

Тер-Мартirosян А.З., Тер-Мартirosян З.Г., Лузин И.Н. Напряженно-деформированное состояние оснований фундаментов глубокого заложения // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Строительство и архитектура. – 2017. – Т. 8, № 2. – С. 96–103. DOI: 10.15593/2224-9826/2017.2.09

Ter-Martirosian A.Z., Ter-Martirosian Z.G., Luzin I.N. Stress-strain condition of base of deep foundations. *Bulletin of Perm National Research Polytechnic University. Construction and Architecture*. 2017. Vol. 8, no. 2. Pp. 96-103. DOI: 10.15593/2224-9826/2017.2.09



**ВЕСТНИК ПНИПУ.
СТРОИТЕЛЬСТВО И АРХИТЕКТУРА**
Т. 8, № 2, 2017
**PNRPU BULLETIN.
CONSTRUCTION AND ARCHITECTURE**
<http://vestnik.pstu.ru/arhit/about/inf/>



DOI: 10.15593/2224-9826/2017.2.09

УДК 624.131

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ОСНОВАНИЙ ФУНДАМЕНТОВ ГЛУБОКОГО ЗАЛОЖЕНИЯ

А.З. Тер-Мартirosян, З.Г. Тер-Мартirosян, И.Н. Лузин

Национальный исследовательский Московский государственный
строительный университет, Москва, Россия

О СТАТЬЕ

Получена: 10 марта 2017
Принята: 15 июня 2017
Опубликована: 30 июня 2017

Ключевые слова:

осадки фундаментов, напряженно-деформированное состояние, предельное состояние, фундаменты глубокого заложения, нормальные напряжения, касательные напряжения

АННОТАЦИЯ

Приводятся постановка, аналитическое и численное решения задачи для количественной оценки осадки фундамента глубокого заложения с учетом глубины его заложения на основе интегрирования задачи Мелана. Определяются компоненты напряженно-деформированного состояния (НДС) по результатам аналитического решения с помощью программного комплекса MathCAD, а также по результатам численного моделирования НДС основания методом конечных элементов (МКЭ). Предлагается формула для оценки степени приближения к предельному состоянию, необходимая для анализа НДС основания фундамента глубокого заложения. Показано, что в этом случае несущая способность основания больше, чем при учете эквивалентной боковой пригрузки, а осадка фундамента меньше.

© ПНИПУ

© **Тер-Мартirosян Армен Заверенович** – кандидат технических наук, доцент.
Тер-Мартirosян Заверен Григорьевич – доктор технических наук, профессор.
Лузин Иван Николаевич – аспирант.

Armen Z. Ter-Martirosian – Ph.D. in Technical Sciences, Associate Professor.
Zaven G. Ter-Martirosian – Doctor of Technical Sciences, Professor.
Ivan N. Luzin – Postgraduate Student.

STRESS-STRAIN CONDITION OF BASE OF DEEP FOUNDATIONS

A.Z. Ter-Martirosian, Z.G. Ter-Martirosian, I.N. Luzin

Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 10 March 2017

Accepted: 15 June 2017

Published: 30 June 2017

Keywords:

foundation settlement, stress strain condition, limiting state, deep foundations, normal stresses, shear stresses

ABSTRACT

In the article are presented formulation, analytical and numerical solutions of the statement for quantitative estimation of deep foundation settlement with regard to foundation depth based on the integration of Melan's statement. The elements of stress strain conditions (SSC) are specified according to results of analytical treatment with usage of PC Mathcad as well as results of SSC numerical simulations of finite element method. There is provided the formula to rate degree of approximation to limiting state assessment which is necessary for SSC analysis of deep foundation. The article shows that in this case base load-bearing capacity is higher than with an allowance for equivalent side surcharge while foundation settlement – lower.

© PNRPU

Введение

Отличительная особенность напряженно-деформированного состояния фундаментов глубокого заложения (ФГЗ) заключается в том, что оно формируется на некоторой глубине от поверхности земли под действием нагрузки от фундамента конечной ширины. Очевидно, что процесс формирования НДС основания ФГЗ существенно зависит от глубины приложения нагрузки и ширины фундамента. В настоящее время для количественной оценки НДС оснований ФГЗ используются формулы Фламана – Фрелиха [1–3] для распределенной нагрузки интенсивностью p (кПа) по полосе шириной $b = 2a$. Влияние боковых массивов на НДС оснований ФГЗ учитывается путем приложения эквивалентной нагрузки по бокам от распределенной нагрузки интенсивностью $q = \gamma d$, где γ – удельный вес грунтов; d – глубина заложения фундамента. В этом случае в процессе формирования НДС основания ФГЗ полностью исключается влияние боковых массивов грунта.

В настоящей работе рассматривается НДС основания ФГЗ с учетом влияния боковых массивов, которые участвуют в формировании НДС основания и воспринимают в данном случае часть нагрузки на себя, причем в них в основном возникают растягивающие напряжения. Очевидно, что при этом осадка и несущая способность основания ФГЗ будут отличаться от традиционного решения этой задачи на основе решения Фламана – Фрелиха. Ниже приводятся результаты решения задачи о НДС оснований ФГЗ при конечной ширине и глубине его заложения аналитическим и численным (МКЭ) методами с помощью программных комплексов (ПК) MathCAD и Plaxis 2D соответственно.

1. НДС основания ФГЗ с учетом его глубины и ширины

Для количественной оценки НДС основания ФГЗ было использовано решение Э. Мелана [1, 4], приведенное в работе В.А. Флорина [2], о силе, приложенной внутри линейно деформируемой полуплоскости (рис. 1, б) в точке $z = d$ в условиях плоской деформации ($\varepsilon_y = 0, \sigma_y = (\sigma_x + \sigma_z) \nu$).

Функция напряжений в соответствии с обозначениями на рис. 1, а имеет вид [5]

$$\varphi = \frac{P}{\pi} \left[\frac{1}{2} x (\theta_1 + \theta_2) - \frac{m-1}{4m} (z-d) \ln \frac{r_1}{r_2} - \frac{m+1}{2m} \frac{dz(d+z)}{r_2^2} \right],$$

где $m = \frac{1-\nu}{\nu}$.

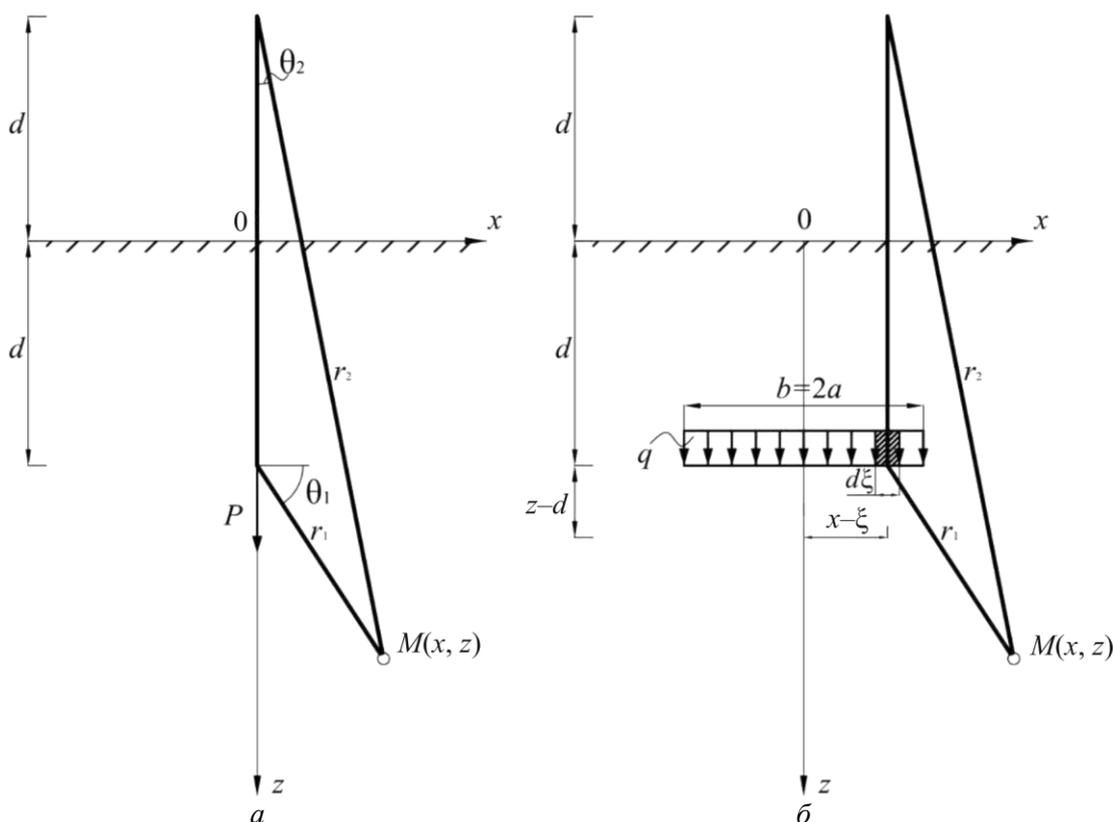


Рис. 1. Расчетные схемы задачи Мелана о силе, приложенной внутри упругого полупространства (а), и о распределенной нагрузке, приложенной по полосе шириной $b = 2a$ на глубине $z = d$ (б)
Fig. 1. The settlement scheme of Melan's problem for point (a) and distributed (b) loads

В этом случае компоненты напряжений определяются по известным [1] формулам

$$\sigma_z = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}, \quad \sigma_x = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}, \quad \tau_{xz} = -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z \partial x}$$

и имеют вид

$$\sigma_z = \frac{P}{\pi} \left\{ \frac{m+1}{2m} \left[\frac{(z-d)^3}{r_1^4} + \frac{(z+d)[(z+d)^2 + 2dz]}{r_2^4} - \frac{8dz(z+d)x^2}{r_2^6} \right] + \frac{m-1}{4m} \left[\frac{z-d}{r_1^2} + \frac{3z+d}{r_2^2} - \frac{4zx^2}{r_2^4} \right] \right\}, \quad (1)$$

$$\sigma_x = \frac{P}{\pi} \left\{ \frac{m+1}{2m} \left[\frac{(z-d)x^2}{r_1^4} + \frac{(z+d)(x^2 + 2d^2) - 2dx^2}{r_2^4} + \frac{8dz(z+d)x^2}{r_2^6} \right] + \frac{m-1}{4m} \left[-\frac{z-d}{r_1^2} + \frac{z+3d}{r_2^2} + \frac{4zx^2}{r_2^4} \right] \right\}, \quad (2)$$

$$\tau_{xz} = \frac{Px}{\pi} \left\{ \frac{m+1}{2m} \left[\frac{(z-d)^4}{r_1^4} + \frac{z^2 - 2dz - d^2}{r_2^4} + \frac{8dz(z+d)^2}{r_2^6} \right] + \frac{m-1}{4m} \left[\frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r_2^2} + \frac{4z(z+d)}{r_2^4} \right] \right\}. \quad (3)$$

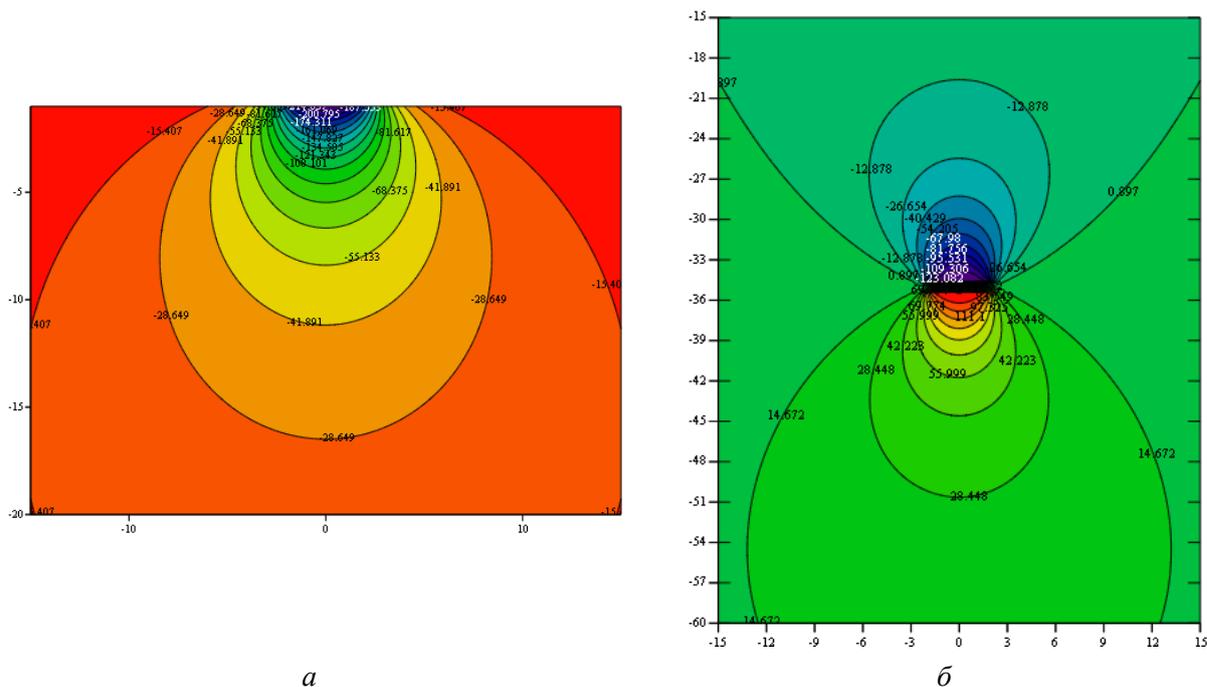


Рис. 2. Изолинии σ_z в грунтовом полупространстве под воздействием распределенной нагрузки интенсивностью $p = 300$ кПа по полосе шириной $b = 5$ м, приложенной на его поверхности (а) и внутри него (б) на глубине 35 м
 Fig. 2. Contour lines of σ_z in the semi infinite solid under distributed load on the top (а) and at a depth (б) of the solid

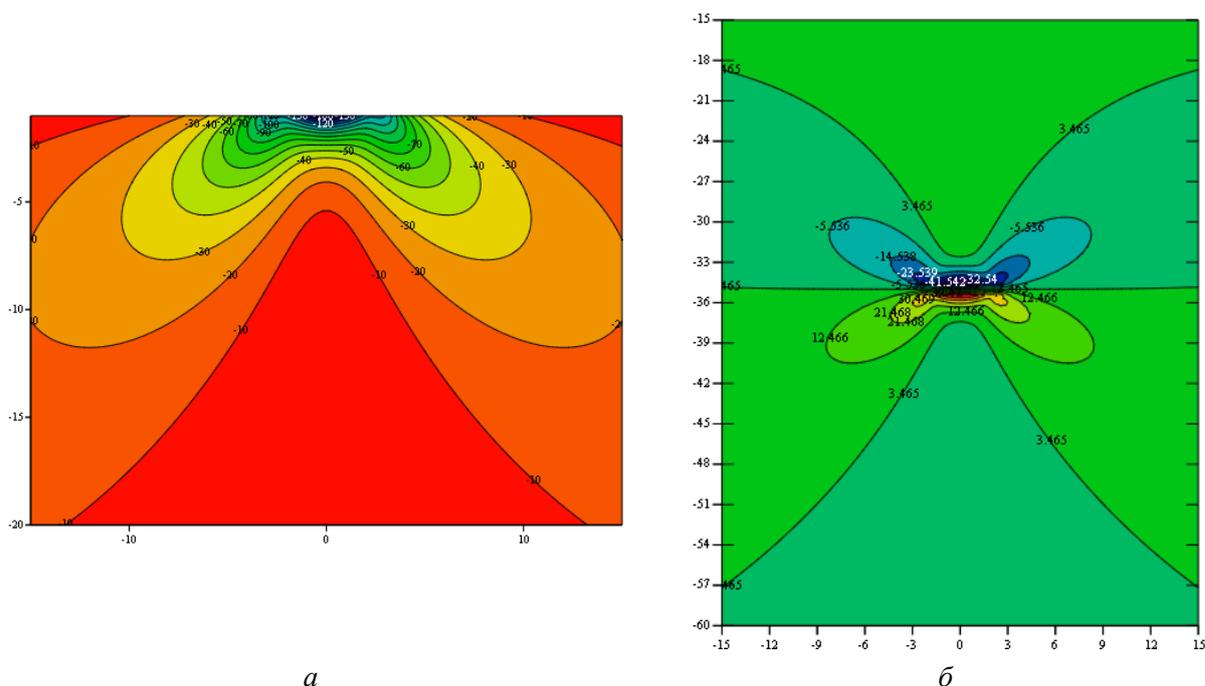


Рис. 3. Изолинии σ_x в грунтовом полупространстве под воздействием распределенной нагрузки интенсивностью $p = 300$ кПа по полосе шириной $b = 5$ м, приложенной на его поверхности (а) и внутри него (б) на глубине 35 м
 Fig. 3. Contour lines of σ_x in the semi infinite solid under distributed load on the top (а) and at a depth (б) of the solid

Для определения НДС основания ФГЗ под действием равномерно распределенной нагрузки по полосе шириной $b = 2a$ (см. рис. 1, б) следует интегрировать формулы (1)–(3) в интервале от $-a$ до $+a$. В настоящей работе интегрирование перечисленных формул выполнялось с помощью ПК MathCAD, который позволяет построить изолинии $\sigma_z, \sigma_x, \tau_{xz}$ по результатам выполненных вычислений. На рис. 2–4 приводится сравнительная оценка результатов решений задач Фламана (а) и Мелана (б) для компонентов напряжений $\sigma_z, \sigma_x, \tau_{xz}$.

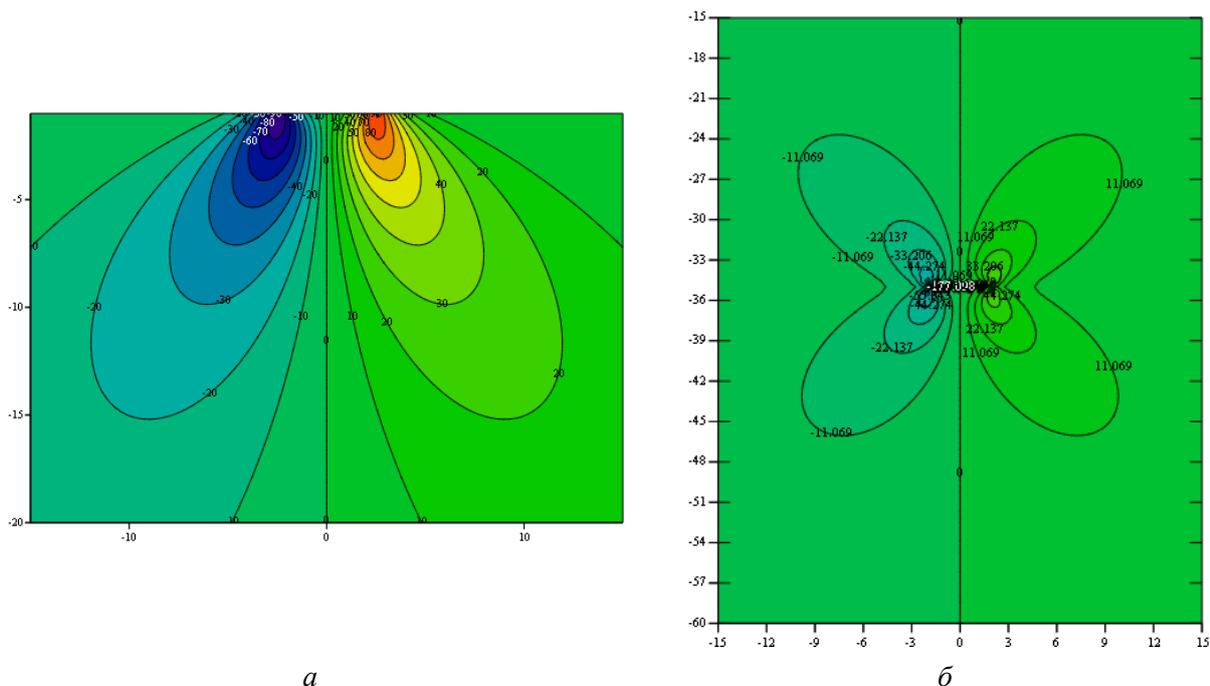


Рис. 4. Изолинии τ_{xz} в грунтовом полупространстве под воздействием распределенной нагрузки интенсивностью $p = 300$ кПа по полосе шириной $b = 5$ м, приложенной на его поверхности (а) и внутри него (б) на глубине 35 м

Fig. 4. Contour lines of τ_{xz} in the semi infinite solid under distributed load on the top (а) and at a depth (б) of the solid

Анализ результатов расчета НДС основания ФГЗ на основе интегрирования формул (1)–(3) показывает, что оно существенно зависит от глубины заложения и что в пределах $z \leq d$ в полупространстве возникают растягивающие напряжения, а при $z > d$ напряжения σ_z по Мелану и по Фламанду существенно отличаются, причем изолиния $\sigma_z = 0,1p$ по Фламанду находится на глубине от места приложенной нагрузки $(4 \div 5)b$, а по Мелану – на глубине $(2 \div 3)b$. Отсюда следует, что и осадки основания под полосой приложения нагрузки также отличаются существенно. Это подтверждается эпюрами осадок от нагрузки по Фламанду ($S = 0,015$ м) и по Мелану ($S = 0,005$ м) (рис. 5).

Для исключения влияния столба грунта над полосой приложения нагрузки была решена задача о НДС полуплоскости с прямоугольной выемкой, в основании которой приложена равномерно распределенная нагрузка интенсивностью $p = 300$ кПа, численным методом (МКЭ) с помощью ПК Plaxis 2D. Как и следовало ожидать, влияние боковых призм в этом случае, с одной стороны, уменьшается, а с другой – увеличивается в пределах $x > \pm a$ (рис. 6).

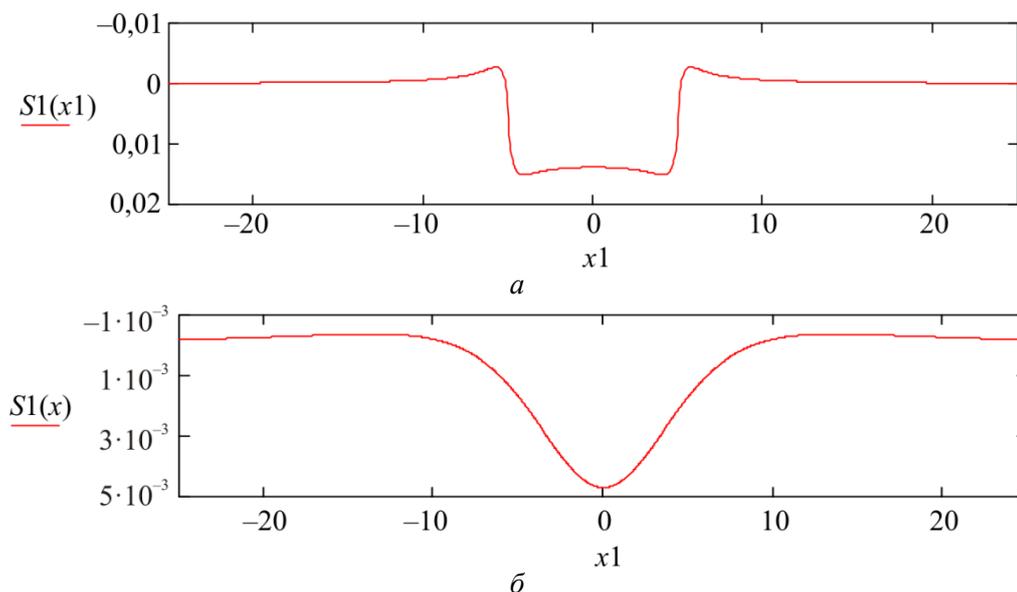


Рис. 5. Эпюры вертикальных перемещений, построенные на основе компонентов напряжений, рассчитанных по формулам Фламана (а) и Мелана (б) на глубине 35 м
Fig. 5. Diagrams of vertical displacements, constructed on the basis of stress components calculated by the formulas of Flaman (a) and Melan (b) at a depth of 35 m

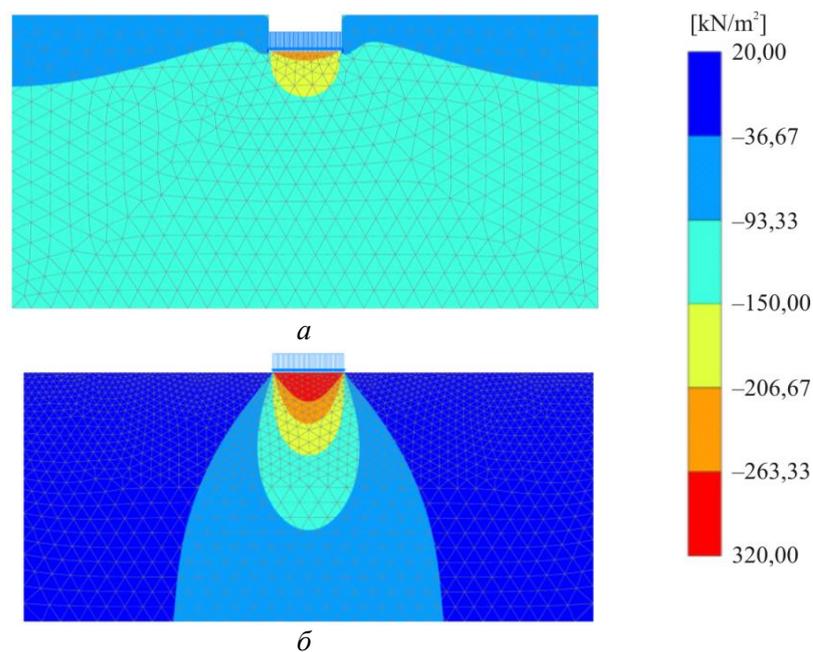


Рис. 6. Изополя вертикальных напряжений основания ФГЗ с учетом выемки грунта из глубокого котлована (а) и замены боковых призм эквивалентной нагрузкой (б), рассчитанные МКЭ в ПК Plaxis 2D
Fig. 6. Vertical stresses contour plots given excavation of the excavation depth (a) and with the replacement of the side prisms equivalent load (b), calculated in the FEM PC Plaxis 2D

2. Степень приближения к предельному состоянию

Известно, что начальная критическая нагрузка на основание фундаментов конечной ширины соответствует интенсивности нагрузки по полосе шириной $b = 2a$, при которой в угловой точке полосы возникает предельное равновесие [3]. В рассматриваемом нами случае это условие записывается в виде

$$\sin^2 \varphi = \frac{(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2}{(\sigma_x + \sigma_z + 2c \operatorname{ctg} \varphi)^2}.$$

Для удобства анализа НДС рассматриваемой задачи введем понятие степени приближения к предельному состоянию в любой точке массива в виде

$$\eta_{\text{пр}} = \frac{(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2}{(\sigma_x + \sigma_z + 2c \operatorname{ctg} \varphi)^2 \sin^2 \varphi}. \quad (4)$$

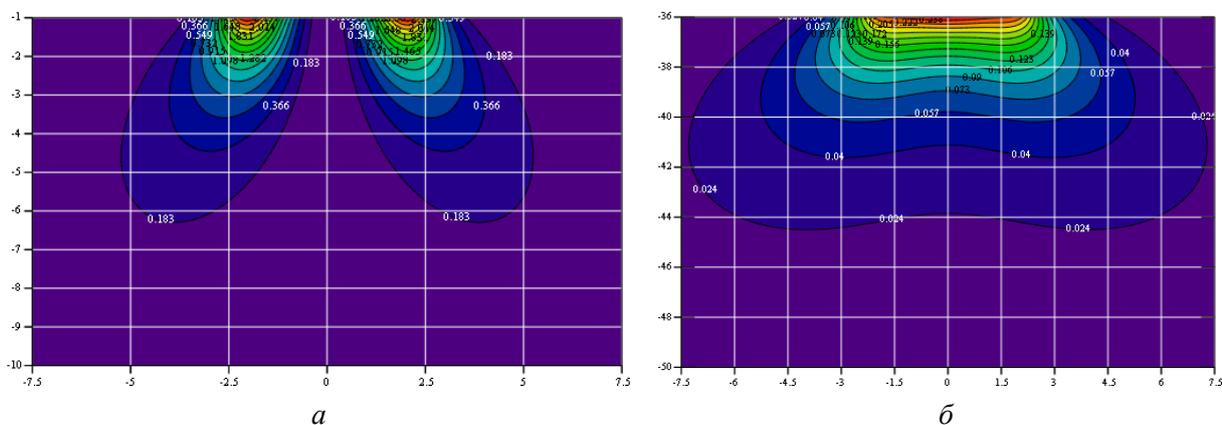


Рис. 7. Изолинии степени приближения к предельному состоянию, построенные на основе компонентов напряжений, полученных из задачи Фламана (а) и задачи Мелана (б) на глубине 35 м
Fig. 7. Contour lines of $\eta_{\text{пр}}$ calculated by the formulas of Flamant (a) and Melan (b)

Построив изолинии $\eta_{\text{пр}}$ по формуле (4), можем определить начальные зоны приближения к предельному состоянию. Сравнивая изолинии $\eta_{\text{пр}}$, построенные по компонентам напряжений, полученным по задаче Фламана ($d = 0$) и Мелана ($d = 35$ м) (рис. 7), можем определить зоны предельного равновесия $\eta_{\text{пр}} \geq 1$. На рис. 7 видно, что с ростом глубины приложения полосовой нагрузки значение коэффициента $\eta_{\text{пр}}$ уменьшается, что говорит о большей несущей способности для задачи Мелана, чем для задачи Фламана.

Эту процедуру можно повторить для различных φ, c, b, d и определить оптимальные параметры b и d при заданной степени приближения к предельному состоянию.

Выводы

1. НДС оснований ФГЗ, определенное на основе задач Фламана и Мелана, отличаются существенно, причем разница деформаций составляет до трех раз, а по критическому состоянию – более 5 раз.

2. На формирование НДС основания ФГЗ в задаче Мелана существенное влияние оказывают боковые призмы грунта без их замены эквивалентной нагрузкой.

3. НДС оснований ФГЗ с учетом и без учета выемки грунта над полосовой нагрузкой приводят к разным результатам по осадке основания и по степени приближения к предельному состоянию.

Библиографический список

1. Горбунов-Посадов М.И., Шехтер О.Я., Кофман В.А. Давление грунта на жесткий заглубленный фундамент и свободные деформации котлована // Тр. НИИ оснований и фундаментов. – 1954. – № 24.
2. Флорин В.А. Основы механики грунтов. – Л.: Госстройиздат. – 1959. – 356 с.
3. Осадка и несущая способность длинной сваи / А.З. Тер-Мартиросян [и др.] // Вестник Моск. гос. строит. ун-та. – 2015. – № 5. – С. 52–61.
4. Melan E. Der Spannungszustand der durch eine Einzelkraft im Innern beanspruchten Halbscheibe // Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik. – 1932. – Bd. 12, H. 6.
5. Цытович Н.А. Механика грунтов. – М.: Госстройиздат, 1963. – 636 с.
6. Тер-Мартиросян З.Г. Механика грунтов. – М.: Изд-во АСВ, 2009. – 550 с.
7. Вялов С.С. Реологические основы механики грунтов. – М.: Высш. шк., 1978. – 447 с.
8. Фрелих О.К. Распределение давлений в грунте. – М.: Стройиздат, 1933. – 188 с.
9. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. – М.: Наука, 1975. – 575 с.
10. Ломакин В.А. Теория упругости неоднородных тел. – М.: Изд-во МГУ, 1976. – 367 с.
11. Mindlin R. Force at point in the interior of a semi infinite solid // Physics. – 1936. – № 7.
12. Ляв А. Математическая теория упругости. – М.; Л.: ОНТИ, 1935. – 674 с.
13. Boussinesq Y. Application des potentiels a l'etude de l'equilibre et du mouvement de Solides elastiques. – Paris, 1885.

References

1. Gorbunov – Posadov M.I., Shekhter O.Ia., Kofman V.A. Davlenie grunta na zhestkii zaglublennyi fundament i svobodnye deformatsii kotlovana [Ground pressure on the hard buried foundation and free deformations of the excavation]. *Trudy NII osnovanii i fundamentov*, 1954, № 24.
2. Florin V.A. Osnovy mekhaniki gruntov. [Fundamentals of soil mechanics]. Leningrad, Gosstroizdat, 1959, 356 p.
3. Osadka i nesushchaia sposobnost' dlinnoi svai [Deformation and bearing capacity of a long pile]/ [Ter – Martirosian A.Z. i dr.]. *Vestnik MGSU*, 2015, no. 5, pp. 52-61.
4. Melan E. Der Spannungszustand der durch eine Einzelkraft im Innern beanspruchten Halbscheibe. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 1932, B. 12, H. 6.
5. Tsytovich N.A. Mekhanika gruntov. [Soil mechanics]. Moscow, Gosstroizdat, 1963, 636 p.
6. Ter – Martirosian Z.G. Mekhanika gruntov. [Soil mechanics]. Moscow, ASV, 2009, 550 p.
7. Vialov S.S. Reologicheskie osnovy mekhaniki gruntov. [Rheological foundations of soil mechanics]. Moscow, Vysshiaia shkola, 1978, 447 p.
8. Frelikh O.K. Raspredelenie davlenii v grunte. [Pressure distribution in the soil]. Moscow, Stroizdat, 1933, 188 p.
9. Timoshenko S.P., Gud'er Dzh. Teoriia uprugosti [Elasticity theory]. Moscow, Nauka, 1975, 575 p.
10. Lomakin V.A. Teoriia uprugosti neodnorodnykh tel. [Elasticity theory of inhomogeneous bodies]. Moscow, MGU, 1976, 367 p.
11. Mindlin R. Force at Point in the Interior of a Semi Infinite Solid // *Physics*, 1936.
12. Liav A. Matematicheskaia teoriia uprugosti [Mathematical elasticity theory]. *ONTI*, 1935, 674 p.
13. Boussinesq Y. Application des potentiels a l'etude de l'equilibre et du mouvement de Solides elastiques. Paris, 1885.