 1988, Vol. 110, no.4, pp. 439-449.
10. Repetckii O., Tien Quyet Nguyen, Ryzhikov I. Investigation of vibration and fatigue life of mistuned bladed disks. Proceedings of the international conference "Actual issues of mechanical engineering 2017" (AIME 2017), Tomsk Polytechnic University, Tomsk, RUSSIA AER-Advances in Engineering Research, 2017, Vol. 133, p. 702-707.
11. Repetskiy O., Ryzhikov I., Schmidt R. Investigation of impact of various types of mistuning on bladed disks vibration and fatigue life. 8<sup>th</sup> IFToMM International Conference on Rotordynamics, Seoul, 2010.
12. Repetski O., Zainchkovski K. Sensitivity analysis for life estimation of turbine blades. American Society of Mechanical Engineers (Paper). Proceedings of the 1997 ASME ASIA Congress & Exhibition. Singapore, 1997.
13. Elovenko D.A., Repetckii O.V. Analiz naprjazhenogo sostojania poluploskosti, nagruzhennoi postojanim davleniem na ogranichennich promezhutochnich uchastkach s sadannim periodom metodom konechnih elementov na base programmnoho kompleksa MSC.MARS [Analysis of stress state of elastic half-plane loaded with constant pressure at limited intermediate sections with specified period by finite element method based on MSC Mars software]. *BSU News*, no 5. pp. 171-175.
14. Repetskiy O.V., Ryzhikov I.N., Nguyen Tyen Kuyet. Chislennoye issledovaniye dinamiki i dolgovechnosti rabochikh koles turbomashin s rasstroykoy parametrov [Numerical investigation of dynamics and durability of bladed disk of turbomachinery with mistuning parameters]. *PNRPU Aerospace Engineering Bulletin*, 2017, no. 51. pp. 39-51.
15. Petrov, E.P. and Iglin, S. P. Search of the worst and best mistuning patterns for vibration amplitudes of bladed disks by the optimization methods using sensitivity coefficients. In Proceedings of the 1st ASSMO UK Conference. Engineering Design Optimization (UK, 1999), pp. 303-310.

## Об авторах

**Репецкий Олег Владимирович** (Иркутск, Россия) – доктор технических наук, профессор, проректор по международным связям Иркутского государственного аграрного университета им. А.А. Ежевского (664003, г. Иркутск, пос. Молодежный, e-mail: repetckii@igsha.ru).

**Рыжиков Игорь Николаевич** (Иркутск, Россия) – кандидат технических наук, доцент кафедры «Машиностроительные технологии и материалы» Иркутского национального исследовательского технического университета (664074, г. Иркутск, ул. Лермонтова, д. 83, e-mail: rin111@list.ru).

**Нгуен Тьен Куэт** (Иркутск, Россия) – аспирант кафедры «Машиностроительные технологии и материалы» Иркутского национального исследовательского технического университета (664074, г. Иркутск, ул. Лермонтова, д. 83, e-mail: savoixanh@mail.ru).

#### About the authors

**Oleg V. Repetskii** (Irkutsk, Russian Federation) – Doctor of Technical Sciences, Professor, Vice-Rector for International Relations, Irkutsk State Agrarian University named after A.A. Ezhevsky, (Molodezhny settlement, Irkutsk, 664007, Russian Federation, e-mail: repetskii@igsha.ru).

**Igor N. Ryzhikov** (Irkutsk, Russian Federation) – CSc in Technical Sciences, Associate Professor, Engineering Technologies and Materials Department, Irkutsk National Research Technical University (83, Lermontov st., Irkutsk, 664064, Russian Federation, e-mail: rin111@list.ru).

**Nguyen Tien Quyet** (Irkutsk, Russian Federation) – PhD Student, Engineering Technologies and Materials Department, Irkutsk National Research Technical University (83, Lermontov st., Irkutsk, 664064, Russian Federation, e-mail: cavoixanh@mail.ru).

Получено 05.05.2017