

В.И. Васенин

Пермский государственный технический университет

ИССЛЕДОВАНИЕ РАЗВЕТВЛЕННОЙ ЛИТНИКОВОЙ СИСТЕМЫ С ПИТАТЕЛЯМИ РАЗНЫХ ПЛОЩАДЕЙ СЕЧЕНИЙ*

Изложена методика расчета расхода металла в разветвленной литниковой системе с питателями разных площадей сечений. Показано, как определяются потери напора на трение, в местных сопротивлениях и на деление потока в тройниках. Определены величины коэффициентов расхода, скорости, расходы и давления в системе в зависимости от количества и размеров работающих питателей. Приведено описание лабораторной разветвленной литниковой системы. Получено хорошее совпадение расчетных и экспериментальных результатов.

Ключевые слова: литниковая система, питатель, коллектор, стояк, приведенная площадь питателей, коэффициент сопротивления, коэффициент расхода, напор жидкости, скорость жидкости, расход жидкости.

В настоящее время коэффициент расхода литниковой системы μ не рассчитывается, а берется из таблиц, полученных на базе данных производства. Это объясняется следующими причинами: 1. Не определены коэффициенты местных сопротивлений литниковой системы; 2. Неясно, как использовать уравнение Бернулли, так как оно получено для потока с неизменным расходом, а в литниковой системе расход резко изменяется, от максимума до нуля; 3. Непонятно, как решать системы уравнений, так как неизвестно, какая часть потока отделяется в каждый питатель. В данной работе показано, как можно разрешить эти проблемы. Это необходимо, поскольку использование данных производства о коэффициенте μ приводит к завышенному расходу металла на литниковую систему.

Теоретически и экспериментально найдем расходы и давления металла в разветвленной литниковой системе, показанной на рисунке. Система состоит из литниковой чаши, стояка, коллектора и четырех питателей I–IV [1]. Внутренний диаметр чаши равен 0,272 м, высота воды в чаше – 0,1005 м. Продольные оси питателей и коллектора находятся в одной плоскости.

* В работе участвовали Р.П. Белослудцев, К.И. Емельянов, А.И. Земляков, А.А. Константинов, К.В. Лукьянова, М.С. Маликов, М.В. Мотыль, В.Г. Мошев, В.А. Сафронов, В.А. Фурсова, М.Ю. Щелконогов.

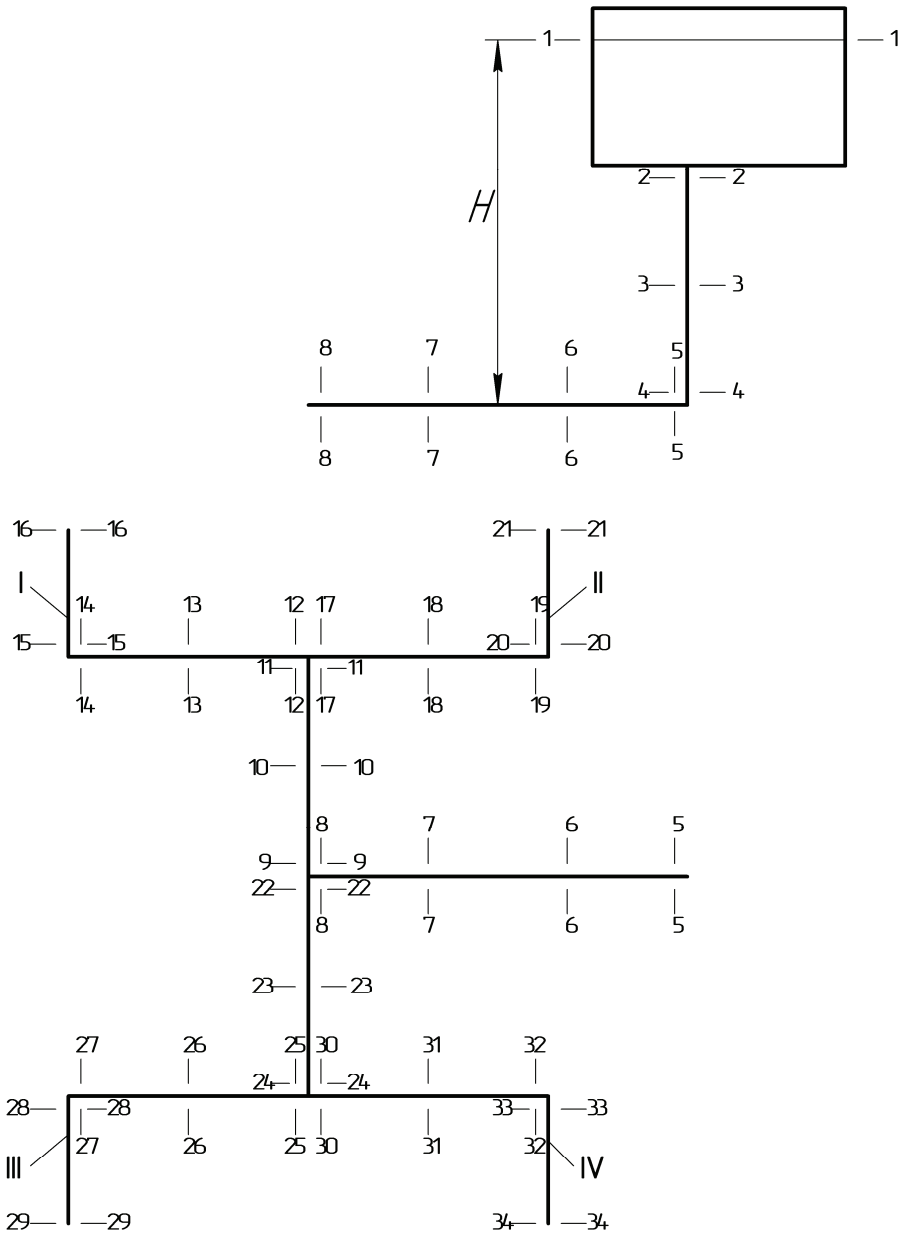


Рис. Разветвленная литниковая система

Уровень воды H (расстояние по вертикали от сечения 1–1 в литниковой чаше до продольной оси коллектора и питателей) поддерживался непрерывным доливанием воды и сливом ее излишков через специальную щель в чаше: $H = 0,3600$ м. Диаметр стояка был постоянным по высоте и равным диамет-

ру коллектора между сечениями 5–5 и 8–8: $d_{ст} = d_2 = d_3 = d_4 = d_5 = d_6 = d_7 = d_8 = 24,08$ мм. Длина стояка $l_{ст} = 0,2715$ м, длина коллектора $l_{5-8} = 0,2585$ м. Диаметр коллектора на участках между сечениями 9–9 и 11–11, 22–22 и 24–24 был один и тот же: $d_{10} = d_{23} = 20,08$ мм, а $l_{9-11} = l_{22-24} = 0,1450$ м. Коллектор между сечениями 12–12 и 14–14, 17–17 и 19–19, 25–25 и 27–27, 30–30 и 32–32 имел одинаковый диаметр: $d_{13} = d_{18} = d_{26} = d_{31} = 16,03$ мм. $l_{12-14} = 0,1270$ м, $l_{17-19} = 0,1180$ м, $l_{25-27} = 0,1175$ м, $l_{30-32} = 0,1135$ м. Отверстия в коллекторе, стояке и питателях окончательно получали с помощью разверток. В сечениях коллектора 6–6, 7–7, 10–10, 13–13, 18–18, 23–23, 26–26 и 31–31 устанавливались пьезометры – стеклянные трубочки длиной 370 мм и внутренним диаметром 4,5 мм – для измерения напора воды в этих сечениях. Коллектор специально был сделан трех разных диаметров, чтобы узнать, работает ли уравнение Бернулли и как происходит перераспределение кинетической и потенциальной энергии при делении потока и изменении его диаметра. Время истечения жидкости из каждого питателя составляло 60–200 с, количество вылившейся из питателя воды – около 9 кг. Эти весовые и временные ограничения обеспечили отклонение от среднего значения скорости $\pm 0,005$ м/с, не более.

При работе только одного питателя, например I, уравнение Бернулли для сечений 1–1 и 16–16 будет выглядеть так:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \alpha \frac{v_1^2}{2g} + H = \frac{p_{16}}{\gamma} + \alpha \frac{v_{16}^2}{2g} + h_{1-16}, \quad (1)$$

где p_1 и p_{16} – давления в сечениях 1–1 и 16–16, Н/м² (равны атмосферному давлению: $p_1 = p_{16} = p_a$); γ – удельный вес жидкого металла, Н/м³; α – коэффициент неравномерности распределения скорости по сечению потока (коэффициент Кориолиса), принимаем $\alpha = 1,1$ [2, с. 108]; g – ускорение свободного падения, $g = 9,81$ м/с²; v_1 и v_{16} – скорости металла в сечениях 1–1 и 16–16, м/с (вследствие большой разности площадей чаши S_1 в сечении 1–1 и питателя S_{16} в сечении 16–16 можно принять $v_1 = 0$); h_{1-16} – потери напора при движении металла от сечения 1–1 до сечения 16–16, м. Потери напора

$$h_{1-16} = \alpha \left[\left(\zeta_{ст} + \lambda \frac{l_{ст}}{d_{ст}} \right) \frac{v_{ст}^2}{2g} + \left(\zeta_к + \lambda \frac{l_{5-8}}{d_8} \right) \frac{v_8^2}{2g} + \left(\zeta_{8-9} + \lambda \frac{l_{9-11}}{d_{10}} \right) \frac{v_{10}^2}{2g} + \right. \\ \left. + \left(\zeta_{11-12} + \lambda \frac{l_{12-14}}{d_{13}} \right) \frac{v_{13}^2}{2g} + \left(\zeta_{14-15} + \lambda \frac{l_{15-16}}{d_{16}} \right) \frac{v_{16}^2}{2g} \right], \quad (2)$$

где $\zeta_{\text{ст}}$ – коэффициент местного сопротивления входа из чаши в стояк; $v_{\text{ст}}$, v_8 , v_{10} , v_{13} – скорости металла в стояке, в коллекторе в сечениях 8–8, 10–10 и 13–13, м/с; λ – коэффициент потерь на трение; $\zeta_{\text{к}}$ – коэффициент местного сопротивления на поворот из стояка в коллектор (из сечения 4–4 в стояке в сечение 5–5 в коллекторе); ζ_{8-9} – коэффициент местного сопротивления на поворот из сечения 8–8 в сечение 9–9 и изменение площадей этих сечений; ζ_{11-12} – коэффициент местного сопротивления на поворот из сечения 11–11 в сечение 12–12 и изменение площадей этих сечений; ζ_{14-15} – коэффициент местного сопротивления на поворот из сечения 14–14 в сечение 15–15 и изменение площадей этих сечений. Введем обозначения:

$$\zeta_{1-8(8)} = \zeta_{\text{ст}} + \lambda \frac{l_{\text{ст}} + l_{5-8}}{d_8} + \zeta_{\text{к}}, \quad \zeta_{8-11(11)} = \zeta_{8-24(24)} = \zeta_{8-9} + \lambda \frac{l_{9-11}}{d_{10}}, \quad (3), (4)$$

$$\zeta_{11-14(14)} = \zeta_{11-12} + \lambda \frac{l_{12-14}}{d_{13}}, \quad (5)$$

$$\zeta_{11-19(19)} = \zeta_{11-17} + \lambda \frac{l_{17-19}}{d_{18}}, \quad \zeta_{24-27(27)} = \zeta_{24-25} + \lambda \frac{l_{25-27}}{d_{26}}, \quad (6), (7)$$

$$\zeta_{24-32(14)} = \zeta_{24-30} + \lambda \frac{l_{30-32}}{d_{31}}, \quad (8)$$

$$\zeta_{14-16(16)} = \zeta_{14-15} + \lambda \frac{l_{15-16}}{d_{16}}, \quad \zeta_{19-21(21)} = \zeta_{19-20} + \lambda \frac{l_{20-21}}{d_{21}}, \quad (9), (10)$$

$$\zeta_{27-29(29)} = \zeta_{27-28} + \lambda \frac{l_{28-29}}{d_{29}}, \quad (11)$$

$$\zeta_{32-34(34)} = \zeta_{32-33} + \lambda \frac{l_{33-34}}{d_{34}}. \quad (12)$$

Тогда уравнение (1) запишется в виде:

$$H = \alpha \left[\zeta_{1-8(8)} \frac{v_8^2}{2g} + \zeta_{8-11(11)} \frac{v_{10}^2}{2g} + \zeta_{11-14(14)} \frac{v_{13}^2}{2g} + (\zeta_{14-16(16)} + 1) \frac{v_{16}^2}{2g} \right]. \quad (13)$$

Уравнение неразрывности при работе питателя I:

$$v_{\text{ст}} S_{\text{ст}} = v_8 S_8 = v_{10} S_{10} = v_{13} S_{13} = v_{16} S_{16}. \quad (14)$$

Использував зависимости (14), получаем из (13):

$$H = \alpha \frac{v_{16}^2}{2g} \left[\zeta_{1-8(8)} \left(\frac{S_{16}}{S_8} \right)^2 + \zeta_{8-11(11)} \left(\frac{S_{16}}{S_{10}} \right)^2 + \zeta_{11-14(14)} \left(\frac{S_{16}}{S_{13}} \right)^2 + \zeta_{14-16(16)} + 1 \right]. \quad (15)$$

Выражение в квадратных скобках (за исключением «1») – это коэффициент сопротивления системы от сечения 1–1 до сечения 16–16, приведенный к скорости v_{16} :

$$\zeta_{1-16(16)} = \zeta_{1-8(8)} \left(\frac{S_{16}}{S_8} \right)^2 + \zeta_{8-11(11)} \left(\frac{S_{16}}{S_{10}} \right)^2 + \zeta_{11-14(14)} \left(\frac{S_{16}}{S_{13}} \right)^2 + \zeta_{14-16(16)}. \quad (16)$$

Коэффициент расхода литниковой системы от сечения 1–1 до сечения 16–16, приведенный к скорости металла v_{16} :

$$\mu_{1-16(16)} = \left(1 + \zeta_{1-16(16)} \right)^{-1/2}. \quad (17)$$

Скорость металла в сечении 16–16

$$v_{16} = \mu_{1-16(16)} \sqrt{2gH / \alpha}. \quad (18)$$

Расход в этом сечении

$$Q_{16} = v_{16} S_{16}. \quad (19)$$

Принимаем, как и в статье [3], что коэффициент потерь на трение $\lambda = 0,03$. Коэффициент местного сопротивления входа из чаши в стояк в зависимости от радиуса скругления входной кромки определяем по справочнику [4, с. 103]: $\zeta_{ст} = 0,10$. Коэффициент местного сопротивления поворота на 90° из стояка в коллектор без изменения площадей сечений $\zeta_{к} = 0,88$ [5]. Коэффициенты местных сопротивлений поворота на 90° с изменением площадей сечений [5]: $\zeta_{8-9} = \zeta_{8-22} = 0,571$, $\zeta_{11-12} = \zeta_{11-17} = \zeta_{24-25} = \zeta_{24-30} = 0,525$. Питатели имеют следующие размеры: питатель I – $d_{16} = 6,03$ мм, $l_{15-16} = 0,0350$ м; питатель II – $d_{21} = 8,03$ мм, $l_{20-21} = 0,0400$ м; питатель III – $d_{29} = 7,03$ мм, $l_{28-29} = 0,0300$ м; питатель IV – $d_{34} = 9,03$ мм, $l_{33-34} = 0,0495$ м. Площади поперечных сечений питателей ($\cdot 10^{-6}$ м²): $S_{16} = 28,55778$, $S_{21} = 50,64318$, $S_{29} = 38,81508$, $S_{34} = 64,04207$. Коэффициенты сопротивлений питателей: $\zeta_{16} = 0,304$, $\zeta_{21} = 0,317$, $\zeta_{29} = 0,275$, $\zeta_{34} = 0,343$ (определены экспериментально).

Сначала найдем характеристики литниковой системы для случая, когда работает только один питатель. По соотношениям (3)–(12) находим:

$\zeta_{1-8(8)} = 1,64030$, $\zeta_{8-11(11)} = \zeta_{8-24(24)} = 0,78763$, $\zeta_{11-14(14)} = 0,76268$,
 $\zeta_{11-19(19)} = 0,74584$, $\zeta_{24-27(27)} = 0,74490$, $\zeta_{24-32(32)} = 0,73741$,
 $\zeta_{14-16(16)} = 0,47813$, $\zeta_{19-21(21)} = 0,46644$, $\zeta_{27-29(29)} = 0,40302$,
 $\zeta_{32-34(34)} = 0,50745$. Коэффициенты сопротивлений и расхода будут такими:
 $\zeta_{1-16(16)} = 0,50626$, $\zeta_{1-21(21)} = 0,55383$, $\zeta_{1-29(29)} = 0,45433$, $\zeta_{1-34(34)} = 0,64636$,
 $\mu_{1-16(16)} = 0,81480$, $\mu_{1-21(21)} = 0,80223$, $\mu_{1-29(29)} = 0,82922$, $\mu_{1-34(34)} = 0,77936$.
 Результаты расчетов по зависимостям (18) и (19) и экспериментальные данные (в знаменателе) приведены в табл. 1.

Таблица 1

Характеристики литниковых систем

Работающие питатели	v_{16} , м/с	v_{21} , м/с	v_{29} , м/с	v_{34} , м/с	$Q \cdot 10^6$, м ³ /с
I (Ø6,03)	$\frac{2,065}{2,044}$				$\frac{58,96}{58,36}$
II (Ø8,03)		$\frac{2,033}{2,037}$			$\frac{102,95}{103,16}$
III (Ø7,03)			$\frac{2,101}{2,095}$		$\frac{81,56}{81,32}$
IV (Ø9,03)				$\frac{1,975}{1,966}$	$\frac{126,48}{125,93}$
I, II	$\frac{2,010}{1,910}$	$\frac{1,970}{1,922}$			$\frac{157,15}{151,86}$
III, IV			$\frac{2,013}{1,870}$	$\frac{1,881}{1,800}$	$\frac{198,63}{187,86}$
I, II, III	$\frac{1,797}{1,784}$	$\frac{1,761}{1,810}$		$\frac{1,819}{1,806}$	$\frac{256,95}{258,23}$
I, II, III, IV	$\frac{1,760}{1,700}$	$\frac{1,725}{1,713}$	$\frac{1,745}{1,707}$	$\frac{1,630}{1,628}$	$\frac{309,76}{305,99}$

Когда работают питатели I и II, уравнение Бернулли запишется в виде (1) и (13), однако в выражении (5) вместо коэффициента местного сопротивления поворота ζ_{11-12} из сечения 11–11 в сечение 12–12 будет коэффициент на деление потока ζ_{11-12}^D :

$$\zeta_{11-14(14)}^D = \zeta_{11-12}^D + \lambda l_{12-14} / d_{13} \cdot \quad (20)$$

Аналогично $\zeta_{11-19(19)}^{\text{д}} = \zeta_{11-17}^{\text{д}} + \lambda_{17-19}/d_{18}$. Коэффициент сопротивления на деление потока находим по формуле из справочника [4, с. 277]:

$$\zeta^{\text{д}} = \frac{1 + 1,5(v_{\text{д}}/v)^2}{(v_{\text{д}}/v)^2}, \quad (21)$$

где v – скорость жидкости в литниковом канале до деления потока, м/с; $v_{\text{д}}$ – скорость жидкости в одном из каналов после деления потока, м/с.

Рассчитаем расход в системе при совместной работе питателей I и II. Составим уравнение Бернулли для сечений 11–11 и 16–16:

$$\frac{P_{11}}{\gamma} + \alpha \frac{v_{11}^2}{2g} = \alpha \left[\left(\zeta_{11-12}^{\text{д}} + \lambda \frac{l_{12-14}}{d_{13}} \right) \frac{v_{13}^2}{2g} + \left(\zeta_{16} + \lambda \frac{l_{15-16}}{d_{16}} + 1 \right) \frac{v_{16}^2}{2g} \right] + \frac{P_{16}}{\gamma}, \quad (22)$$

и для сечений 11–11 и 21–21:

$$\frac{P_{11}}{\gamma} + \alpha \frac{v_{11}^2}{2g} = \alpha \left[\left(\zeta_{11-17}^{\text{д}} + \lambda \frac{l_{17-19}}{d_{18}} \right) \frac{v_{18}^2}{2g} + \left(\zeta_{21} + \lambda \frac{l_{20-21}}{d_{21}} + 1 \right) \frac{v_{21}^2}{2g} \right] + \frac{P_{21}}{\gamma}. \quad (23)$$

Решая (22) и (23) совместно и учитывая, что $P_{16} = P_{21} = P_a$, $v_{13} = v_{16}S_{16}/S_{13}$, $v_{18} = v_{21}S_{21}/S_{18}$, после ряда преобразований получим:

$$v_{21} = v_{16} \sqrt{\frac{\left(\zeta_{11-12}^{\text{д}} + \lambda \frac{l_{12-14}}{d_{13}} \right) \left(\frac{S_{16}}{S_{13}} \right) + \zeta_{16} + \lambda \frac{l_{15-16}}{d_{16}} + 1}{\left(\zeta_{11-17}^{\text{д}} + \lambda \frac{l_{17-19}}{d_{18}} \right) \left(\frac{S_{21}}{S_{18}} \right)^2 + \zeta_{21} + \lambda \frac{l_{20-21}}{d_{21}} + 1}}. \quad \text{Подставляя известные}$$

величины, имеем:

$$v_{21} = v_{16} \sqrt{\frac{0,02002\zeta_{11-12}^{\text{д}} + 1,48289}{0,06297\zeta_{11-17}^{\text{д}} + 1,48035}}. \quad (24)$$

В этом выражении неизвестны коэффициенты $\zeta_{11-12}^{\text{д}}$ и $\zeta_{11-17}^{\text{д}}$, зависящие соответственно от отношений v_{12}/v_{11} и v_{17}/v_{11} , которые мы не знаем. Предположим, что $v_{21} = 0,99v_{16}$. Пишем очевидные равенства:

$$\begin{aligned} v_{11}S_{11} &= v_{12}S_{12} + v_{17}S_{17} = v_{16}S_{16} + v_{21}S_{21} = v_{16}S_{16} \left(1 + 0,99S_{21}/S_{16} \right), & \frac{v_{12}S_{12}}{v_{11}S_{11}} &= \\ &= \frac{v_{16}S_{16}}{v_{16}S_{16} \left(1 + 0,99S_{21}/S_{16} \right)} = \frac{1}{1 + 0,99S_{21}/S_{16}}, & \frac{v_{12}}{v_{11}} &= \frac{1}{1 + 0,99S_{21}/S_{16}} \frac{S_{11}}{S_{12}} = \end{aligned}$$

$= 0,56943$ – это и есть отношение v_d / v в выражении (21). Аналогично получаем $v_{17}/v_{11} = 0,99971$. По этим значениям v_{12}/v_{11} и v_{17}/v_{11} находим по (21), что $\zeta_{11-12}^d = 4,58404$, а $\zeta_{11-17}^d = 2,50059$. Подставляя найденные ζ_{11-12}^d и ζ_{11-17}^d в (24), имеем: $v_{21} = 0,98054v_{16}$. А мы задавались $v_{21} = 0,99v_{16}$. Делаем следующий шаг – $v_{21} = 0,98054v_{16}$ – и повторяем расчет. После ряда приближений при $v_{21} = 0,980158$ получаем по расчету это отношение равным $0,9801574$. Принимаем $v_{21} = 0,98016v_{16}$, при этом $v_{16} = 1,02024v_{21}$, $\zeta_{11-12}^d = 4,54509$, $\zeta_{11-17}^d = 2,50790$. Расход в сечении 11–11 $Q_{11} = v_{16}S_{16} + v_{21}S_{21} = v_{16}S_{16} + 0,98016v_{16} \cdot 1,77336S_{16} = 2,73817v_{16}S_{16}$, а приведенная к скорости v_{16} площадь питателей при работе питателей I и II $S_{\text{пр}(16)} = 2,73817S_{16}$. Расход в системе для случая работы питателей I и II будет выглядеть следующим образом: $Q = v_{\text{ст}}S_{\text{ст}} = v_8S_8 = v_{10}S_{10} = v_{11}S_{11} = v_{16}S_{\text{пр}(16)}$. Отсюда $v_{\text{ст}} = v_8 = v_{16}S_{\text{пр}(16)} / S_8$, $v_{10} = v_{16}S_{\text{пр}(16)} / S_{10}$, $v_{13} = v_{16}S_{\text{пр}(16)} / S_{13}$. Подставив эти соотношения в (2) и сделав преобразования, получаем, что коэффициент сопротивления системы от сечения 1–1 до сечения 16–16, приведенный к скорости v_{16} и учитывающий одновременную работу питателей I и II,

$$\begin{aligned} \zeta_{1-16(16)} = & \zeta_{1-8(8)} \left(\frac{S_{\text{пр}(16)}}{S_8} \right)^2 + \zeta_{8-11(11)} \left(\frac{S_{\text{пр}(16)}}{S_{10}} \right)^2 + \\ & + \zeta_{11-14(14)}^d \left(\frac{S_{16}}{S_{13}} \right)^2 + \zeta_{14-16(16)}. \end{aligned} \quad (25)$$

Расчеты по формулам (25), (17)–(19) дают следующие результаты: $\zeta_{1-16(16)} = 0,60378$, $\mu_{1-16(16)} = 0,78964$, $v_{16} = 2,00093$ м/с, $Q_{16} = 57,14206 \cdot 10^{-6}$ м³/с. Скорость $v_{21} = 0,98016v_{16} = 1,96123$ м/с, а расход в питателе II $Q_{21} = v_{21}S_{21} = 99,32268 \cdot 10^{-6}$ м³/с. Расход в системе $Q = Q_{16} + Q_{21} = 156,46474 \cdot 10^{-6}$ м³/с. Или $Q = v_{16}S_{\text{пр}(16)} = 2,00093 \cdot 2,73817 \times 28,55778 \cdot 10^{-6} = 156,46474 \cdot 10^{-6}$ м³/с.

Расход в системе при совместной работе питателей III и IV находим аналогично. Составим уравнение Бернулли для сечений 24–24 и 29–29, 24–24 и 34–34 и, сделав ряд преобразований, получим следующее соотношение:

$$v_{34} = v_{29} \sqrt{\frac{\left(\zeta_{24-25}^{\text{д}} + \lambda \frac{l_{25-27}}{d_{26}}\right) \left(\frac{S_{29}}{S_{26}}\right)^2 + \zeta_{29} + \lambda \frac{l_{28-29}}{d_{29}} + 1}{\left(\zeta_{24-30}^{\text{д}} + \lambda \frac{l_{30-32}}{d_{31}}\right) \left(\frac{S_{34}}{S_{31}}\right)^2 + \zeta_{34} + \lambda \frac{l_{33-34}}{d_{34}} + 1}}. \quad \text{Подставив известные}$$

величины, получим:

$$v_{34} = v_{29} \sqrt{\frac{0,03699\zeta_{24-25}^{\text{д}} + 1,41116}{0,10070\zeta_{24-30}^{\text{д}} + 1,52884}}. \quad (26)$$

После ряда приближений при $v_{34} = 0,93438$ получаем по (26) это отношение равным $0,934377$. Расчет этого отношения можно закончить. Принимаем $v_{34} = 0,93438v_{29}$, при этом $v_{29} = 1,07023v_{34}$, $\zeta_{24-25}^{\text{д}} = 4,12370$, $\zeta_{24-30}^{\text{д}} = 2,60392$. Расход $Q = v_{\text{ст}}S_{\text{ст}} = v_8S_8 = v_{24}S_{24} = v_{29}S_{29} + v_{34}S_{34} = v_{29}S_{29} + 0,93438v_{29} \cdot 1,64993S_{29} = 2,54166v_{29}S_{29}$, а приведенная к v_{29} площадь питателей при работе питателей III и IV $S_{\text{пр}(29)} = 2,54166S_{29}$. Коэффициент сопротивления системы от сечения 1–1 до сечения 29–29, приведенный к скорости v_{29} и учитывающий одновременную работу питателей III и IV, находим по формуле, аналогичной (25):

$$\zeta_{1-29(29)} = \zeta_{1-8(8)} \left(\frac{S_{\text{пр}(29)}}{S_8}\right)^2 + \zeta_{8-24(24)} \left(\frac{S_{\text{пр}(29)}}{S_{23}}\right)^2 + \zeta_{24-27(26)}^{\text{д}} \left(\frac{S_{29}}{S_{26}}\right)^2 + \zeta_{27-29(29)}. \quad (27)$$

Результаты расчетов по выражениям (27), (17)–(19): $\zeta_{1-29(29)} = 0,58399$, $\mu_{1-29(29)} = 0,79455$, $v_{29} = 2,01339$ м/с, $Q_{29} = 78,14988 \cdot 10^{-6}$ м³/с. Скорость $v_{34} = 0,93438v_{29} = 1,88127$ м/с, а расход в питателе IV $Q_{34} = v_{34}S_{34} = 120,48048 \cdot 10^{-6}$ м³/с. Расход в системе $Q = Q_{29} + Q_{34} = 198,63036 \cdot 10^{-6}$ м³/с.

Рассмотрим литниковую систему с тремя работающими питателями (питатели I, II и IV). Соотношение между v_{16} и v_{21} нам уже известно. Нужно найти связь между v_{16} и v_{34} . Для этого составим уравнение Бернулли для сечений 8–8 и 16–16:

$$\frac{p_8}{\gamma} + \alpha \frac{v_8^2}{2g} = \alpha \left[\left(\zeta_{8-9}^{\text{д}} + \lambda \frac{l_{9-11}}{d_{10}} \right) \frac{v_{10}^2}{2g} + \left(\zeta_{11-12}^{\text{д}} + \lambda \frac{l_{12-14}}{d_{13}} \right) \frac{v_{13}^2}{2g} + \left(\zeta_{16} + \lambda \frac{l_{15-16}}{d_{16}} + 1 \right) \frac{v_{16}^2}{2g} \right] + \frac{p_{16}}{\gamma}, \quad (28)$$

и для сечений 8–8 и 34–34:

$$\begin{aligned} \frac{p_8}{\gamma} + \alpha \frac{v_8^2}{2g} = \alpha \left[\left(\zeta_{8-22}^{\text{д}} + \lambda \frac{l_{22-24}}{d_{23}} \right) \frac{v_{23}^2}{2g} + \left(\zeta_{24-30} + \lambda \frac{l_{30-32}}{d_{31}} \right) \frac{v_{31}^2}{2g} + \right. \\ \left. + \left(\zeta_{34} + \lambda \frac{l_{33-34}}{d_{34}} + 1 \right) \frac{v_{34}^2}{2g} \right] + \frac{p_{34}}{\gamma}. \end{aligned} \quad (29)$$

Решая (28) и (29) совместно и учитывая, что $p_{16} = p_{34} = p_a$, $v_{10} = 2,73817v_{16}S_{16}/S_{10}$, $v_{13} = v_{16}S_{16}/S_{13}$, $v_{23} = v_{34}S_{34}/S_{23}$, $v_{31} = v_{34}S_{34}/S_{31}$, после ряда преобразований получим:

$$v_{34} = v_{16} \sqrt{\frac{\left(\zeta_{8-9}^{\text{д}} + \lambda \frac{l_{9-11}}{d_{10}} \right) \left(\frac{2,73817S_{16}}{S_{10}} \right)^2 + \left(\zeta_{11-12}^{\text{д}} + \lambda \frac{l_{12-14}}{d_{13}} \right) \left(\frac{S_{16}}{S_{13}} \right)^2 + \zeta_{16} + \lambda \frac{l_{15-16}}{d_{16}} + 1}{\left(\zeta_{8-22}^{\text{д}} + \lambda \frac{l_{22-24}}{d_{23}} \right) \left(\frac{S_{34}}{S_{23}} \right)^2 + \left(\zeta_{24-30} + \lambda \frac{l_{30-32}}{d_{31}} \right) \left(\frac{S_{34}}{S_{31}} \right)^2 + \zeta_{34} + \lambda \frac{l_{33-34}}{d_{34}} + 1}}.$$

Подставив известные величины, имеем:

$$v_{29} = v_{16} \sqrt{\frac{0,06097\zeta_{8-9}^{\text{д}} + 1,60110}{0,04090\zeta_{8-22}^{\text{д}} + 1,59057}}. \quad (30)$$

После ряда приближений при $v_{34} = 1,01223v_{16}$ получаем по расчету это отношение равным 1,012228. Принимаем $v_{34} = 1,01223v_{16}$. Для этого случая $v_{16} = 0,98792v_{34}$, $\zeta_{8-9}^{\text{д}} = 3,11756$, $\zeta_{8-22}^{\text{д}} = 3,85365$. Расход в системе $Q = v_{\text{ст}}S_{\text{ст}} = v_8S_8 = v_{16}S_{16} + v_{21}S_{21} + v_{34}S_{34} = v_{16}S_{16} + 0,98016v_{16} \cdot 1,77336S_{16} + 1,01223v_{16} \cdot 2,24254S_{29} = 5,00814v_{16}S_{16}$. Приведенная к скорости v_{16} площадь питателей $S_{\text{пр}(16)} = 5,00814S_{16}$.

Коэффициент сопротивления системы от сечения 1–1 до сечения 16–16, приведенный к скорости v_{16} и учитывающий одновременную работу питателей I, II и IV, находим по формуле, аналогичной (25), только вместо $\zeta_{8-11(11)}$ нужно записать $\zeta_{8-11(11)}^{\text{д}}$.

$$\zeta_{1-16(16)} = \zeta_{1-8(8)} \left(\frac{S_{\text{пр}(16)}}{S_8} \right)^2 + \zeta_{8-11(11)}^{\text{д}} \left(\frac{S_{\text{пр}(16)}}{S_{10}} \right)^2 + \zeta_{11-14(14)}^{\text{д}} \left(\frac{S_{16}}{S_{13}} \right)^2 + \zeta_{14-16(16)}. \quad (31)$$

По зависимостям (31), (17)–(19) получаем следующее: $\zeta_{1-16(16)} = 1,00337$, $\mu_{1-16(16)} = 0,70651$, $v_{16} = 1,79029$ м/с,

$Q_{16} = 51,12673 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3/\text{с}$. Скорость $v_{21} = 0,98016v_{16} = 1,75477 \text{ м/с}$, расход в питателе II $Q_{21} = v_{21}S_{21} = 88,86701 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3/\text{с}$. Скорость $v_{34} = 1,01223v_{16} = 1,81219 \text{ м/с}$, а расход в питателе IV $Q_{34} = v_{34}S_{34} = 116,05614 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3/\text{с}$. Расход в системе $Q = Q_{16} + Q_{21} + Q_{29} = 256,04988 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3/\text{с}$.

Чтобы найти расход в системе с четырьмя работающими питателями, нужно составить уравнение Бернулли для сечений 8–8 и 16–16, 8–8 и 29–29. Однако для сечений 8–8 и 16–16 уравнение уже записано – это выражение (28), а для сечений 8–8 и 29–29

$$\begin{aligned} \frac{p_8}{\gamma} + \alpha \frac{v_8^2}{2g} = & \left(\zeta_{8-22}^{\text{II}} + \lambda \frac{l_{22-24}}{d_{23}} \right) \alpha \frac{v_{23}^2}{2g} + \left(\zeta_{24-25}^{\text{II}} + \lambda \frac{l_{25-27}}{d_{26}} \right) \alpha \frac{v_{26}^2}{2g} + \\ & + \left(\zeta_{29} + \lambda \frac{l_{28-29}}{d_{29}} + 1 \right) \alpha \frac{v_{29}^2}{2g} + \frac{p_{29}}{\gamma}. \end{aligned} \quad (32)$$

Известно из предыдущих расчетов, что $v_{10} = 2,73817v_{16}S_{16} / S_{10}$, $v_{13} = v_{16}S_{16} / S_{13}$, $v_{23} = 2,54166v_{29}S_{29} / S_{23}$, $v_{26} = v_{29}S_{29} / S_{26}$. Решая (28) и (32) совместно и подставив известные величины или отношения величин, получаем:

$$v_{29} = v_{16} \sqrt{\frac{0,06097\zeta_{8-9}^{\text{II}} + 1,60110}{0,09705\zeta_{8-22}^{\text{II}} + 1,57658}}. \quad (33)$$

Поступая аналогично предыдущим расчетам, получаем по (33), что $v_{29} = 0,99137v_{16}$, при этом $v_{16} = 1,00871v_{29}$, $\zeta_{8-9}^{\text{II}} = 3,94952$, $\zeta_{8-22}^{\text{II}} = 3,06583$, а приведенная к скорости v_{16} площадь питателей $S_{\text{пр}(16)} = 6,16292S_{16}$. Коэффициент сопротивления системы от сечения 1–1 до сечения 16–16, приведенный к скорости v_{16} и учитывающий одновременную работу питателей I, II, III и IV, находим по формуле (31). Расчеты по выражениям (31), (17)–(19) дают следующие результаты: $\zeta_{1-16(16)} = 1,07290$, $\mu_{1-16(16)} = 0,69456$, $v_{16} = 1,76001 \text{ м/с}$, $Q_{16} = 50,26196 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3/\text{с}$. Скорость $v_{21} = 0,98016v_{16} = 1,72509 \text{ м/с}$, расход в питателе II $Q_{21} = 87,36389 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3/\text{с}$. Скорость $v_{29} = 0,99137v_{16} = 1,74482 \text{ м/с}$, расход в питателе III $Q_{29} = 67,72534 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3/\text{с}$. Скорость $v_{34} = 0,93438v_{29} = 1,63033 \text{ м/с}$, а расход в питателе IV $Q_{34} = 104,40939 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3/\text{с}$. Расход в системе $Q = Q_{16} + Q_{21} + Q_{29} + Q_{34} = 309,76058 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3/\text{с}$. Или $Q = v_{16}S_{\text{пр}(16)} = 1,76001 \cdot 6,16292 \cdot 64,04207 \cdot 10^{-6} = 309,76058 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3/\text{с}$.

Рассчитаем давления в металле при работе питателя I диаметром 6,03 мм. Чтобы найти давление в сечении 6–6 (здесь стоит пьезометр), составим уравнение Бернулли для сечений 1–1 и 6–6:

$$\frac{P_a}{\gamma} + H = \frac{P_6}{\gamma} + \alpha \frac{v_6^2}{2g} \left(1 + \zeta_{1-6(6)}\right), \quad (34)$$

где $\zeta_{1-6(6)}$ – коэффициент сопротивления системы между сечениями 1–1 и 6–6, приведенный к скорости жидкости v_6 . Этот коэффициент (при $d_{ст} = d_6$)

$$\zeta_{1-6(6)} = \zeta_{ст} + \lambda \frac{l_{ст} + l_{ст-6}}{d_6} + \zeta_{к}, \quad (35)$$

где $l_{ст-6}$ – расстояние от стояка до сечения 6–6, м, $l_{ст-6} = 0,0625$ м.

Подставив известные величины, имеем: $\zeta_{1-6(6)} = 1,3961$. Введем обозначение: $H_6 = \frac{P_6 - P_a}{\gamma}$, м. Тогда напор в сечении 6–6, исходя из (34):

$$H_6 = H - \alpha \frac{v_6^2}{2g} \left(1 + \zeta_{1-6(6)}\right). \quad (36)$$

Здесь все величины известны, кроме v_6 . Расход в системе $Q = 58,96 \cdot 10^{-6}$ м³/с (см. табл. 1). Тогда $v_6 = \frac{Q}{S_6} = \frac{58,96 \cdot 10^{-6}}{455,41 \cdot 10^{-6}} = 0,1295$ м/с. По (36) находим, что $H_6 = 0,3577$ м.

В сечении 7–7, где стоит пьезометр ($l_{ст-7} = 0,1815$ м), давление находится по аналогичной (36) формуле:

$$H_7 = H - \alpha \frac{v_7^2}{2g} \left(1 + \zeta_{1-7(7)}\right). \quad (37)$$

При расчете $\zeta_{1-7(7)}$ в формуле (35) нужно заменить $l_{ст-6}$ на $l_{ст-7}$. Для сечения 7–7 $\zeta_{1-7(7)} = 1,5444$. Скорость $v_7 = v_6$. Определяем, что $H_7 = 0,3576$ м.

Для сечений 1–1 и 10–10 уравнение Бернулли $\frac{P_a}{\gamma} + H = \frac{P_{10}}{\gamma} + \alpha \frac{v_{10}^2}{2g} \left(1 + \zeta_{1-10(10)}\right)$, где $\zeta_{1-10(10)}$ – коэффициент сопротивления системы от сечения 1–1 до сечения 10–10, приведенный к скорости v_{10} . Этот коэффици-

ент $\zeta_{1-10(10)} = \zeta_{1-8(8)} \left(\frac{S_{10}}{S_8} \right)^2 + \zeta_{8-9} + \lambda \frac{l_{9-10}}{d_{10}}$, где l_{9-10} – расстояние между сечениями 9–9 и 10–10, м; $l_{9-10} = 0,0625$ м. Напор в сечении 10–10

$$H_{10} = H - \alpha \frac{v_{10}^2}{2g} \left(1 + \zeta_{1-10(10)} \right). \quad (38)$$

Подсчитываем: $v_{10} = \frac{Q}{S_{10}} = \frac{58,96 \cdot 10^{-6}}{316,68 \cdot 10^{-6}} = 0,1862$ м/с, $\zeta_{1-10(10)} = 1,4575$,

$H_{10} = 0,3552$ м.

Для сечений 1–1 и 13–13 уравнение Бернулли $\frac{P_a}{\gamma} + H = \frac{P_{13}}{\gamma} + \alpha \frac{v_{13}^2}{2g} \left(1 + \zeta_{1-13(13)} \right)$, где $\zeta_{1-13(13)}$ – коэффициент сопротивления системы от сечения 1–1 до сечения 13–13, приведенный к скорости v_{13} . Этот коэффициент

$\zeta_{1-13(13)} = \zeta_{1-8(8)} \left(\frac{S_{13}}{S_8} \right)^2 + \zeta_{8-11(11)} \left(\frac{S_{13}}{S_{10}} \right)^2 + \zeta_{11-12} + \lambda \frac{l_{12-13}}{d_{13}}$, где l_{12-13} – расстояние между сечениями 12–12 и 13–13, м; $l_{12-13} = 0,0495$ м. Напор в сечении 13–13

$$H_{13} = H - \alpha \frac{v_{13}^2}{2g} \left(1 + \zeta_{1-13(13)} \right). \quad (39)$$

Имеем: $v_{13} = \frac{Q}{S_{13}} = \frac{58,96 \cdot 10^{-6}}{201,82 \cdot 10^{-6}} = 0,2921$ м/с, $\zeta_{1-13(13)} = 1,2518$, $H_{13} = 0,3492$ м.

Аналогично по зависимостям (38) и (39) определяем напоры H_{10} , H_{18} , H_{23} , H_{26} , H_{31} при работе питателей II, III, IV, имея в виду, что $l_{9-10} = l_{22-23}$ и $l_{12-13} = l_{17-18} = l_{25-26} = l_{30-31}$. Значения $\zeta_{1-6(6)}$ и $\zeta_{1-7(7)}$ – прежние, $\zeta_{1-10(10)} = \zeta_{1-23(23)}$, а $\zeta_{1-13(13)} = \zeta_{1-18(18)} = \zeta_{1-26(26)} = \zeta_{1-31(31)}$. Результаты расчетов приведены в табл. 2.

При одновременной работе питателей I и II напоры в сечениях 6–6, 7–7 и 10–10 определяем по выражениям (36), (37) и (38). Чтобы найти напор в сечении 13–13, составим уравнение Бернулли для сечений 13–13 и 16–16 и после преобразований получим:

$$H_{13} = \alpha \frac{v_{16}^2}{2g} \left[\zeta_{16} + \lambda \frac{l_{15-16}}{d_{16}} + 1 - \left(1 - \lambda \frac{l_{13-14}}{d_{13}} \right) \left(\frac{S_{16}}{S_{13}} \right)^2 \right]. \quad (40)$$

Чтобы найти напор в сечении 10–10 при работе трех или четырех питателей, составим уравнение Бернулли для сечений 7–7 и 10–10, после преобразований имеем:

$$H_{10} = H_7 + \alpha \frac{v_7^2}{2g} \left(1 - \lambda \frac{l_{7-8}}{d_7} \right) - \alpha \frac{v_{10}^2}{2g} \left(\lambda \frac{l_{9-10}}{d_{10}} + \zeta_{8-9}^d + 1 \right). \quad (41)$$

Используя соотношения (36), (37), (40) и (41), рассчитываем напоры во всех сечениях литниковой системы при работе различного количества питателей. Результаты расчетов и экспериментальные данные (в знаменателе) – в табл. 2.

Максимальное расхождение между расчетными и экспериментальными значениями расходов в 6 случаях их 8 (см. табл. 1) составляет 0,2–1,2 %, в двух случаях – 3,5 и 5,7 %. Следовательно, уравнение Бернулли можно применять к сечениям потока с разными расходами со вполне приемлемой для практики точностью. Например, для сечений 7–7 и 10–10 при работе трех или четырех питателей справедлива запись уравнения Бернулли в следующем виде (что считалось недопустимым): $\frac{p_7}{\gamma} + \alpha \frac{v_7^2}{2g} = \frac{p_{10}}{\gamma} + \alpha \frac{v_{10}^2}{2g} (1 + \zeta_{7-10(10)})$, где $\zeta_{7-10(10)}$ – коэффициент сопротивлений системы между сечениями 7–7 и 10–10, приведенный к скорости v_{10} . И, как было показано выше, делая такие записи уравнения Бернулли, можно найти скорость жидкости и напор в любом сечении литниковой системы. Причем питатели «знают» друг о друге, так как включение или выключение хотя бы одного питателя приводит к перестройке работы всей гидравлической системы (см. табл. 1 и 2).

Таблица 2

Величины напоры в литниковых системах, м

Работающие питатели	H_6	H_7	H_{10}	H_{13}	H_{18}	H_{23}	H_{26}	H_{31}
I (Ø6,03)	$\frac{0,3577}{-}$	$\frac{0,3576}{0,360}$	$\frac{0,3552}{0,360}$	$\frac{0,3492}{0,345}$	–	–	–	–
II (Ø8,03)	$\frac{0,3560}{-}$	$\frac{0,3527}{0,356}$	$\frac{0,3454}{0,347}$	–	$\frac{0,3272}{0,325}$	–	–	–

Работа- ющие питатели	H_6	H_7	H_{10}	H_{13}	H_{18}	H_{23}	H_{26}	H_{31}
III ($\varnothing 7,03$)	$\frac{0,3557}{-}$	$\frac{0,3554}{0,360}$	-	-	-	$\frac{0,3509}{0,359}$	$\frac{0,3394}{0,337}$	-
IV ($\varnothing 9,03$)	$\frac{0,3496}{-}$	$\frac{0,3490}{0,349}$	-	-	-	$\frac{0,3380}{0,340}$	-	$\frac{0,3104}{0,307}$
I, II	$\frac{0,3441}{-}$	$\frac{0,3432}{0,341}$	$\frac{0,3264}{0,322}$	$\frac{0,3308}{0,302}$	$\frac{0,3071}{0,294}$	-	-	-
III, IV	$\frac{0,3344}{-}$	$\frac{0,3329}{0,350}$	-	-	-	$\frac{0,3058}{0,305}$	$\frac{0,3126}{0,323}$	$\frac{0,2815}{0,274}$
I, II, III	$\frac{0,3172}{-}$	$\frac{0,3146}{0,310}$	$\frac{0,2844}{0,280}$	$\frac{0,2644}{0,266}$	$\frac{0,2452}{0,259}$	$\frac{0,2933}{0,300}$	-	$\frac{0,2084}{0,201}$
I, II, III, IV	$\frac{0,2978}{-}$	$\frac{0,2940}{0,289}$	$\frac{0,2641}{0,259}$	$\frac{0,2537}{0,260}$	$\frac{0,2355}{0,237}$	$\frac{0,2486}{0,248}$	$\frac{0,2340}{0,226}$	$\frac{0,2114}{0,213}$

Из-за малых отличий теоретических и экспериментальных результатов возникает мысль о порочном круге, когда в расчетах используются данные, полученные в своих же опытах. Действительно, коэффициенты сопротивлений на поворот и изменение площадей сечений потока до и после поворота ζ_{16} , ζ_{21} , ζ_{29} и ζ_{34} находились для этой же литниковой системы, а ζ_k , ζ_{8-9} и ζ_{11-12} рассчитывались по экспериментальной зависимости из [5]. Однако порочного круга нет. Во-первых, в опытах по определению этих коэффициентов *при работе только одного питателя* использовалась не новая, а известная зависимость – уравнение Бернулли. Во-вторых, для определения указанных коэффициентов проводились независимые эксперименты. И главное – коэффициенты сопротивлений в гидравлике расчету не поддаются, а определяются опытным путем. Только сопротивление резкого расширения потока, а также – с некоторыми допущениями – сопротивление резкого сужения и сопротивление поворота на 90° без изменения площадей сечений до и после поворота подсчитываются теоретически. А главные сопротивления – поворот из стояка в коллектор и поворот из коллектора в питатель с изменением площадей сечений до и после поворота – определяются только опытным путем, как и коэффициент потерь на трение λ . Коэффициент сопротивления входа из чаши в стояк в зависимости от радиуса скругления входной кромки стояка приведен в справочнике [4], это данные экспериментов. Коэффициент сопротивления на деление потока, определяемый по (21), также получен путем обработки результатов опытов.

Конечно, хорошо было бы иметь чисто теоретический расчет расхода и давления в литниковой системе, так сказать, из «первых принципов», не используя данные опытов. Однако гидравлика – расчетно-экспериментальная наука, и, как бы мы ни пытались этого избежать, приходится использовать в теоретических исследованиях опытные данные.

Что касается применения уравнения Бернулли к сечениям потока с разными расходами – см. зависимость (1), то вполне возможно, что при каких-то условиях эта запись окажется недопустимой. Это покажут дальнейшие исследования литниковых систем.

Список литературы

1. Васенин В.И., Емельянов К.И., Щелконогов М.Ю. Стенд для исследования литниковых систем. Патент на полезную модель № 92817 от 8.12.2009 г., МПК В21D 11/18.

2. Чугаев Р.Р. Гидравлика. – Л.: Энергоиздат, 1982. – 672 с.

3. Токарев Ж.В. К вопросу о гидравлическом сопротивлении отдельных элементов незамкнутых литниковых систем // Улучшение технологии изготовления отливок. – Свердловск: УПИ, 1966. – С. 32–40.

4. Идельчик И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. – М.: Машиностроение, 1992. – 672 с.

5. Васенин В.И. Экспериментальное определение коэффициентов местных сопротивлений литниковой системы // Литейное производство. – 2009. – № 1. – С. 22–25.

6. Васенин В.И., Щелконогов М.Ю. Расчет разветвленной литниковой системы. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2009616475 от 23.09.2009 г. – М.: Роспатент, 2009. – 8 с.

Получено 18.01.2011