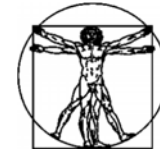


DOI: 10.15593/RZhBiomeh/2017.2.07  
УДК 531/534: [57+61]



**Российский  
Журнал  
Биомеханики**  
www.biomech.ru

## КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОТОКА КРОВИ ПРИ НАЛИЧИИ СОСУДИСТЫХ ПАТОЛОГИЙ

**В.П. Трегубов, Н.К. Жуков**

Кафедра моделирования электромеханических и компьютерных систем Санкт-Петербургского государственного университета, Россия, 198504, Санкт-Петербург, Университетский проспект, 35, e-mail: v.tregubov@spbu.ru, nzhukov@gmail.com

**Аннотация.** Патологические изменения в кровеносных сосудах очень часто являются причиной таких тяжелых случаев, как инсульт, инфаркт миокарда, легочная эмболия и т.д. Современные неинвазивные методы диагностики не позволяют определить необходимые количественные характеристики измененного потока крови. Некоторые параметры может установить зондовая диагностика, но она вносит в характеристики потока существенные искажения. В этой ситуации все больше возрастает роль компьютерных моделей, которые позволяют не только установить качественные изменения пульсирующего потока, но и получить его количественные характеристики. В связи с этим и была поставлена задача компьютерного моделирования течения крови в зонах патологических изменений кровеносных сосудов. Для моделирования крови была выбрана степенная модель неньютоновской жидкости, которая в целом ряде публикаций признана как в большей степени отражающая реологические свойства крови. Пульсовый характер изменения поля скоростей на входе в рассматриваемые участки сосудов представлен в виде части параболоида вращения, высота которой изменяется в соответствии с пульсовым режимом потока. Более того, для учета физико-химического взаимодействия клеток крови со стенкой сосуда в качестве граничного условия предлагается использовать так называемый режим полупроскальзывания. В качестве объектов моделирования были выбраны четыре вида сосудистых патологий: мешотчатая аневризма, фузиформная аневризма, стеноз и бляшка. Их геометрические модели были построены при помощи пакета *ABAQUS* с использованием инструментов «фигура вращения» (*revolved solid*) и «фигура выдавливания» (*extruded solid*). Расчет количественных характеристик течения крови методом конечных элементов и визуализация результатов также выполнялись в системе *ABAQUS*. В результате были получены распределения давления и скорости течения крови с шагом по времени 0,01 с в каждом узле вычислительной сетки. В качестве примеров на рисунках приведены наиболее интересные моменты распределения давления в зонах патологий, а также образования вихря в аневризме.

**Ключевые слова:** компьютерное моделирование, поток крови, неньютоновская жидкость, стеноз, аневризма, бляшка.

---

© Трегубов В.П., Жуков Н.К., 2017

Трегубов Владимир Петрович, д.ф.-м.н., профессор кафедры моделирования электромеханических и компьютерных систем, Санкт-Петербург

Жуков Николай Константинович, магистрант кафедры моделирования электромеханических и компьютерных систем, Санкт-Петербург

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время методы компьютерного моделирования широко используются в исследованиях процесса гемодинамики [3]. Основная трудность при этом состоит в сложной внутренней структуре крови, а также в сложной структуре пульсирующего потока крови в артериях. Как известно, кровь состоит из плазмы, содержащей 93 % воды, и клеток крови (форменных элементов) – эритроцитов, лейкоцитов, тромбоцитов и моноцитов. Строго говоря, кровь представляет собой двухфазную среду, при этом она включает в себя деформируемые частицы со сложной внутренней структурой, механические свойства которых, к сожалению, мало изучены. Это не позволяет использовать известные модели двухфазных сред, и отдельные попытки описания крови как двухфазной среды содержали значительные упрощения [13, 20]. Наибольший относительный объем в составе крови составляют эритроциты (около 46 %), которые в значительной степени влияют на свойства крови и на структуру потока. В частности, эритроциты мигрируют по поперечному сечению, смещаясь ближе к оси сосуда. Тромбоциты, напротив, смещаются к стенке сосуда. Кроме того, эритроциты могут образовывать временные агрегаты в виде так называемых «монетных столбиков» (рис. 1), что также изменяет структуру потока и его свойства [18]. Особое внимание этому эффекту было уделено в работе [4]. Это обстоятельство свидетельствует о том, что кровь можно, хотя и с оговорками, рассматривать как жидкость только в тех сосудах, диаметр которых намного больше не только самих клеток, но и их агрегатов, причем жидкость должна обладать неньютоновскими свойствами, чтобы учесть, хотя бы частично, специфические свойства крови. Влияние неньютоновских свойств крови исследовалось, в частности, в работе [11]. В работе [7] проводилось численное исследование неньютоновского потока крови в зоне бифуркации. На неньютоновские свойства крови обращалось внимание и при моделировании течения крови в зонах сосудистых патологий. Так, в [8] анализировалось влияние неньютоновской вязкости на поток крови в больных артериях, однако лишь для стационарного случая. В работе [19] исследовалось взаимодействие неньютоновского потока с пористой бляшкой.

Следует, однако, отметить, что для неньютоновских жидкостей существует около двух десятков конкретных моделей, в которых формулируется соответствующий закон, связывающий тензор напряжений с тензором скоростей деформации. Поэтому адекватность модели в сильной степени зависит от выбора этого закона.

Наиболее полный обзор работ, посвященных различным аспектам моделирования, приводится в работе [5].

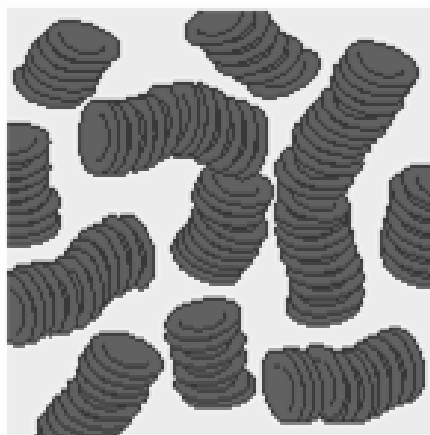


Рис. 1. Образование «монетных столбиков»

Что касается кровеносных сосудов, то следует отметить, что их механические свойства варьируются в широких пределах. В частности, стенки аорты являются достаточно жесткими и их можно считать недеформируемыми [14, 21]. По мере удаления от сердца стенки сосудов становятся все более мягкими и их деформируемость увеличивается. Однако для некоторых сосудов при решении ряда задач все еще сохраняется возможность не учитывать их деформируемость [10, 12, 15, 16]. В противном случае приходится прибегать к гидроупругой постановке задачи [22].

С учетом вышесказанного целью представленной работы было построить математическую модель течения крови в окрестностях сосудистых патологий, которая учитывала бы в должной мере неньютоновские свойства крови, пульсовый характер ее течения и специфику взаимодействия плазмы и клеток крови со стенкой сосуда.

### МОДЕЛИ ПОТОКА КРОВИ И СОСУДИСТЫХ ПАТОЛОГИЙ

В качестве объектов моделирования были выбраны четыре вида сосудистых патологий: мешотчатая аневризма, фузиформная аневризма, стеноз и бляшка. Как и в приведенных выше работах, стенки сосудов считались недеформируемыми.

Кровь рассматривалась как неньютоновская жидкость, для которой уравнение неразрывности и уравнение движения можно записать следующим образом

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = 0, \quad (1)$$

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \nabla \cdot (-p\mathbf{I} + \mathbf{T}), \quad (2)$$

где  $\mathbf{v}$  – скорость жидкости;  $\rho$  – плотность;  $p$  – давление;  $\mathbf{I}$  – единичный тензор и  $\mathbf{T}$  – тензор напряжений.

В качестве конкретного реологического соотношения был выбран степенной закон зависимости тензора напряжений от тензора скоростей деформаций, а именно

$$\mathbf{T} = 2k |I_2|^{\left(\frac{n-1}{2}\right)} \mathbf{D}, \quad (3)$$

где  $I_2$  – второй главный инвариант тензора напряжений;  $k$  и  $n$  – коэффициенты ( $n > 1$ ), являющиеся параметрами модели;  $\mathbf{D}$  – тензор скоростей деформации. Этот закон примечателен тем, что он способен описывать реологические свойства не только жидкостей, но и суспензий.

В качестве начальных условий для решения уравнений (1) и (2) при выполнении соотношения (3) выбирается состояние покоя при постоянном давлении, т.е.

$$\mathbf{v}|_{t=0} = 0 \text{ и } p|_{t=0} = p_0. \quad (4)$$

После того как процесс вычислений интересующих нас величин запускается, он продолжается до достижения устойчивого режима.

Для задания граничного условия на входе в рассматриваемый участок артерии было предложено задавать пульсирующее распределение скорости по поперечному сечению в виде части параболоида вращения (рис. 2). Высота этой части параболоида меняется во времени от нуля до максимального значения  $v_{\max}$  так, чтобы суммарный поток крови через это поперечное сечение в каждый момент времени был равен потоку, определяемому при клиническом обследовании пациента,

В цилиндрической системе координат  $r$ ,  $\varphi$ ,  $z$  это граничное условие можно записать следующим образом:

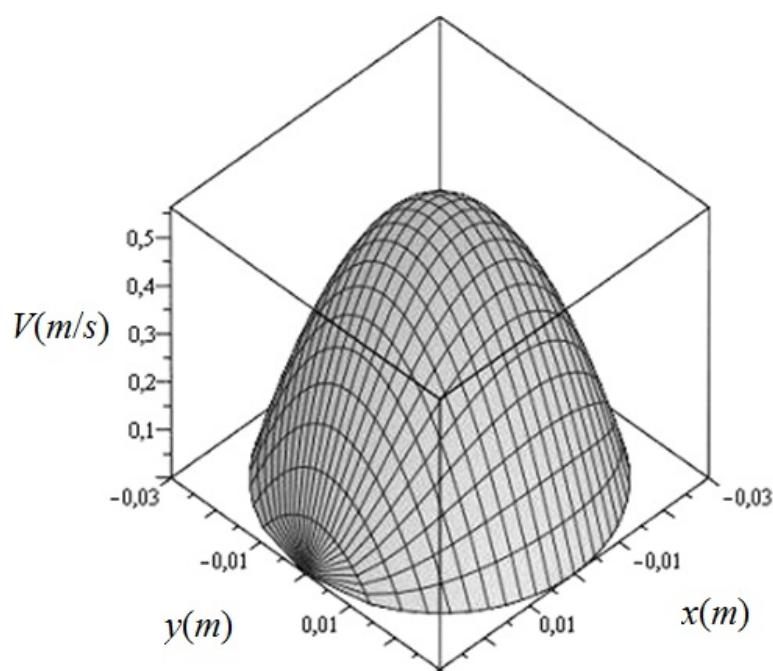


Рис. 2. Пространственное распределение скорости на входе

$$v(r, t)|_{\text{вх}} = -v_{\text{max}}(t) \left( \frac{r^2}{r_0^2} + 1 \right), \quad (5)$$

где  $r_0$  – радиус сосуда.

Для задания граничного условия на противоположном конце используется известный прием. Выходное поперечное сечение мысленно располагается настолько далеко, чтобы скорость и давление на нем были постоянными.

$$v|_{\text{вых}} = v_{\text{ср}} = \text{const} \text{ и } p|_{\text{вых}} = p_0 = \text{const}, \quad (6)$$

где  $p_0$  – средняя скорость потока.

Во-первых, такой подход оправдан, поскольку пульсовый характер течения ослабевает по мере удаления от сердца. Во-вторых, в этом случае не происходит «навязывания» характера распределения скорости и давления на реальном конце рассматриваемого участка.

При определении граничного условия на стенке сосуда следует отметить, что необходимо учитывать взаимодействие со стенкой не только плазмы крови, но и содержащихся в ней клеток крови. Известно, что стенка сосуда изнутри выстлана однослойным пластом из клеток эндотелия, через который осуществляются обменные процессы. Этот слой и препятствует оседанию доминирующих в пристенном слое тромбоцитов на стенках сосудов, а тромбы образуются в местах разрушения эндотелия. В противном случае упомянутые обменные процессы были бы блокированы, тромбоциты образовали бы сплошной слой нарастающей толщины. В результате жизнь новорожденного продолжалась бы несколько часов.

Сомнения в справедливости условий прилипания для кровеносных сосудов высказывались еще С.А. Регирером и его коллегами [1, 2]. В работе [6] условия полупроскальзывания также предлагается использовать в качестве граничного условия при моделировании потока крови. Следует также отметить, что это граничное условие

применяется и для других случаев течения жидкостей [9, 23], в том числе идеальных [17, 24, 25].

Существует несколько видов аналитического задания условия частичного проскальзывания. Мы использовали линейный случай такого задания:

$$v_{wall} = b \frac{dv_x}{dy}.$$

В этом случае продольная составляющая скорости уменьшается при приближении к стенке сосуда до некоторого наперед заданного значения  $v_0$  (рис. 3), которое и является граничным условием на стенке, т.е.

$$v(r_0, \varphi, t) = v_0. \quad (7)$$

Степень полупроскальзывания характеризуют параметром  $b$ , который является расстоянием от стенки до точки пересечения касательной к огибающей линии профиля скорости с осью  $y$ , как показано на рис. 3.

Таким образом, система дифференциальных уравнений (1) и (2) с учетом соотношения (3) в сочетании с начальными (4) и граничными условиями (5), (6) составляет математическую постановку задачи о течении пульсирующего потока крови.

Для построения механических моделей перечисленных выше сосудистых патологий использовался программный пакет *ABAQUS*, схема работы которого приведена на рис. 4. Он позволяет создавать сложную геометрию сосудов без использования сторонних систем автоматизированного проектирования продуктов. Для этого сначала были созданы вспомогательные элементы: сфера и цилиндр с помощью инструментов «фигура вращения» (*revolved solid*) и «фигура выдавливания» (*extruded solid*). К полученным объектам была применена операция сложения, а затем на стыке – операция сглаживания. В результате были получены геометрические модели мешотчатой и фузиформной аневризмы, стеноза и атеросклеротической бляшки, на которые затем накладывались объемные вычислительные сетки.

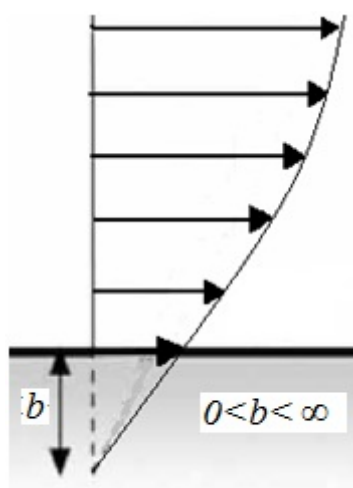


Рис. 3. Профиль скорости при режиме полупроскальзывания на стенке сосуда

Рис. 4. Схема работы пакета *ABAQUS*

### РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА И ИХ АНАЛИЗ

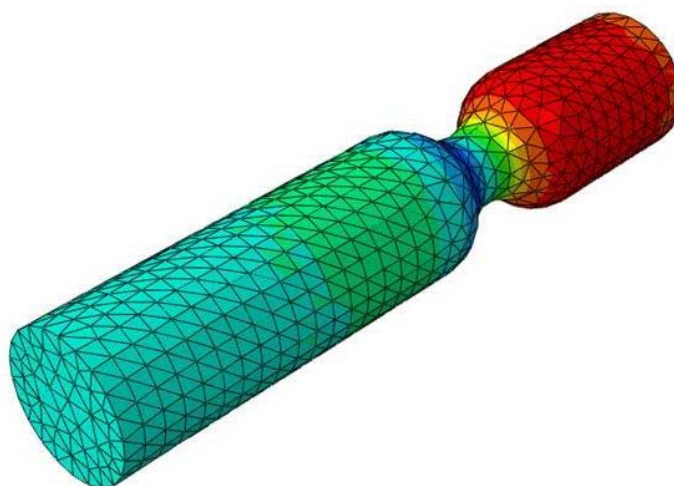
Численный расчет течения крови, определяемого уравнениями (1) и (2), осуществлялся методом конечных элементов с использованием упомянутого выше пакета *ABAQUS*. Для этого предварительно задавались реологические свойства крови, определенные соотношением (3), начальные условия (4) и граничные условия по формулам (5)–(7).

В результате проведенных расчетов были получены распределения скорости и давления в каждом узле вычислительной сетки с шагом по времени 0,01 с в течение одного пульсового периода. Наиболее интересные результаты были получены в момент времени  $t = 0,5$  с, который соответствует максимальному значению потока крови.

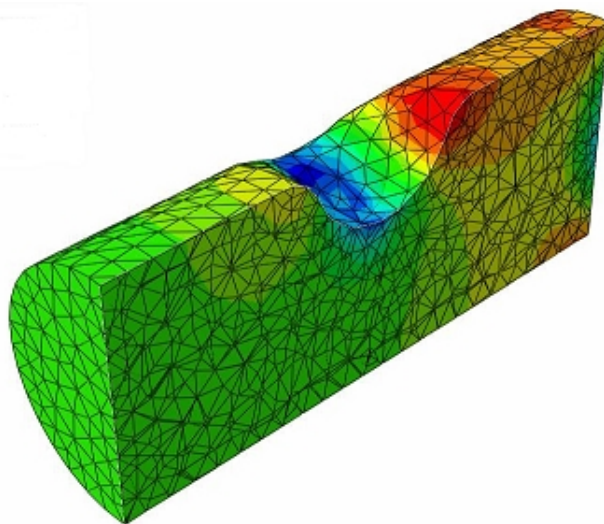
В частности, в стенозированном сосуде интерес представляет распределение давления в потоке крови (рис. 5, а). Перед зоной сужения оно повышается до максимального значения, падает в зоне сужения и достигает минимального значения перед расширением. После выхода из зоны сужения появляется зона незначительного повышения давления, соответствующая пульсовому режиму, что свидетельствует об ослаблении пульсового характера потока.

При наличии бляшки распределение давления более сложное и не столь ожидаемое, как в зоне стеноза (рис. 5, б). Давление возрастает в небольшой зоне потока перед бляшкой, потом падает при огибании бляшки до минимума и возрастает до средних значений после ее огибания.

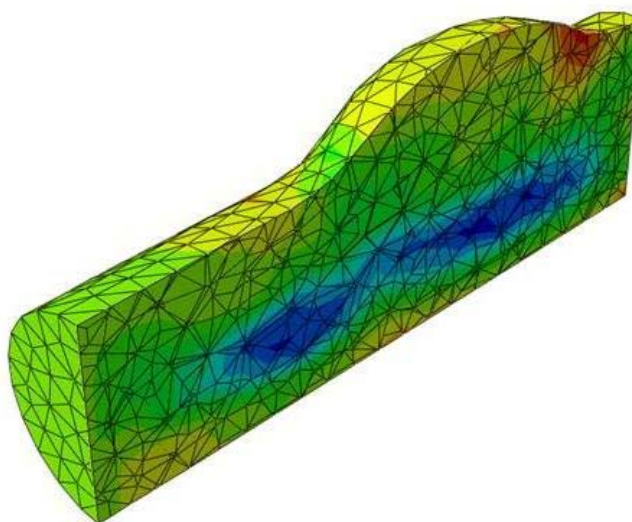
При моделировании потока в зоне фузиформной аневризмы обнаружено появление области пониженного давления под осевой линией сосуда (рис. 5, в). В случае мешотчатой аневризмы наблюдается вихрь, занимающий всю область патологии (рис. 6). Его зарождение начинается в момент времени, равный 0,3 с, что соответствует моменту смены знака производной функции потока на входе в артерию. Вихрь развивается в течение 0,2 с и затем исчезает. Кроме того, в пристеночном слое возникают кратковременные обратные токи крови. Внутри самой аневризмы наблюдается повышенное давление, что само по себе вполне ожидаемо (рис. 5, г). Однако наличие небольших зон пониженного давления до и после бляшки свидетельствует о весьма опасном перепаде давления по сравнению с остальным сосудом, что в реальности может привести к прорыву его стенки.



*a*



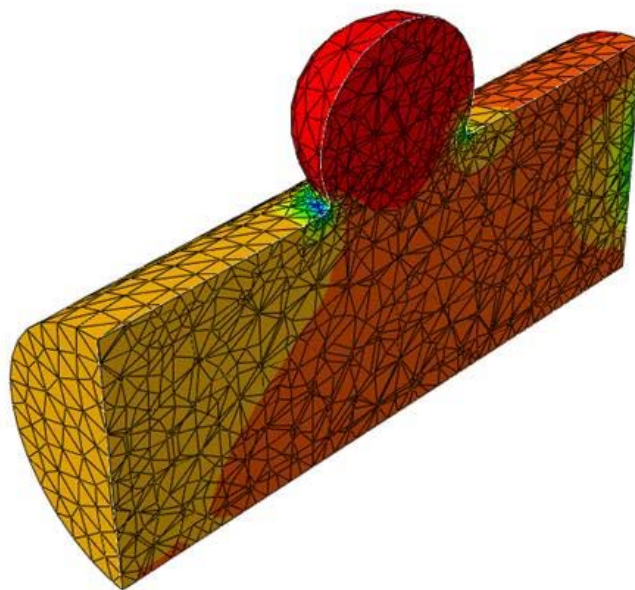
*б*



*в*

Рис. 5. Распределение давления в области стеноза (*a*), бляшки (*б*), мешотчатой аневризмы (*в*), фузиформной аневризмы (*д*) при  $t = 0,5$  с





д

Рис. 5. Окончание

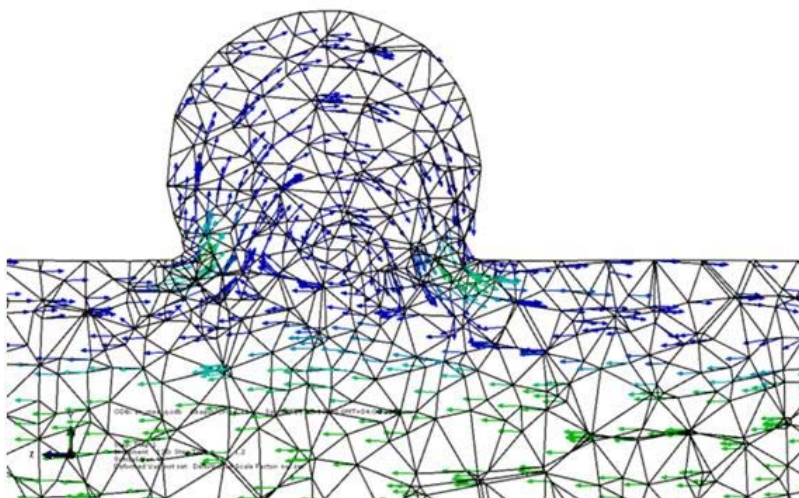


Рис. 6. Наличие вихря в зоне мешотчатой аневризмы

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, разработанная математическая модель течения крови в окрестностях сосудистых патологий позволяет получить более адекватное представление о характере течения крови за счет учета ее неньютоновских свойств, предложенного способа задания пульсового режима и использования режима полупроскальзывания при взаимодействии крови со стенкой сосуда. Следует отметить, что в приведенных рисунках представлено только несколько частных примеров полученных результатов в отдельные моменты времени, иллюстрирующих работу предложенной модели в условиях нескольких видов сосудистой патологии. Несмотря



на идеализированные формы патологий, модели дают не только качественное представление о характере течения, но и позволяют получить количественные характеристики потока. При этом они предполагают возможность изменения геометрических форм патологий, приближая их к реальным формам конкретных пациентов, полученных при их обследовании.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Регирер С.А. О моделях биологических сплошных сред // Прикладная математика и механика. – 1982. – Т. 46, № 4. – С. 531–542.
2. Регирер С.А., Левтов В.А., Шадрин Н.Х. Реология крови. – М.: Медицина, 1982. – 272 с.
3. Скобцов Ю.А., Родин Ю.В., Оверко В.С. Моделирование и визуализация поведения потоков крови при патологических процессах. – Донецк, 2008. – 212 с.
4. Baskurt O.K., Meiselman H.J. Blood rheology and haemodynamics // Seminars in thrombosis and hemostasis. – 2003. – Vol. 29, № 5. – P. 435–445.
5. Bessonov N., Sequeira A., Simakov S., Vassilevski Yu., Volpert V. Methods of blood flow modelling // Mathematical modelling of natural phenomena. – 2016. – Vol. 11, № 1. – P. 1–25.
6. Buick J.M., Cosgrove J.A., Tonge S.J., Mulholland A.J., Steves B.A., Collins M.W. The Lattice Boltzmann equation for modelling arterial flows: review and application. // Proceedings of the 4<sup>th</sup> International congress on progress in bioengineering and the vascular endothelium basic and clinical aspects. – Pisa-San Romano, Italy, 2002.
7. Chen J., Lu X.-Y. Numerical investigation of the non-Newtonian blood flow in a bifurcation model with non-planar branch // Journal of Biomechanics. – 2004. – Vol. 37, № 12. – P. 1899–1911.
8. Cho Y.I., Kensey K.R. Effects of the non-Newtonian viscosity of blood on flows in a diseased arterial vessel. Part 1: Steady flows // Biorheology. – 1991. – Vol. 28. – P. 241–262.
9. Craig V.C.J., Neto C., Williams D.R.M. Shear-dependent boundary slip in an aqueous Newtonian fluid // Physical Review Letters. – 2001. – Vol. 87, № 5. P. 1–4.
10. Fung Y.C. Biomechanics circulation. – New York, 1997. – 572 p.
11. Gijssen F.J.H., Allanic E., Van De Vosse F.N., Janssen J.D. The influence of the non-Newtonian properties of blood on the flow in large arteries: unsteady flow in a 90° curved tube // Journal of Biomechanics. – 1999. – Vol. 32. – P. 705–713.
12. Hoogstraten H.W., Kootstra J.G., Hillen B., Krijger J.K.B., Wensing P.J.W. Numerical simulation of blood flow in an artery with two successive bends // Journal of Biomechanics. – 1996. – Vol. 29, № 8. – P. 1075–1083.
13. Jung J., Lyczkowski R.W., Panchal C.B., Hassanein A. Multiphase haemodynamic simulation of pulsative flow in a coronary artery // Journal of Biomechanics. – 2006. – Vol. 39, № 20. – P. 64–73.
14. Numata S., Itatani K., Kanda K., Doi K., Yamazaki S., Morimoto K., Manabe K., Ikemoto K., Yaku H. Blood flow analysis of the aortic arch using computational fluid dynamics // European Journal of Cardio-Thoracic Surgery. – 2016. – Vol. 49, № 6. – P. 1–8.
15. Papaharilaou Y., Doorly D.J., Sherwin S.J. The influence of out-in-plane geometry on pulsative flow within a distal end-to-side anastomosis // Journal of Biomechanics. – 2002. – Vol. 35, № 9. – P. 1225–1239.
16. Ravensbergen J., Krijger J.K.B., Hillen B., Hoogstraten H.W. The influence of the angle of confluence on the flow in a vertebro-basilar junction model // Journal of Biomechanics. – 1996. – Vol. 29, No, 3. – P. 281–299.
17. Robertson I., Sherwin S.J., Graham J.M.R. Comparison of the wall boundary condition for numerical viscous free surface flow simulation. – UK: Elsevier Science, 2004. – 31 p.
18. Schmid-Schonbein H. Rheological properties of human erythrocytes and their influence upon anomalous viscosity of blood // Physiology Review. – 1971. – Vol. 63. – P. 147–219.
19. Shojaeizadeh M., Yeganegi A.R. Effects of the non-Newtonian viscosity of blood on flow field in a constricted artery with a porous plaque // Science and Engineering Investigations. – 2015. – Vol. 14, № 38. – P. 15–18.
20. Srivastava V.P. Two-phase model of blood flow through stenosed tubes in the presence of a peripheral layer: applications // Journal of Biomechanics. – 1996. – Vol. 29, № 10. – P. 1377–1382.
21. Tokuda Y., Song M.H., Ueda Y., Usui A., Akita T., Yoneyama S., Maruyama S. Three-dimensional numerical simulation of blood flow in the aortic arch during cardiopulmonary bypass // European Journal of Cardio-thoracic Surgery. – 2008. – Vol. 33. – P. 164–167.
22. Tregubov V. Mathematical modelling of biological fluid flows. Selected papers of the Int. Conf. on Computer Technologies in Physical and Engineering Applications. – Saint Petersburg, IEEE, 2014. – P. 193–194.

23. Tretheway D.C., Zhu L., Petzold L., Meinhart C.D. Examination of the slip boundary condition by  $\mu$ -PIV and lattice Boltzmann simulations // Proceedings of IMECE' 2002. – New Orleans, Louisiana, USA, 2002. – P. 1–6.
24. Yong Peng. Lattice Boltzmann simulation of environmental flow problems in shallow water flows. – Ph.D. Thesis. Liverpool, 2012. – 133 p.
25. Zhou J.G. Lattice Boltzmann methods for shallow water flows. – Berlin, Heidelberg: Springer, 2004. – 112 p.

## COMPUTER SIMULATION OF THE BLOOD STREAM WITH AVAILABILITY OF VESSEL PATHOLOGIES

V.P. Tregubov, N.K. Zhukov (Saint-Petersburg, Russia)

Pathological changes in blood vessels are very often the cause of rigorous cases such as stroke, heart attack, pulmonary embolism, etc. Modern non-invasive diagnostic methods do not allow determining the required quantitative characteristics of the modified blood flow. The probe diagnostics can determine some parameters, but it introduces essential distortions to the flow characteristics. In this situation, the role of computer models that allow us not only to determine a qualitative change of pulsating flow, but also to obtain its quantitative characteristics, is noticeably growing. In this regard, the task was to construct a computer model to determine the quantitative characteristics of blood flow in zones of pathological changes of the blood vessels. We chose the power model for non-Newtonian fluid for the simulation of blood. The number of authors acknowledged this kind of liquids as largely reflecting the rheological properties of blood. The pulse nature of the velocity field change at the inlet to the considered vessel areas is presented in the form of a paraboloid of rotation, the height of which is changed according to the pulse regime of the stream. Moreover, to account for the physical-chemical interaction of blood cells with the vessel wall as boundary conditions we proposed to use the so-called semi-slip condition. We considered four cases of vascular pathology: saccular aneurysm, fusiform aneurysm, stenosis, and plaque as the modelling objects. Their geometric model was built using the package *ABAQUS* with the tools "revolved solid" and "extruded solid". The calculation of the quantitative characteristics of blood flow by the finite element method and visualization of results were also carried out in the *ABAQUS* system. The result was the pressure and speed of blood flow with a time step of 0.01 s at each node of the computational mesh. The most interesting moments of the pressure distribution in the pathology areas, as well as vortex generation in the saccular aneurysm are illustrated as examples.

**Key words:** computer simulation, blood flow, non-Newtonian liquid, stenosis, aneurysm, plaque.

*Получено 2 марта 2017*