

DOI: 10.15593/2224-9982/2017.51.05

УДК 629.7

К.А. Башин, Р.А. Торсунов, С.В. Семенов

Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Россия

МЕТОДЫ ТОПОЛОГИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ КОНСТРУКЦИЙ, ПРИМЕНЯЮЩИЕСЯ В АЭРОКОСМИЧЕСКОЙ ОТРАСЛИ

Посвящено основным методам топологической оптимизации, применяемым для увеличения удельной прочности узлов аэрокосмической техники путем оптимизации их геометрических параметров. Для деталей, применяющихся в аэрокосмической отрасли, основными задачами топологической оптимизации могут являться как минимизация объема/массы при прочностных ограничениях, так и оптимизация других параметров с ограничениями по объему. Рассмотрены методы эволюционной оптимизации конструкций (ESO), метод двунаправленной эволюционной оптимизации конструкций (BESO), метод пенализации для твердого изотропного тела (SIMP), его гибридная модификация (ESO-SIMP) и метод установления уровня (Level-Set). Особенности их применения демонстрируются на примерах различных конструкций. Приведены теоретические основы для каждого из методов, области их применения. Рассмотрены их преимущества и недостатки. Кроме этого в работе представлен обзор примеров применения методов топологической оптимизации в аэрокосмической отрасли. Рассмотрены работы, посвященные оптимизации геометрических параметров таких деталей, как нервюра крыла самолета, пилон, неохлаждаемая лопатка турбины и т.д. Проведен анализ значимости появления аддитивных технологий для процесса развития методов топологической оптимизации. Дана оценка перспективности их совместного развития и вытеснения ими классических субтрактивных технологий производства.

Ключевые слова: топологическая оптимизация, метод эволюционной оптимизации конструкций, метод двунаправленной эволюционной оптимизации конструкций, метод пенализации для твердого изотропного тела, метод установления уровня, аддитивные технологии.

K.A. Bashin, R.A. Torsunov, S.V. Semenov

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

TOPOLOGY OPTIMIZATION METHODS IN AEROSPACE INDUSTRY

The article is devoted to the basic methods of topological optimization, applied to increase the specific strength of nodes of aerospace technology, by optimizing their geometric parameters. For the details used in the aerospace industry, the main objectives of topological optimization may be to minimize volume / mass under strength limits and optimize other parameters with volume constraints. The method of evolutionary structural (ESO), the method of bi-directional evolutionary structural optimization (BESO), the method solid isotropic material with penalization (SIMP), its hybrid modification (ESO-SIMP) and the Level-Set method are considered. The features of their application are demonstrated on examples of various designs. The theoretical basis for each of the methods and the field of their application are given. Their advantages and disadvantages are considered. In addition, the paper reviews examples of the application of topological optimization methods in the aerospace industry. The works devoted to optimization of geometrical parameters of such details as a wing rib of an airplane, a pylon, an uncooled turbine blade, etc. are considered. The analysis of the significance of the appearance of additive technologies for the development of topological optimization methods is carried out. The estimation of the prospects of their joint development and the displacement of classical subtractive production technologies is given.

Keywords: topology optimization, method of evolutionary structural, method of bi-directional evolutionary structural optimization, method solid isotropic material with penalization, Level-Set method, additive manufacturing.

Введение

Снижение массы и увеличение удельной прочности конструкций, используемых в аэрокосмической отрасли, – важнейшие задачи, стоящие сегодня перед конструкторами всего мира. Решение данных проблем напрямую связано с задачей поиска оптимальных геометрических параметров проектируемого изделия [1]. В настоящее время для решения этой задачи используются методы топологической оптимизации. Применение методик оптимального проектирования позволяет найти наилучшие параметры конструкции, удовлетворяющие технологическим и прочностным ограничениям, обеспечивая, таким образом, минимум целевой функции [2].

Применение методов топологической оптимизации в аэрокосмической промышленности является относительно новым компонентом процедуры проектирования. Наибольший толчок в своем развитии они получили при появлении возможности использования в производстве аддитивных технологий вместо классических субтрактивных производственных методов. Аддитивные технологии позволили расширить область конструктивных исполнений одного и того же изделия [3].

Для деталей, применяющихся в аэрокосмической отрасли, основными задачами топологической оптимизации (ТО) могут являться как минимизация объема/массы при прочностных ограничениях, так и оптимизация других параметров с ограничениями по объему [4].

Определение и принципы топологической оптимизации.

Цели и задачи ТО

Понятие оптимизации конструкций включает три тесно связанные, но различные по своей постановке и решению проблемы: оптимизации размеров, формы и топологии структур [5].

Топологическая оптимизация – это оптимизация распределения материала в проектной области при воздействии на нее заданных нагрузок и использовании ограничений различного рода: геометрических, прочностных, жесткостных и др. ТО является видом оптимизации формы конструкции, иногда именуемой оптимизацией компоновки.

Целью ТО является определение оптимального распределения материала в области проектирования при заданных нагрузках с удовлетворением критериев оптимизации [6], иначе говоря, определение лучшего использования материала для исследуемого объекта или конструкции, так, чтобы целевая функция параметра имела максимальное или минимальное значение при наличии существующих ограничений. В отличие от традиционной оптимизации топологическая оптимизация не требует указания параметров оптимизации (т.е. независимых переменных, подвергаемых оптимизации) в явном виде. В топологической оптимизации параметром оптимизации является функция распределения материала по объему конструкции. Таким образом, основной особенностью задач оптимизации размеров является то, что область проектирования известна заранее, и она фиксирована в процессе оптимизации, а переменной проектирования является сама форма.

В последние два десятилетия топологическая оптимизация стала активным полем для исследований. Это привело к мультидисциплинарности современных методов ТО и использованию их при решении задач механики твердого тела, гидродинамики, теплодинамики, биологии и т.д. [7].

С точки зрения реализации программного обеспечения оптимизация топологии была встроена в модуль большинства коммерческих CAD/CAE-систем, таких как OptiStruct от Altair Hyper-Works [8], а также модуль SIMULIA Tosca, применяемый в Abaqus [9], ANSYS [10] и MSC Nastran [11].

В настоящее время известны следующие основные методы ТО: SIMP (твердый изотропный материал с пенализацией), ESO (эволюционная структурная оптимизация) и Level-Set (метод установления уровня) и их различные комбинации. Данные методы имеют особенности, но в то же время тесно связаны между собой.

ESO/BESO-метод

Методы эволюционной оптимизации конструкций (Evolutionary Structural Optimization – ESO) и двунаправленной эволюционной оптимизации конструкций (Bi-directional Evolutionary Structural Optimization – BESO) интенсивно изучаются и развиваются в последние годы.

Наиболее эффективно применение этих методов при оптимизации топологии непрерывных структур, т.е. при нахождении наилучшего размещения и геометрии пустот внутри области моделирования. Кроме того, этот тип оптимизации может применяться не только для оптими-

зации натуральных достаточно крупногабаритных конструкций, но и для оптимальной конструкции материалов на микро- и наноуровне.

ESO-метод первоначально предложен в 1992 г. профессорами Mike Xie и Grant Steven. ESO классифицируется как метод жесткого уничтожения, который итерационно удаляет или добавляет конечное количество материала. Используются эвристические критерии, которые могут быть основаны на строго определенной информации о чувствительности. Таким образом, ESO относительно прост в реализации, что является преимуществом для задач оптимизации топологии с участием сложных физических процессов [6].

Метод ESO основан на определении уровня напряжений в произвольной части конструкции методом конечных элементов. Индикатором неэффективного использования материала является низкий уровень напряжений (или деформаций) в той или иной части конструкции. В идеале уровень напряжений в конструкции должен быть одинаковым, близким к предельному, но безопасному значению [6].

Из этой концепции следует принцип удаления материала, согласно которому недостаточно нагруженный материал может быть удален, что приводит к удалению отдельных элементов конечно-элементной модели.

Уровень напряженности каждого элемента определяется сравнением, например напряжений Мизеса этого элемента σ_e^{vm} с критическим или максимальным значением напряжений Мизеса в конструкции σ_{max}^{vm} . Если в результате конечно-элементного анализа элемент удовлетворяет условию

$$\frac{\sigma_e^{vm}}{\sigma_{max}^{vm}} < R_{Ri},$$

где R_R – предельное значение (коэффициент отбраковки), при котором элемент удаляется.

Цикл анализа конечных элементов и их удаления повторяется для нескольких итераций с использованием одного и того же порогового отношения до достижения устойчивого состояния, т.е. отсутствия элементов, удовлетворяющих этому порогу удаления. Затем коэффициент отбраковки может быть увеличен в соответствии с определенным коэффициентом эволюции H_i :

$$R_{R(i+1)} = R_{Ri} + H_i.$$

Далее с увеличенным коэффициентом отбраковки цикл производится до достижения нового стационарного состояния. Итерационный процесс продолжается, пока не будет достигнут желаемый результат (например, пока весь материал из тех областей, где уровень напряженности не превышает 25 % от максимального, не будет удален) [1].

Пример реализации данного метода можно найти в работе [5], в которой рассматривается оптимизация консольной рамы, нагруженной сдвигающим усилием. Первоначальная конструкция представляет собой плиту заданных размеров (рисунок). Оптимальное решение в виде двухстержневой рамы получено за 30 итераций, при $R_{Ri} = 1...30\%$ (рис. 1, *a-u*).

Количественной оценкой изменения жесткости (или податливости) конструкции в результате удаления i -го конечного элемента является индекс чувствительности, определяемый для средней податливости как [12]

$$a_i^l = \frac{1}{2} \mathbf{u}_i^T \mathbf{K}_i \mathbf{u}_i,$$

где \mathbf{u}_i – вектор узлового смещения i -го элемента; \mathbf{K}_i – матрица жесткости элемента. Функция чувствительности указывает на увеличение средней податливости в результате удаления i -го элемента, равной элементарной энергии деформации i -го элемента [12]. Для минимизации средней податливости (т.е. максимизации жесткости) посредством удаления элементов необходимо исключать элементы с минимальным значением коэффициента чувствительности.

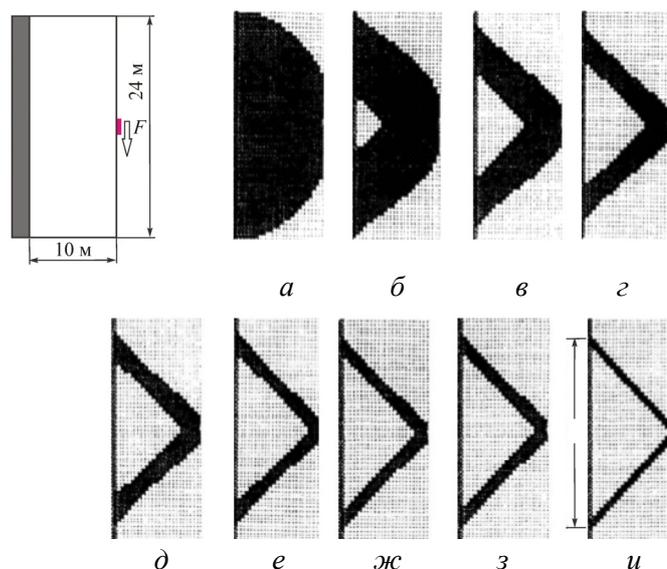


Рис. Реализация метода ESO на примере оптимизации консольной рамы [5]

Математическая основа метода ESO достаточно проста и понятна, а его программная реализация не требует сложных приемов программирования, он в равной степени применим к 2D- и 3D-задачам [13]. Удаление элемента производится присвоением его модулю нулевого значения, что приводит к его игнорированию при последующих итерациях (при последующем вычислении глобальной матрицы жесткости). По мере удаления элементов в итерационном процессе число уравнений уменьшается, снижая вычислительную трудоемкость задачи, что особенно важно для 3D-задач [13].

Однако удаленный на ранних итерациях материал может быть полезен на последующих, но метод ESO не позволяет восстановить его. Таким образом, в ряде случаев он не позволяет получить оптимального решения. Эти недостатки в значительной степени устраняются в методе BESO.

Метод BESO (или метод двунаправленной эволюционной оптимизации конструкций) позволяет одновременно удалять и добавлять материал в области проектирования. Принципиальное отличие данного метода от ESO заключается в том, что индекс чувствительности пустых элементов определяется путем линейной экстраполяции поля смещений, получаемого в результате конечно-элементного анализа [14]. После этого заполненные элементы с минимальными значениями индекса чувствительности удаляются из структуры, а пустые элементы с наибольшими значениями чувствительности заполняются материалом. Количества удаляемых и добавляемых элементов на каждой итерации определены двумя независимыми друг от друга параметрами: отношением удаления R_R и отношением включения R_I [5].

В работе [15] решается задача о разработке алгоритма топологической оптимизации на основе метода ESO. В ней стандартный метод ESO усложняется, в том числе с заимствованием некоторых функций метода BESO.

Несмотря на то, что методы ESO/BESO достаточно просты в реализации, практически отсутствует реализация метода ESO для решения задач оптимизации топологии, ориентированных на производство [6].

SIMP-метод

SIMP-метод (Solid Isotropic Material with Penalization), или метод пенализации для твердого изотропного тела, – это метод ТО, основополагающая идея которого заключается в создании поля виртуальной плотности, представляющей аналог некоторой реальной характеристики объекта. Назначение метода состоит в уменьшении податливости конструкции вследствие пере-

распределения материала в рассматриваемой области пространства при известных граничных условиях. Результатом его использования является получение равнопрочного объекта в рамках рассматриваемой задачи. Широкое применение SIMP получил в аддитивных технологиях (технологиях 3D-печати), способных создавать объекты необходимой формы [16].

На сегодняшний день SIMP-метод широко применяется во всем мире. В качестве расчетной переменной рассматривается плотность материала. Оптимальная структурная топология получена путем перераспределения материала внутри области на основе критериев оптимальности или метода математического программирования [17].

В методе SIMP область проектирования Ω дискретизируется с помощью конечных элементов. Свойства материала постоянны в каждом из этих элементов и зависят от относительной плотности x_i . Относительная плотность должна быть равно 1 или 0 в расчетной области Ω после оптимизации. Для ограничения промежуточной относительной плотности используется фактор отбраковки p .

Отношение между модулем упругости и относительной плотностью записывается как [18]

$$E(x_i) = E_{\min} + (x_i)^p (E_0 - E_{\min}),$$

где E_0 – модуль упругости материала. Для численной устойчивости E_{\min} принимается за $E_0 / 1000$, x_i – относительная плотность i -го элемента; p – фактор отбраковки.

Относительные плотности элементов берутся в качестве расчетных переменных, а среднее соответствие выбирается как целевая функция. Тогда задача оптимизации топологии для минимального соответствия может быть записана в виде

$$\begin{aligned} \text{Find : } X &= \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_i\}^T, \quad i = 1, 2, \dots, n, \\ \text{Minimize : } C(X) &= F^T U = U^T K U = \sum_{i=1}^n u_i^T k_i u_i = \sum_{i=1}^n (x_i)^p u_i^T k_0 u_i, \\ \text{Subject to : } K U &= F, \quad V = f_0 V_0 = \sum_{i=1}^n x_i v_i, \\ 0 < x_{\min} &\leq x_i \leq x_{\max} \leq 1, \end{aligned}$$

где целевая функция C определяется как среднее соответствие; X – вектор конструктивных переменных; X_{\min} и X_{\max} – минимальная и максимальная относительная плотность элементов соответственно. Целью введения ненулевого значения X_{\min} является избежание сингулярности; F – вектор нагружения; U – вектор глобального смещения; K – глобальный тензор жесткости; k_i – тензор жесткости элемента после интерполяции плотности; k_0 и u_i – тензор жесткости и вектор смещения узлов элементов; V – объем материала; V_0 – начальный объем расчетной области; F_0 – заданное объемное отношение [19].

ESO-Simp-метод

Данный метод гибридной топологии под названием ESO-SIMP нацелен на объединение рассмотренных ранее методов ESO и SIMP. При этом в качестве расчетных переменных берутся относительные плотности элементов, а в качестве целевой функции выбирается среднее соответствие. Затем задача оптимизации для минимального среднего соответствия на основе алгоритма ESO-SIMP может быть записана в виде [20]

$$\begin{aligned}
 \text{Find : } X &= \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}^T, \quad i = 1, 2, \dots, n, \\
 \text{Minimize : } C(X) &= U^T K U = \sum_{i=1}^n u_i^T k_i u_i = \sum_{i=1}^n (x_i)^p u_i^T k_0 u_i, \\
 \text{Subject to : } K U &= F, \quad V = \sum_{i=1}^n x_i v_i \leq f_0 V_0, \\
 0 < x_{\min} &\leq x_i \leq x_{\max} \leq 1.
 \end{aligned}$$

Разница между методами ESO-SIMP и SIMP – в ограничении объема. В процессе каждой итерации элементы, относительная плотность которых меньше или равна коэффициенту отбраковки, удаляются из области разработки, а все оставшиеся элементы вводятся в следующую итерацию. Общий объем всех оставшихся элементов V должен удовлетворять следующему условию:

$$V = \sum_{i=1}^m x_i v_i \leq f_0 V_0,$$

где m – число всех оставшихся элементов.

Однако V не является реальным полным объемом оставшихся элементов V' , который выражается как

$$V' = \sum_{i=1}^m v_i.$$

Когда выполняется ограничение объема, реальный общий объем всех оставшихся элементов V' больше, чем V , из-за промежуточной относительной плотности, что является невыгодным для ТО. Таким образом, в процессе оптимизации должен контролироваться реальный общий объем всех оставшихся элементов V' .

Обнаружено, что новый метод ESO-SIMP имеет множество преимуществ по сравнению с методом ESO и методом SIMP с точки зрения эффективности и надежности [20].

Level-Set-метод

Основная идея метода Level-Set (установления уровня или множества уровней) состоит в том, чтобы выразить кривую или поверхность в неявном виде. При этом они принимаются в качестве установленного нулевого уровня многомерной функции. Затем прослеживается их деформация с помощью этой функции [21].

Например, в оптимизации топологии структуры кривые или поверхности, изображающие ее границы, деформируются, чтобы минимизировать энергию упругой деформации.

Для заданной области Ω с гладкой границей предполагается существование неявной функции $\varphi(x)$, которая удовлетворяет условиям

$$\varphi(x) \begin{cases} > 0, & x \in \Omega^+ (\text{материал}), \\ = 0, & x \in \partial\Omega (\text{граница}), \\ < 0, & x \in \Omega^- (\text{пустота}). \end{cases}$$

Двумя наиболее часто используемыми функциями в методе Level-Set являются функция Хевисайда $H(\varphi)$

$$H(\varphi(x)) = \begin{cases} 0 & \varphi \leq 0, \\ 1 & \varphi > 0 \end{cases}$$

и дельта-функция Дирака $\delta(\varphi)$, которая равна 0 везде, кроме узкой полосы, содержащей границу материала:

$$\delta(\varphi(x)) = \frac{dH(\varphi(x))}{d\varphi}.$$

Для функции f объемное и поверхностное интегрирование по границе можно выразить в виде

$$\int_{\Omega} f(x) H(\varphi(x)) d\Omega,$$

$$\int_{\partial\Omega} f(x) d\Gamma = \int_{\Omega} f(x) \delta(\varphi(x)) |\nabla\varphi(x)| d\Omega.$$

С вычислительной точки зрения сглаженная функция Хевисайда предпочтительнее в процессе оптимизации.

Функция установления уровня является уравнением типа Гамильтона–Якоби:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} + v_n |\nabla\varphi|,$$

где v_n – нормальная скорость движущихся границ.

Задачу оптимизации топологии конструкции с ограниченной площадью при минимизации податливости можно описать следующим образом:

$$\min C(\varphi) = \int_{\Omega} \frac{1}{2} E(\varphi) \varepsilon^T D \varepsilon d\Omega,$$

$$\nabla \cdot (E(\varphi) \varepsilon) = f, \quad (1)$$

$$\int_{\Omega} H(\varphi) d\Omega = V^*,$$

где область проектирования представлена Ω ; E – расчетная переменная, которая определяется поверхностью уровня $E(\varphi) = E_0 H(\varphi) + (1 - H(\varphi)) E_{\min}$, где E_0 – модуль упругости материала; E_{\min} – минимальный модуль упругости; D – матрица упругости; V^* – допустимый объем материала. Уравнение линейного упругого равновесия используется для вычисления поля размещения дислокации u , тензора деформации ε и тензора напряжений σ .

Задача оптимизации может быть решена с использованием метода критериев оптимальности, последовательного метода линейного программирования или метода движущейся асимптоты.

Путем вариации целевого функционала задача минимизации в двумерном случае формулируется как связанная задача линейной упругости и уравнения диффузии [22]:

$$\nabla \cdot (E(\varphi) \varepsilon) = f,$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} - \left[\frac{1}{2} (E_0 - E_{\min}) \varepsilon^T D \varepsilon + \lambda \right] \delta(\varphi) \cdot |\nabla\varphi| = \alpha \Delta\varphi,$$

где α – коэффициент демпфирования, стабилизирующий алгоритм решения [22].

Проблемы и трудности ТО, пути их решения

Все перечисленные методы оптимизации имеют схожие трудности: проблему «шахматной доски», т.е. образования в теле конструкции не связанных объемов материалов, зависимость от сеточного разбиения и проблему локального минимума [2, 23].

Проблема «шахматной доски» выражается в том, что схема оптимизированной модели имеет разрывы сплошности и несвязанные «островки» материала. Для борьбы с данной проблемой авторы [23] предлагают различные схемы фильтрации.

Зависимость от сеточного разбиения заключается в том, что использование различных конечных элементов сеток приводит к различным «оптимальным» топологиям. Эта трудность в ряде работ была преодолена с использованием метода управляемого периметра и схем фильтрации чувствительности. Но в общем случае проблема разбиения конечных элементов сеток до сих пор не решена [22].

Также следует отметить, что упомянутые выше трудности частично нашли свое решение в методе двунаправленной эволюционной оптимизации конструкций – BESO, который предполагает анализировать на каждой итерации напряженное состояние конечных элементов. В результате этого происходит удаление менее нагруженных элементов и добавление элементов, заполненных материалом, в области, напряженное состояние которых выше некоторого значения [16].

Применение ТО в аэрокосмической отрасли

Методы и средства оптимизации конструкций находят всё большее применение в промышленности, в том числе и в аэрокосмической отрасли.

В статье [3] рассматривается проблема выбора параметров алгоритма топологической оптимизации на примере проставки переходного отсека космического аппарата, имеющей криволинейные элементы. Оптимизация проводилась в программном комплексе Altair HyperWorks/OptiStruct, в котором используется SIMP-метод. В результате исследования были получены различные конструкции в зависимости от значений параметров оптимизации. По сравнению с конструкторским аналогом выигрыш в массе составил порядка 35 %.

В работе [24] были рассмотрены последние достижения в области методов оптимизации топологии, применяемые при проектировании авиационных и аэрокосмических структур. Показано, что оптимизация топологии является одним из самых мощных и эффективных средств проектирования и в значительной степени используется в авиационной и аэрокосмической технике с различным успехом.

В статье [25] оптимизация топологии используется для проектирования пилонов самолетов Airbus. Предлагается схема двухуровневой оптимизации, которая сочетает в себе топологическую и геометрическую оптимизацию. На первом уровне оптимизации используется метод суррогатной оптимизации, чтобы минимизировать сопротивление и вес. Переменные проектирования, воздействующие на этот уровень, представляют собой глобальные геометрические параметры (положение фиксаций и размеры области проектирования). На втором уровне решается задача оптимизации топологии, чтобы получить оптимальный вес, используемый на первом уровне, с ограничениями на некоторые смещения. Эта двухуровневая схема используется для решения аэродинамической оптимизации пилонна.

В статье [26] авторами сначала рассматриваются простые примеры оптимизации топологии, такие как прямоугольная пластина, закрепленная в трех узлах, к одному из которых приложена вертикальная сила. Далее описано применение нескольких алгоритмов оптимизации для нервюры крыла самолета.

В работе [4] проведен анализ возможности применения ТО при проектировании неохлаждаемых лопаток турбин. На примере типовой неохлаждаемой лопатки турбины низкого давления газотурбинного двигателя проведена топологическая оптимизация конструкции лопатки в обеспечение удовлетворения требований отстройки от резонансных частот колебаний и получения минимальной массы. В результате оптимизации получена конструкция отстроенной лопатки, уменьшенной более чем на 30 % массы по сравнению с прототипом при сохранении профиля лопатки.

Заключение

В данной работе были рассмотрены основные методы оптимизации топологии конструкций – такие, как методы эволюционной (ESO) и двунаправленной эволюционной (BESO) оптимизаций конструкций, метод пенализации для твердого изотропного тела (SIMP-метод), а также гибридный метод ESO-SIMP, созданный благодаря объединению методов ESO и SIMP, и метод установления уровня Level-Set.

Как можно заметить из примеров применения топологической оптимизации при проектировании аэрокосмической техники, ее использование наряду с новыми производственными технологиями позволяет значительно улучшить удельные характеристики узлов и изделий в целом, а также уменьшить расход используемых для их создания материалов.

Библиографический список

1. Оганесян П.А., Шевцов С.Н. Оптимизация топологии конструкций в пакете ABAQUS // Известия Самар. науч. центра РАН. – 2014. – Т. 16. – С. 543–549.
2. Темис Ю.М., Якушев Д.А. Оптимизация конструкции деталей и узлов ГТД // Вестник СГАУ. – 2011. – № 3-1. – С. 183–188.
3. Боровиков А.А., Тененбаум С.М. Топологическая оптимизация переходного отсека КА // Аэрокосм. науч. журнал. МГТУ им. Н.Э. Баумана: электрон. журн. – 2016. – № 05. – С. 16–30.
4. Васильев Б.Е., Магеррамова Л.А. Анализ возможности применения топологической оптимизации при проектировании неохлаждаемых рабочих лопаток турбин // Вестник СГАУ. – 2015. – № 3-1. – С. 139–147.
5. Шевцов С.Н. Методы оптимизации конструкций: курс лекций / Донск. гос. техн. ун-т. – Ростов н/Д, 2010. – С. 97.
6. Jikai Liu, Yongsheng Ma. A survey of manufacturing oriented topology optimization methods // Advances in Engineering Softwar. – 2016. – August. – P. 161–175.
7. Deaton J.D., Grandhi R.V. A survey of structural and multidisciplinary continuum topology optimization: post 2000 // Structural and Multidisciplinary Optimization. – 2014. – January. – Vol. 49, iss. 1. – P. 1–38.
8. Altair Hyper-Works. – URL: <http://www.altairhyperworks.com> (дата обращения: 15.09.2017).
9. Abaqus. – URL: <https://www.3ds.com/products-services/simulia> (дата обращения: 15.09.2017).
10. Simulation Driven Product Development / ANSYS. – URL: <http://www.ansys.com> (дата обращения: 15.09.2017).
11. MSC Nastran. Расчет и оптимизация конструкций [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.mscsoftware.ru> (дата обращения: 15.09.2017).
12. Munk D.J., Vio G.A., Steven G.P. Topology and shape optimization methods using evolutionary algorithms: a review // Struct Multidisc Optim. – 2015. – September. – Vol. 52, iss. 3. – P. 613–631.
13. Optimum shape design of rotating shaft by ESO method / Y.H. Kim, A. Tan, B.S. Yang [et al.] // Journal of Mechanical Science and Technology. – 2007. – July. – Vol. 21, iss. 7. – P. 1039–1047.
14. Bi-directional evolutionary structural optimization on advanced structures and materials: A comprehensive review / L. Xia, Q. Xia, X. Huang [et al.] // Archives of Computational Methods in Engineering. – P. 1–42.
15. Брюхова К.С., Максимов П.В. Алгоритм топологической оптимизации на основе метода ESO // Междунар. науч.-исслед. журнал. – 2016. – № 9 (ноябрь). – С. 16–24.
16. Козик А.М., Гуж Т.С., Ильичев В.А. Современные тенденции в вопросе оптимизации металлических конструкций // Молодеж. науч. форум: техн. и матем. науки. – 2017. – Февраль. – № 2(42). – С. 51–57.
17. Кротких А.А., Максимов П.В. Исследование и модификация метода топологической оптимизации SIMP // Междунар. науч.-исслед. журнал. – 2016. – № 01(55). – С. 91–94.
18. Bruns T. A reevaluation of the SIMP method with filtering and an alternative formulation for solid-void topology optimization // Structural and Multidisciplinary Optimization. – 2005. – December. – Vol. 30, iss. 6. – P. 428–436.
19. Sigmund O., Maute K. Struct topology optimization approaches. A comparative review // Structural and Multidisciplinary Optimization. – 2013. – December. – Vol. 48, iss. 6. – P. 1031–1055.

20. A new hybrid topology optimization method coupling ESO and SIMP method / H. Jiao, Q. Zhou, S. Fan, Y. Li // *Lecture Notes in Electrical Engineering Proceedings of China. Modern Logistics Engineering*. – 2014. – P. 373–384.

21. Liu Z., Korvink J., Huang R. Structure topology optimization: fully coupled level set method via FEMLAB // *Structural and Multidisciplinary Optimization*. – 2005. – June. – Vol. 29, iss. 6. – P. 407–417.

22. Шевцова В.С., Шевцова М.С. Сравнительный анализ методов оптимизации топологии (SIMP и Level-Set) на примере реконструкции крыла стрекозы // *Вестник Юж. науч. центра*. – 2013. – Т. 9, № 1. – С. 8–16.

23. Марчук Н.И. Оптимальное проектирование конструкций с использованием топологической оптимизации ПК ANSYS [Электронный ресурс] // *Молодежь и наука: сб. материалов VIII Всерос. науч.-техн. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых, посвящ. 155-летию со дня рождения К.Э. Циолковского*. – 2012. – URL: <http://conf.sfu-kras.ru/sites/mn2012/section35.html> (дата обращения: 15.09.2017).

24. Application of a bi-level scheme including topology optimization to the design of an aircraft pylon / A. Remouchamps, M. Bruyneel, C. Fleury [et al.] // *Structural and Multidisciplinary Optimization*. – 2011. – December. – Vol. 44, iss. 6. – P. 739–750.

25. Zhu J.H., Zhang W.H., Xia L. Arch. topology optimization in aircraft and aerospace structures design // *Archives of Computational Methods in Engineering*. – 2016. – December. – Vol. 23, iss. 4. – P. 595–622.

26. Сысоева В.В., Чедрик В.В. Алгоритмы оптимизации топологии силовых конструкций // *Ученые записки ЦАГИ*. – 2011. – Т. XLII, № 2. – С. 91–101.

References

1. Oganesyanyan P.A., Shevcov S.N. Optimizatsiya topologii konstrukcij v pakete ABAQUS [Optimizing the design topology in the ABAQUS software]. *Izvestiya Samarskogo nauchnogo centra Rossijskoj Akademii Nauk*, 2014, Vol. 16, pp. 543-549.

2. Temis Yu.M., Yakushev D.A. Optimizatsiya konstrukcii detalej i uzlov GTD [Optimization of GTE parts and components design]. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo aehrokosmicheskogo universiteta im. akademika S.P. Korolyova (nacionalnogo issledovatel'skogo universiteta)*, 2011, no. 3-1, pp. 183-188.

3. Borovikov A.A., Tenenbaum S.M. Topologicheskaya optimizatsiya perekhodnogo otseka KA [Topological optimization of the spacecraft transfer compartment]. *Aehrokosmicheskij nauchnyj zhurnal. MGTU im. N.EH. Baubana. EHlektron. zhurn.* 2016, no. 05, pp. 16-30.

4. Vasilev B.E., Magerramova L.A. Analiz vozmozhnosti primeneniya topologicheskoy optimizatsii pri proektirovanii neohlazhdaemyih rabochih lopatok turbin [Analysis of the possibility of applying topological optimization in the design of uncooled turbine blades]. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo aehrokosmicheskogo universiteta im. akademika S.P. Korolyova (nacionalnogo issledovatel'skogo universiteta)*. 2015, no. 3-1, pp. 139-147.

5. Shevcov S.N. Metody optimizatsii konstrukcij: kurs lekcij [Methods of optimization of constructions: a course of lectures]. – Rostov-na-Donu: DGTU, 2010, 97 p.

6. Jikai Liu, Yongsheng Ma. A survey of manufacturing oriented topology optimization methods. *Advances in Engineering Softwar*, August 2016, pp. 161-175.

7. Deaton, J.D. & Grandhi, R.V. A survey of structural and multidisciplinary continuum topology optimization: post 2000. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. January 2014, Vol. 49, Is. 1, pp 1-38.

8. Altair Hyper-Works, available at: <http://www.altairhyperworks.com> (accessed 15 September 2017).

9. Abaqus, available at: <https://www.3ds.com/products-services/simulia> (accessed 15 September 2017).

10. Simulation Driven Product Development / ANSYS, available at: <http://www.ansys.com> (accessed 15 September 2017).

11. MSC Nastran. Raschet i optimizatsiya konstrukcij, available at: <http://www.mssoftware.ru> (accessed 15 September 2017).

12. Munk D.J., Vio G.A. & Steven G.P. Topology and shape optimization methods using evolutionary algorithms: a review. *Struct Multidisc Optim*, September 2015, Vol. 52, Is. 3, pp. 613-631.

13. Kim Y.H., Tan A., Yang B.S. et al. Optimum shape design of rotating shaft by ESO method. *Journal of Mechanical Science and Technology*. July 2007, Vol. 21, Is. 7, pp. 1039-1047.

14. Xia L., Xia Q., Huang X. et al. Bi-directional Evolutionary Structural Optimization on Advanced Structures and Materials: A Comprehensive Review. *Archives of Computational Methods in Engineering*. Pp. 1-42.

15. Bryuhova K.S., Maksimov P.V. Algoritm topologicheckoj optimizacii na osnove metoda eso [Algorithm of topological optimization based on the eso method]. *Mezhdunarodnyj nauchno-issledovatel'skij zhurnal*, 2016, № 9, pp. 16-24.

16. Kozik A.M., Guzh T.S., Il'ichev V.A. Sovremennye tendencii v voprose optimizacii metallicheskih konstrukcij [Modern trends in the optimization of metal structures]. *Molodezhnyj nauchnyj forum: tekhnicheskie i matematicheskie nauki*, 2017, no. 2 (42), pp. 51-57.

17. Krotkih A.A., Maksimov P.V. Issledovanie i modifikaciya metoda topologicheckoj optimizacii simp [Research and modification of the simp topological optimization method]. *Mezhdunarodnyj nauchno-issledovatel'skij zhurnal*, 2016, no. 01(55), pp. 91-94.

18. Bruns T. A reevaluation of the SIMP method with filtering and an alternative formulation for solid-void topology optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. December 2005, Vol. 30, Is. 6, pp. 428-436.

19. Sigmund O. & Maute K. Struct topology optimization ap-proaches A comparative review. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. December 2013, Vol. 48, Is. 6, pp. 1031-1055.

20. Jiao H., Zhou Q., Fan S., Li Y. A New Hybrid Topology Optimization Method Coupling ESO and SIMP Method. *Lecture Notes in Electrical Engineering Proceedings of China. Modern Logistics Engineering*. 2014, pp. 373-384.

21. Liu Z., Korvink J. & Huang R. Structure topology optimization: fully coupled level set method via FEMLAB. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. June 2005, Vol. 29, Is. 6, pp. 407-417.

22. Shevcova V.S., Shevcova M.S. Sravnitelnyj analiz metodov optimizacii topologii (simp i level set) na primere rekonstrukcii kryla strekozy [Comparative analysis of methods for optimizing topology (simp and level set) for the example of the reconstruction of the wing of a dragonfly]. *Vestnik yuzhnogo nauchnogo centra*, 2013, Vol. 9, no. 1, pp. 8-16.

23. Marchuk N.I. Optimalnoe proektirovanie konstrukcij s ispolzovaniem topologicheckoj optimizacii pk ansys [Optimal design of structures using topological optimization of PC Ansys]. *Molodyozh i nauka: Sbornik materialov VIII Vserossijskoj nauchno-tekhnicheskoj konferencii studentov, aspirantov i molodyh uchyonnykh*. 2012, available at: <http://conf.sfu-kras.ru/sites/mn2012/section35.html>, svobodnyj (accessed 15 September 2017).

24. Remouchamps A., Bruyneel M., Fleury C. et al. Application of a bi-level scheme including topology optimization to the design of an aircraft pylon. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. December 2011, Vol. 44, Is. 6, pp. 739-750.

25. Zhu J.H., Zhang W.H. & Xia L. Arch. topology Optimization in Aircraft and Aerospace Structures Design. *Archives of Computational Methods in Engineering*. December 2016, Vol. 23, Is. 4, pp. 595-622.

26. Sysoeva V.V., Chedrik V.V. Algoritmy optimizacii topologii silovyh konstrukcij [Algorithms for optimizing the topology of power structures]. *Uchenye zapiski CAGI*. 2011, Vol. XLII, no. 2, pp. 91-101.

Об авторах

Башин Константин Андреевич (Пермь, Россия) – студент ФГБОУ ВО ПНИПУ (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., д. 29, e-mail: kostyabashin@yandex.ru).

Торсунов Роман Андреевич (Пермь, Россия) – студент ФГБОУ ВО ПНИПУ (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., д. 29, e-mail: roman.torsunov.14@yandex.ru).

Семенов Сергей Валерьевич (Пермь, Россия) – ассистент кафедры «Авиационные двигатели» ФГБОУ ВО ПНИПУ (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., д. 29, e-mail: sergey.semyonov@mail.ru).

About the authors

Konstantin A. Bashin (Perm, Russian Federation) – Student, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: kostyabashin@yandex.ru).

Roman A. Torsunov (Perm, Russian Federation) – Student, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: roman.torsunov.14@yandex.ru).

Sergey V. Semenov (Perm, Russian Federation) – Assistant, Department of Aircraft Engines, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: sergey.semyonov@mail.ru).