

Радченко В.П., Морозов А.П., Саушкин М.Н. Стохастическая модель для расчета остаточных напряжений в поверхностно упрочненном полом цилиндре в условиях ползучести // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2017. – № 1. – С. 181–207. DOI: 10.15593/perm.mech/2017.1.11

Radchenko V.P., Morozov A.P., Saushkin M.N. A stochastic model for the residual stresses calculation in the surface-hardened hollow cylinder under creep. *PNRPU Mechanics Bulletin*. 2017. No. 1. Pp. 181-207. DOI: 10.15593/perm.mech/2017.1.11



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА

№ 1, 2017

PNRPU MECHANICS BULLETIN

<http://vestnik.pstu.ru/mechanics/about/inf/>



DOI: 10.15593/perm.mech/2017.1.11

УДК 539.376:539.4.014.13

СТОХАСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ РАСЧЕТА ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ПОВЕРХНОСТНО УПРОЧНЕННОМ ПОЛОМ ЦИЛИНДРЕ В УСЛОВИЯХ ПОЛЗУЧЕСТИ

В.П. Радченко, А.П. Морозов, М.Н. Саушкин

Самарский государственный технический университет, Самара, Россия

О СТАТЬЕ

Получена: 04 декабря 2016 г.
Принята: 25 марта 2017 г.
Опубликована: 30 марта 2017 г.

Ключевые слова:

поверхностное пластическое упрочнение, пневмодробеструйная обработка, полой цилиндр, остаточные напряжения, стохастическая модель, ползучесть, экспериментальные данные.

АННОТАЦИЯ

Предложена стохастическая модель для расчета остаточных напряжений в поверхностно упрочненном полом цилиндре в условиях ползучести при осевом растяжении. Выполнен цикл экспериментальных исследований для определения распределения деформации ползучести по длине упрочненного образца из сплава Д16Т при температуре 125 °С при четырех условиях растягивающего напряжения: 353; 385; 406.2; 420 МПа. Установлен существенный разброс деформации ползучести локальных участков, деформации которых могут отличаться друг от друга в 3–4 раза. Предложены феноменологические стохастические уравнения ползучести и выполнена проверка их адекватности экспериментальным данным.

Разработана методика численного решения стохастической краевой задачи ползучести поверхностно упрочненных изделий, реализованная для полого цилиндра из сплава Д16Т в условиях осевого растяжения. Теоретически исследована релаксация остаточных напряжений в полом цилиндре и получены статистические оценки для полей остаточных напряжений в процессе ползучести в различные моменты времени. Приводятся доверительные интервалы для компонент тензора остаточных напряжений в процессе ползучести образца в различные временные сечения. Выполнены экспериментальные исследования по влиянию растягивающей нагрузки на релаксацию остаточных напряжений в полом цилиндрическом образце из сплава Д16Т. Приводятся финишные экспериментальные диаграммы для осевой и окружной компонент тензора остаточных напряжений после процесса ползучести длительностью от 83 до 166 часов. Теоретические и экспериментальные исследования позволили сделать вывод о практически полной релаксации остаточных напряжений в исследуемых цилиндрических образцах вследствие ползучести в условиях растяжения в течение 100–160 часов. Обсуждаются вопросы применимости метода колец и полосок для экспериментального определения остаточных напряжений в условиях существенного разброса данных при ползучести и интенсивной релаксации остаточных напряжений.

© ПНИПУ

© Радченко Владимир Павлович – доктор физико-математических наук, профессор, e-mail: radch@samgtu.ru
Морозов Андрей Павлович – аспирант, e-mail: andre15@inbox.ru
Саушкин Михаил Николаевич – кандидат физико-математических наук, доцент, e-mail: saushkin.mn@samgtu.ru

Vladimir P. Radchenko – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, e-mail: radch@samgtu.ru
Andrey P. Morozov – Postgraduate Student, e-mail: andre15@inbox.ru
Mikhail N. Saushkin – PhD in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, e-mail: saushkin.mn@samgtu.ru

A STOCHASTIC MODEL FOR THE RESIDUAL STRESSES CALCULATION IN THE SURFACE-HARDENED HOLLOW CYLINDER UNDER CREEP

V.P. Radchenko, A.P. Morozov, M.N. Saushkin

Samara State Technical University, Samara, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 04 December 2016
Accepted: 25 March 2017
Published: 30 March 2017

Keywords:

surface plastic hardening, air shot blasting, a hollow cylinder, residual stresses, stochastic model, creep, experimental data.

ABSTRACT

We suggest a new stochastic model to calculate the residual stresses in the surface-hardened hollow cylinder under the creep conditions with axial tension. A set of experimental studies was carried out to determine the creep strain distribution along the hardened specimen made of D16T alloy at a temperature of 125 C degrees under four modes of tension stresses: 353; 385; 406.2; 420 MPa. We found an essential variation of the creep strains in the local sections which strains may differ from each other by three or four times. The phenomenological stochastic creep equations are suggested; the compliance of these equations with the experimental data is examined.

The computational method for solving the stochastic boundary value problem for the surface-hardened products is developed and realized for the hollow cylinder made of D16T alloy under axial tension. The relaxation of residual stresses in the hollow cylinder is theoretically studied. The longitudinal statistical estimates for the fields of residual stresses under the creep are obtained. We have shown the confidence intervals for the components of the residual stresses tensor of the specimen under creep at different time moments. It was experimentally studied how the tension load affects the residual stresses relaxation in the hollow cylindrical specimen made of D16T alloy. Final experimental diagrams for axial and circumferential components of the residual stresses tensor under creep for 83–166 hours have been given. The theoretical and experimental studies made it possible to make a conclusion about an almost full relaxation of the residual stresses in the cylindrical specimens because of creep at tension conditions during 100–160 hours. The applicability of the rings and strips method for the experimental data variation under the creep and intensive relaxation of residual stresses is discussed.

© PNRPU

В спектре технологических методов повышения ресурса деталей и элементов конструкций важную роль играют технологии поверхностного пластичного деформирования, направленные на улучшение физико-механических характеристик поверхности изделия. При этом основной положительный эффект от поверхностного пластического деформирования в первую очередь связан с наведенными сжимающими остаточными напряжениями в тонком поверхностном слое детали.

В течение уже полувека теоретическому и экспериментальному исследованиям формирования остаточных напряжений после процедуры упрочнения и их кинетики в процессе эксплуатации элементов конструкций уделяется большое внимание как отечественными учеными, так зарубежными исследователями. Так, в работах [1–6] заложены основы механики упрочненных конструкций, в [1, 2, 7–12] предложены экспериментальные методы определения остаточных напряжений после процедур упрочнения. Исследование влияния сжимающих остаточных напряжений на эксплуатационные характеристики при нормальных и умеренных температурах выполнено в публикациях [13–24], а в условиях высокотемпературной ползучести – в работах [25–32]. Подавляющее число перечисленных выше работ связано с сугубо экспериментальными подходами, позволяющими определить одну или две компоненты тензора остаточных напряжений. Остаточные пластические деформации определить крайне сложно, а при некоторых подходах невозможно. Математическое моделирование кинетики упрочненных конструкций при температурно-силовых нагрузках в условиях ползучести приводят к постановке краевых задач с начальным напряженно-деформированным состоянием, сформировавшимся после процедуры поверхностного пластического упрочнения.

В связи с изложенным это требует знания распределения полей остаточных напряжений по всему объему интегрирования. В работах [6, 33] предложен расчетно-экспериментальный метод оценки остаточных напряжений и пластических деформаций в сплошных упрочненных цилиндрических изделиях после упрочнения, который был обобщен на полые цилиндрические образцы [16] и плоские детали [31], а в исследованиях [27, 29–33] на его основе разработан метод решения краевых задач в условиях ползучести, позволяющий расчетным путем оценить кинетику напряженно-деформированного состояния упрочненных цилиндрических и плоских деталей. Однако решение этой задачи затрудняется тем, что деформации пластичности и ползучести при высоких температурах (даже при испытаниях образцов в лабораторных условиях) имеют существенный разброс данных не только в партии однотипных образцов, но и в пределах одного образца [34–40]. В связи с этим и поля остаточных напряжений в условиях ползучести также будут случайными функциями. Поэтому требуется разработка не только стохастических моделей реологического деформирования материалов, но и методов решения стохастических краевых задач ползучести упрочненных конструкций. И если в детерминированной постановке эти задачи находятся в стадии разработки и решены в некоторых частных случаях [6, 27, 29–33], то в стохастической постановке такого рода задачи вообще не рассматривались.

Целью данной работы является разработка стохастических моделей оценки остаточных напряжений в упрочненных полых цилиндрических образцах из сплава Д16Т в условиях ползучести при осевом растяжении и температуре 125 °С. Реализация данного подхода состоит из следующих этапов:

1) анализ экспериментальных стохастических полей деформаций ползучести в полых поверхностно упрочненных цилиндрических образцах из сплава Д16Т в условиях осевого растяжения при температуре 125 °С на основе данных исследования [40];

2) построение феноменологических стохастических уравнений ползучести для одноосного и сложного напряженных состояний и их экспериментальная проверка применительно к сплаву Д16Т ($T = 125$ °С);

3) разработка методики численного решения стохастической краевой задачи ползучести поверхностно упрочненных изделий и его реализация для полого цилиндра из сплава Д16Т в условиях одноосного растяжения;

4) исследование процесса релаксации и получение статистических оценок полей остаточных напряжений в процессе ползучести полого цилиндра в различные временные сечения.

Отметим, что все дальнейшие исследования выполнены в рамках теории малых упруго-пластических деформаций, при этом использовался принцип аддитивности для полной деформации: она представлялась в виде суммы упругих деформаций, пластических деформаций и деформаций ползучести. Под пластической деформацией понимаются только остаточные пластические деформации после процедуры упрочнения. Отделение упругой деформации и деформации ползучести, развивающейся во времени, производится стандартным образом в экспериментах при длительных температурно-силовых выдержках образцов.

1. Анализ одномерных стохастических полей деформации ползучести в полых упрочненных цилиндрических образцах из сплава Д16Т ($T = 125$ °С)

Исходной информацией для построения стохастической модели ползучести являлись экспериментальные данные, полученные в работе [40]. В этой работе, учитывая техническую сложность и длительность испытаний на ползучесть, отдельно неупрочненные образцы для

фиксации реологической деформации не испытывались, а исследования на ползучесть цилиндрических образцов производились в состоянии упрочнения. Предполагалось, что ползучесть упрочненного и неупрочненного образцов в осевом направлении будет практически одинакова, поскольку упрочненный слой является тонким (200–400 мкм) и мало влияет на жесткость образца. Кроме этого, использовалась обоснованная в [36] гипотеза о том, что деформации пластичности и ползучести развиваются независимо друг от друга. Поэтому пластические деформации, наведенные в тонком упрочненном слое, не оказывают влияния на образование и развитие деформации ползучести в упрочненном растягиваемом образце.

Исследованию подвергались цилиндрические образцы диаметром 15 мм с отверстием диаметром 5 мм и рабочей частью 60 мм, изготовленные из алюминиевого сплава Д16Т и упрочненные на пневмодробеструйной установке. Для упрочнения использовались стальные шарики диаметром 1,5–2 мм. Длительность процедуры составляла 10 мин при давлении воздуха 0,2 МПа. Перед началом испытаний, чтобы определить разброс деформации ползучести по длине образца, на его рабочей части вдоль образующей наносились метки (производилось кернение), по которым затем измеряли длины участков перед испытаниями и в процессе испытаний через различные промежутки времени. Метки были пронумерованы цифрами 1, 2, ..., 10. В процессе исследования измерялись длины участков между следующими метками: 1–2, 1–3, ..., 1–10 в определенные моменты времени. В эти моменты снималась нагрузка, образец охлаждался, и на инструментальном микроскопе УИМ-23 осуществлялось измерение длины каждого участка. Далее образец снова помещался в испытательную машину, нагревался до температуры 125 °С, к нему прикладывалась нагрузка, и процесс ползучести продолжался. Подобная схема испытаний не приводит к погрешностям, поскольку деформация ползучести сплава Д16Т полностью необратима и при разгрузках наблюдается только упругая деформация (отсутствует обратная ползучесть). По описанной программе было исследовано четыре образца при различных значениях осевых напряжений. Рабочая область образцов № 1–3 была разбита на девять участков; образца № 4 – на семь. Растягивающее напряжение при испытании на ползучесть образца № 1 $\sigma_{z_0} = 353$ МПа, образца № 2 – $\sigma_{z_0} = 385$ МПа, образца № 3 – $\sigma_{z_0} = 406,2$ МПа, образца № 4 – $\sigma_{z_0} = 420$ МПа. Длительность испытания образца № 1 равнялась 100 часам, образца № 2 – 162 часам, образца № 3 – 166 часам, образца № 4 – 83 часам.

Поскольку в настоящей работе для дальнейших исследований нужны деформации участков между соседними метками, задающими деформацию ползучести $p_{i-(i+1)}$ локального участка $[i, i+1]$, то по экспериментальным данным работы [40] рассчитывались абсолютные удлинения участков $[i, i+1]$ и далее определялась деформация ползучести каждого участка по формуле $p(t) = \Delta l(t) / l_0$, где Δl – абсолютное удлинение участка; l_0 – первоначальная длина участка (перед испытаниями на ползучесть при $t = 0$). Для контроля строились и среднеинтегральные (по всей рабочей части образца) экспериментальные кривые деформации ползучести образцов № 1–4, при этом контролировалась сумма удлинений всех локальных участков и удлинение рабочей части образца.

На рис. 1–4 представлены экспериментальные кривые ползучести локальных участков для всех четырех образцов, а на рис. 5 – их среднеинтегральные кривые ползучести. Анализ рис. 1–4 свидетельствует о существенном разбросе деформации ползучести локальных участков в пределах одного образца. Так, деформации отдельных реализаций могут отличаться друг от друга в 3–4 раза, в отличие от среднеинтегральных кривых ползучести однотипных образцов одной партии, где разброс обычно составляет 20–50 % [37, 38, 40].

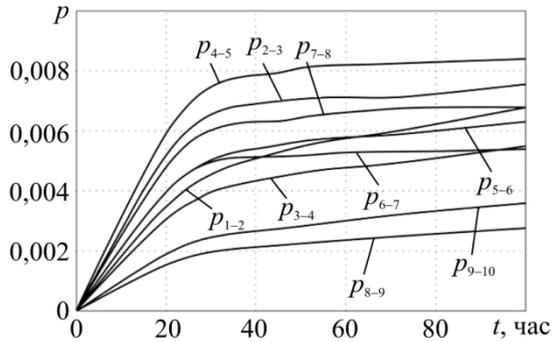


Рис. 1. Кривые ползучести участков образца № 1 из сплава Д16Т при $\sigma_{z0} = 353$ МПа
Fig. 1. Creep curves of sections in sample Nr. 1 made of D16T alloy under $\sigma_{z0} = 353$ МПа

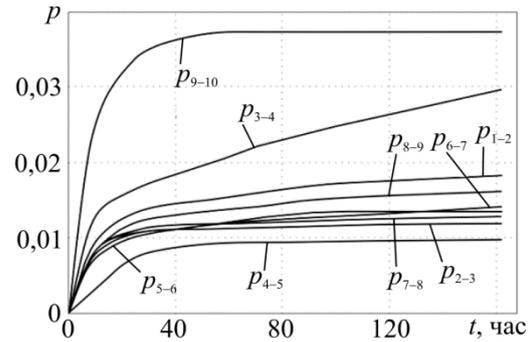


Рис. 2. Кривые ползучести участков образца № 2 из сплава Д16Т при $\sigma_{z0} = 385$ МПа
Fig. 2. Creep curves of sections in sample Nr. 2 made of D16T alloy under $\sigma_{z0} = 385$ МПа

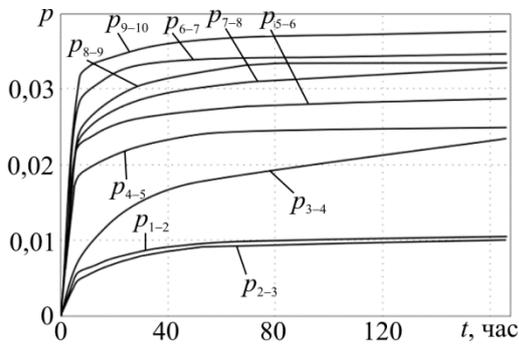


Рис. 3. Кривые ползучести участков образца № 3 из сплава Д16Т при $\sigma_{z0} = 406,2$ МПа
Fig. 3. Creep curves of sections in sample Nr. 3 made of D16T alloy under $\sigma_{z0} = 406,2$ МПа

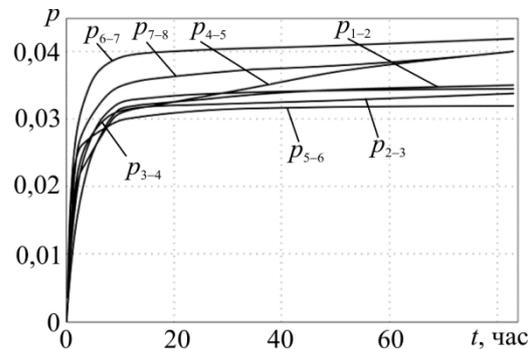


Рис. 4. Кривые ползучести участков образца № 4 из сплава Д16Т при $\sigma_{z0} = 420$ МПа
Fig. 4. Creep curves of sections in sample Nr. 4 made of D16T alloy under $\sigma_{z0} = 420$ МПа

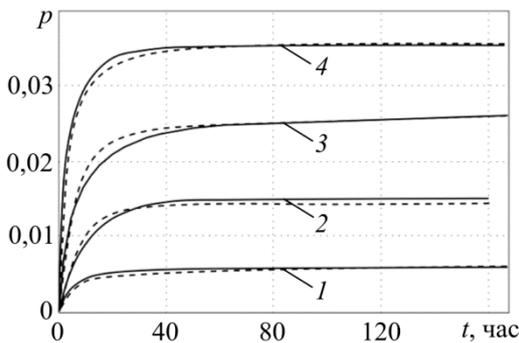


Рис. 5. Среднеинтегральные экспериментальные (сплошные линии) и расчётные (штриховые линии) кривые ползучести сплава Д16Т при температуре 125 °С: 1 – $\sigma_{z0} = 353$ МПа; 2 – $\sigma_{z0} = 385$ МПа; 3 – $\sigma_{z0} = 406,2$ МПа; 4 – $\sigma_{z0} = 420$ МПа

Fig. 5. Average integral experimental (solid lines) and calculated (dotted lines) creep curves of D16T alloy at the temperature of 125 °С. Number 1 shows $\sigma_{z0} = 353$ МПа; 2 shows $\sigma_{z0} = 385$ МПа; 3 shows $\sigma_{z0} = 406,2$ МПа; 4 shows $\sigma_{z0} = 420$ МПа

2. Построение стохастической модели ползучести сплава Д16Т ($T = 125$ °С)

При построении стохастической модели ползучести используем подход, предложенный Ю.П. Самариным [37], согласно которому стохастический вариант реологических соотношений строится на основе обобщения соответствующей детерминированной модели с заменой части детерминированных параметров на случайные: они и будут характеризовать индивидуальность деформации ползучести в пределах локального участка. Однако

процедура выбора случайных параметров и их количества в [37] не формализована и в каждом конкретном случае соответствующие решения принимаются на основе анализа экспериментальных данных.

Таким образом, первым этапом является построение детерминированных соотношений ползучести – в нашем случае для сплава Д16Т при температуре 125 °С. Для этой цели воспользуемся среднеинтегральными экспериментальными кривыми, представленными на рис. 5 сплошными линиями. Из анализа графиков на рис. 5 следует, что кривые ползучести имеют только первую и вторую стадии. Второй особенностью ползучести этого сплава является отсутствие обратимой деформации при полной разгрузке образца. Чтобы построить детерминированную модель, используем теорию ползучести, предложенную Ю.П. Самариним [41], которая для одноосного напряженного состояния (то есть при отсутствии обратимой компоненты деформации ползучести после полной разгрузки) для первых двух стадий имеет вид

$$\begin{aligned} p(t) &= v(t) + w(t); \\ v(t) &= \sum_{k=1}^s v_k(t); \\ \dot{v}_k(t) &= \begin{cases} \lambda_k \left[a_k \left(\frac{\sigma(t)}{\sigma^*} \right)^n - v_k(t) \right], & a_k \left(\frac{\sigma(t)}{\sigma^*} \right)^n > v_k, \\ 0, & a_k \left(\frac{\sigma(t)}{\sigma^*} \right)^n \leq v_k, \end{cases} \\ \dot{w}(t) &= c \left(\frac{\sigma(t)}{\sigma^*} \right)^m, \end{aligned} \quad (1)$$

где $v = v(t)$ – вязкопластическая компонента деформации ползучести $p = p(t)$ (описывает упрочнение на первой стадии ползучести при испытании образцов при длительных температурно-силовых постоянных нагрузках); $w = w(t)$ – деформация вязкого течения (в одноосном случае описывает деформирование образца с постоянной скоростью деформирования при постоянном растягивающем напряжении, т.е. описывает вторую стадию ползучести – установившуюся ползучесть); $c, m, \lambda_k, a_k, n, \sigma^*, s$ – параметры модели, методика определения которых описана в работах [41, 42] (σ^* – обезразмеривающий коэффициент, который выбирается, вообще говоря, произвольно исходя из удобства). Методика определения компонент $v(t)$ и $w(t)$ по известной кривой ползучести хорошо известна и изложена в [41].

В случае постоянного напряжения ($\sigma = \text{const}$) соотношения (1) нетрудно проинтегрировать и получить следующую аналитическую зависимость:

$$p(t) = \sum_{k=1}^s a_k \left(1 - e^{-\lambda_k t} \right) \left(\frac{\sigma}{\sigma^*} \right)^n + c \left(\frac{\sigma}{\sigma^*} \right)^m t. \quad (2)$$

Применяя методику работ [43, 44], определили значения параметров модели (1): $s = 1$; $a_k = a = 4,7 \cdot 10^{-20}$; $n = 11$; $c = 4,34 \cdot 10^{-23}$; $m = 10,787$; $\lambda_k = \lambda = 0,17$; $\sigma^* = 10$ МПа. Другими словами, первая стадия ползучести, которая определяется компонентой v в определяющих уравнениях (1), описывается одним экспоненциальным слагаемым в соот-

ношении (2). Расчетные значения по (2) при четырех уровнях растягивающих напряжений $\sigma_{z_0} = \{353; 385; 406,2; 420\}$ МПа приведены на рис. 5 штриховыми линиями. Из анализа данных на рис. 5 следует, что наблюдается хорошее соответствие расчетных и экспериментальных данных. Так, погрешность отклонения Δ расчетных данных от экспериментальных в норме

$$\Delta = \left[\frac{1}{4} \sum_{j=1}^4 \frac{\sum_{i=1}^n [p_i^j(t_i) - p_i^{*j}(t_i)]^2}{\sum_{i=1}^n [p_i^{*j}(t_i)]^2} \right]^{1/2} 100\%,$$

где $p_i^j(t_i)$ – расчетные, а $p_i^{*j}(t_i)$ – экспериментальные значения деформации ползучести в точках дискретизации $t = t_i$ ($i = \overline{1, n}$); n – число точек дискретизации; j – номер кривой ползучести ($j = \overline{1, 4}$), составляет 4,6 %.

Рассмотрим второй этап – построение стохастической модели на основании обобщения детерминированной модели (1). Для описания макронеоднородностей будем исходить из подхода, предложенного Ю.П. Самариным [37]. Согласно ему будем считать, что мы имеем достаточно длинный пруток, который изготавливается в течение достаточно длинного промежутка времени. Тогда этот «глобальный стержень» можно представить как образованный из последовательно изготовленных прутков фиксированной длины (локальные стержни). Если через x обозначить координату по оси «глобального стержня», а через $p(x)$ – исследуемую механическую характеристику (в нашем случае – деформацию ползучести), то влияние неоднородности можно учесть введением двух случайных величин в определяющие отношения (1), заменив детерминированные величины a и c на случайные A_1 и A_2 . В этом случае в пределах каждого локального стержня величины A_1 и A_2 будут принимать конкретные значения, но если выбирать местоположение локальных стержней по оси x случайно, то указанные величины по отношению к набору локальных образцов можно рассматривать как случайные.

В связи с вышеизложенным предлагается следующий вариант одномерной стохастической модели на основании обобщения детерминированных соотношений (1):

$$\begin{aligned} p(t) &= v(t) + w(t), \\ \dot{v}(t) &= \begin{cases} \lambda \left[A_1 \left(\frac{\sigma(t)}{\sigma^*} \right) - v(t) \right], & A_1 \left(\frac{\sigma(t)}{\sigma^*} \right)^n > v(t), \\ 0, & A_1 \left(\frac{\sigma(t)}{\sigma^*} \right)^n \leq v(t), \end{cases} \\ w(t) &= A_2 \left(\frac{\sigma(t)}{\sigma^*} \right)^m, \end{aligned} \quad (3)$$

где A_1 и A_2 – случайные величины; n , m , σ^* , λ – детерминированные величины, значения для которых берутся из детерминированной модели. Здесь учтено, что для описания первой стадии достаточно одного слагаемого для определения величины $v(t)$ в (1).

Структура (3) накладывает достаточно жесткие ограничения на отношение среднеквадратического отклонения к математическому ожиданию в зависимости от напряжения для каждой из случайных функций:

$$F_1(\sigma) = A_1 \left(\frac{\sigma(t)}{\sigma^*} \right)^n, \quad F_2(\sigma) = A_2 \left(\frac{\sigma(t)}{\sigma^*} \right)^m. \quad (4)$$

Если через $F(\sigma)$ обозначить любую из функций (4) и записать каноническое разложение случайной функции $F(\sigma)$ [43], ограничиваясь двумя членами, то получим

$$F(\sigma) = M[F(\sigma)] + S[F(\sigma)] \cdot u, \quad (5)$$

где u – нормированная случайная величина; $M[u] = 0$, $M[u^2] = 1$, $M[\cdot]$ и $S[\cdot]$ – операторы математического ожидания и среднеквадратического отклонения соответственно.

Представим (5) в следующем виде:

$$F(\sigma) = M[F(\sigma)] \left(1 + \frac{S[F(\sigma)]}{M[F(\sigma)]} u \right). \quad (6)$$

Очевидно, что при выполнении условия

$$\frac{S[F(\sigma)]}{M[F(\sigma)]} = \text{const} \quad (7)$$

соотношение (6) можно записать так:

$$F(\sigma) = u_1 M[F(\sigma)], \quad M[u_1] = 1, \quad (8)$$

где через u_1 обозначена случайная величина

$$u_1 = 1 + \frac{S[F(\sigma)]}{M[F(\sigma)]} u.$$

В свою очередь, из (8) с учетом конкретизации структуры функций $F_i(\sigma)$ ($i=1,2$) сразу же следует представление (3).

При постоянном напряжении из (3) можно сразу получить

$$p(t) = A_1 \left(\frac{\sigma}{\sigma^*} \right)^n (1 - e^{-\lambda t}) + A_2 \left(\frac{\sigma}{\sigma^*} \right)^m t, \quad (9)$$

где $n = 10,787$; $m = 11$, $\lambda = 0,17$; $\sigma^* = 10$, а A_1 и A_2 – случайные числа. Предположение (9) означает, что, варьируя случайные величины A_1 и A_2 , можно получить хорошее аналитическое приближение к любой реализации (кривой ползучести локального участка) при $\sigma = \text{const}$.

Экспериментальная проверка гипотезы (7) выполнена в работе [44] для сплавов ЖСБКП при температуре 900 °С и ЭИ698 при температуре 750 °С. Установлено, что в целом гипотеза (7) выполняется с удовлетворительной погрешностью.

Следующим этапом исследования является статистическое исследование по определению спектра значений случайных величин A_1 и A_2 на основании линейной регрессионной модели (9). Для этого используются экспериментальные кривые ползучести каждого из локальных участков цилиндрических образцов из сплава Д16Т при каждом из четырех

уровней напряжений. Поскольку первые три образца разбивались на девять участков, а четвертый – на семь участков, то были получены расчетным путем выборки из 34 значений случайных величин A_1 и A_2 .

Для получения статистической информации о случайных величинах A_1 и A_2 найдены их моменты первого и второго порядка: математическое ожидание и дисперсия, а также среднеквадратическое отклонение по известным формулам:

$$\begin{aligned} M[A_i] &= \frac{1}{T} \sum_{j=1}^T A_i^j, \\ D[A_i] &= \frac{1}{T-1} \sum_{j=1}^T (A_i^j - M[A_i])^2, \\ S[A_i] &= \sqrt{D[A_i]} \quad (i=1,2). \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь величина выборки случайных величин $T=34$. Выполненные расчеты дают следующие значения:

$$\begin{aligned} M[A_1] &= 4,43 \cdot 10^{-20}; & M[A_2] &= 1,42 \cdot 10^{-22}; \\ D[A_1] &= 2,39 \cdot 10^{-40}; & D[A_2] &= 1,30 \cdot 10^{-44}; \\ S[A_1] &= 1,55 \cdot 10^{-20}; & S[A_2] &= 1,14 \cdot 10^{-22}. \end{aligned}$$

Выясним теперь, являются ли величины A_1 и A_2 статистически зависимыми (коррелированными) или независимыми (некоррелированными). Для этой цели найдем значение нормированной корреляционной функции между случайными векторами A_1 и A_2 с использованием следующих формул:

$$\begin{aligned} K[A_1, A_2] &= \frac{1}{T-1} \sum_{j=1}^T (A_1^j - M[A_1])(A_2^j - M[A_2]), \\ r(A_1, A_2) &= \frac{K(A_1, A_2)}{S(A_1)S(A_2)}, \end{aligned} \quad (11)$$

где $T=34$, а величины $M[A_i]$ и $S[A_i]$ определены ранее по (10).

Результаты вычислений дали значение $r(A_1, A_2) = -0,14$. Отсюда можно сделать вывод о статистической независимости (некоррелированности) случайных величин A_1 и A_2 .

Таким образом, стохастическая модель одномерной ползучести сплава Д16Т задается уравнениями (3), при этом характеристики случайных величин A_1 и A_2 определяются формулами (10), (11). Теперь, зная все характеристики случайных величин A_1 и A_2 , можно найти характеристики случайного процесса для деформации ползучести $p = p(t)$ при $\sigma = \text{const}$ по (9) в аналитическом виде. Задача упрощается тем, что, во-первых, (9) есть стохастически линейная модель, а, во-вторых, величины A_1 и A_2 можно считать некоррелированными (хотя это условие можно и не использовать). Так, имеем

$$\begin{aligned} M[p(t)] &= M[A_1] \left(\frac{\sigma}{\sigma_*} \right)^n (1 - e^{-\lambda t}) + M[A_2] \left(\frac{\sigma}{\sigma_*} \right)^m t, \\ D[p(t)] &= D[A_1] \left[\left(\frac{\sigma}{\sigma_*} \right)^n (1 - e^{-\lambda t}) \right]^2 + D[A_2] \left[\left(\frac{\sigma}{\sigma_*} \right)^m t \right]^2. \end{aligned} \quad (12)$$

Имея величины $M[p(t)]$ и $D[p(t)]$, исходя, например, из нормального закона распределения, можно построить и доверительные интервалы для величины $M[p(t)]$ (при любом $\sigma = \text{const}$), которые определяются следующим выражением:

$$\left(M[p(t)] - t_{\text{кр}} \frac{\sqrt{D[p(t)]}}{\sqrt{T}}; M[p(t)] + t_{\text{кр}} \frac{\sqrt{D[p(t)]}}{\sqrt{T}} \right),$$

где $M[p(t)]$ – математическое ожидание величины $p(t)$, а $D[p(t)]$ – её дисперсия, определяемые из (12), $T = 34$, $t_{\text{кр}}$ определяется по таблицам функции Лапласа. Если положить значение вероятности 0,95, тогда $t_{\text{кр}} = 1,96$.

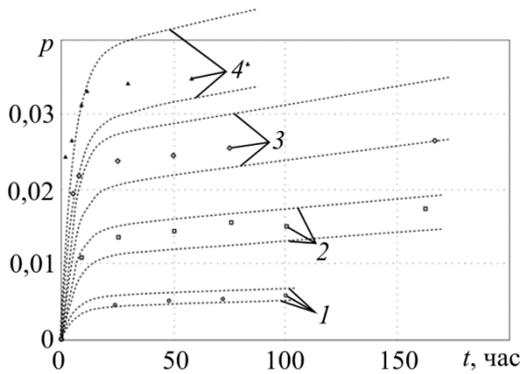


Рис. 6. Доверительные интервалы для величины: 1 – $\sigma_{z0} = 353$ МПа; 2 – $\sigma_{z0} = 385$ МПа; 3 – $\sigma_{z0} = 406,2$ МПа; 4 – $\sigma_{z0} = 420$ МПа; маркеры – среднеинтегральные экспериментальные значения деформации ползучести образцов из сплава Д16Т при температуре 125 °С

Fig. 6. Confidential intervals for the value $M[p(t)]$. Number 1 shows $\sigma_{z0} = 353$ МПа; number 2 shows $\sigma_{z0} = 385$ МПа; number 3 shows $\sigma_{z0} = 406.2$ МПа; number 4 shows $\sigma_{z0} = 420$ МПа; the markers are the average integral experimental values of the samples creep strain made of D16T alloy at the temperature of 125 °С

Результаты построения доверительных интервалов для всех значений напряжений приведены на рис. 6. Здесь пунктирные линии – минимумы и максимумы доверительных интервалов, маркеры – среднеинтегральные экспериментальные данные. Из графиков на рис. 6 видно хорошее соответствие экспериментальных данных и доверительных интервалов для величины $M[p(t)]$.

Рассмотрим вопрос, связанный с построением стохастической модели при сложном напряженном состоянии.

Обобщение стохастической одноосной модели ползучести (3) на сложное напряженное состояние осуществляется аналогично обобщению соответствующей детерминированной модели (1) на сложное напряженное состояние, которое выполнено в работе [42]. Тогда стохастический вариант при сложном напряженном состоянии в соответствии с рекомендациями [42] будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned}
 p_{ij}(t) &= v_{ij}(t) + w_{ij}(t), \\
 \dot{w}_{ij}(t) &= \frac{3}{2} A_2 \left(\frac{S(t)}{\sigma^*} \right)^{m-1} \left[\frac{1}{\sigma^*} \left(\sigma_{ij}(t) - \frac{1}{3} \sigma_0(t) \delta_{ij} \right) \right], \quad \sigma_0(t) = \sigma_{11}(t) + \sigma_{22}(t) + \sigma_{33}(t), \\
 \dot{v}_{vv}(t) &= (1 + \mu_*) \beta_{vv}(t) - \mu_* (\beta_{11}(t) + \beta_{22}(t) + \beta_{33}(t)), \\
 \dot{\beta}_{vv}(t) &= \begin{cases} \lambda \left[A_1 \left(\frac{S(t)}{\sigma^*} \right)^{n-1} \frac{\sigma_{vv}(t)}{\sigma^*} - \beta_{vv}(t) \right], & \left[A_1 \left(\frac{S(t)}{\sigma^*} \right)^{n-1} \frac{\sigma_{vv}(t)}{\sigma^*} - \beta_{vv}(t) \right] \sigma_{vv}(t) > 0, \\ 0, & \left[A_1 \left(\frac{S(t)}{\sigma^*} \right)^{n-1} \frac{\sigma_{vv}(t)}{\sigma^*} - \beta_{vv}(t) \right] \sigma_{vv}(t) \leq 0, \end{cases} \quad (13)
 \end{aligned}$$

где p_{ij} – тензор деформации ползучести; w_{ij} , v_{ij} – тензоры деформаций вязкого течения и вязкопластической (необратимой) компоненты p_{ij} ; S – интенсивность напряжений; μ_* – коэффициент Пуассона для компоненты v_{vv} (согласно рекомендации, приведенной в [41, 42], можно использовать $\mu_* = 0,42$); A_1 , A_2 , n , λ , m – параметры, имеющие тот же смысл, что и в модели (3). Расчет для компоненты v_{ij} ведется в главных осях, так что суммирование по повторяющемуся индексу v в (13) отсутствует.

Отметим, что для определения величины μ_* нужно знать экспериментальную интегральную зависимость коэффициента Пуассона $\mu = \mu(t)$, который изменяется от упругого значения $\mu = \mu_0$ до коэффициента $\mu = 0,5$ на стадии установившейся ползучести (теоретически при $t \rightarrow \infty$), и далее использовать известную методику для определения μ_* [41]. Однако авторы данной работы просто не имели экспериментальной зависимости $\mu = \mu(t)$, поэтому в расчетах использовалось рекомендованное в [41, 42] значение $\mu_* = 0,42$.

Одно из достоинств модели (13) состоит в том, что все параметры, случайные A_1 и A_2 и детерминированные n , m , λ , могут быть определены по результатам экспериментальных данных одноосных испытаний.

3. Стохастическая модель оценки остаточных напряжений в упрочненных полых цилиндрических образцах в условиях ползучести при осевом растяжении

Установленная выше стохастическая природа деформации ползучести для сплава Д16Т естественным образом скажется и на решении соответствующей краевой задачи для упрочненного цилиндрического изделия. Отсюда следует необходимость разработки метода оценки остаточных напряжений в стохастической постановке. В силу ограниченности необходимого экспериментального материала для сплава Д16Т в дальнейших исследованиях предполагается, что упругие деформации и деформации пластичности, возникающие после процедуры упрочнения, являются детерминированными, так же как и геометрические параметры образцов и приложенные температурно-силовые нагрузки. Случайными будут считаться лишь деформации ползучести. Важность решения такого рода задач, во-первых, связана с необходимостью оценки одного из параметров надежности – величины остаточных напряжений в упрочненном образце в процессе релаксации вследствие ползучести, поскольку эффективность поверхностного пластического деформирования (его положительное влияние) определяется устойчивостью наведенных остаточных напряжений к температурно-силовому нагружению. Во-вторых, один из основных методов экспериментального (точнее – расчетно-экспериментального) определения остаточных напряжений в цилиндрических образцах – метод колец и полосок [7, 8], который успешно применялся в ряде работ [2, 9, 14, 16, 28, 40 и др.], основан на идеальном стохастически невозмущенном поле необратимых деформаций после процедуры упрочнения и после эксплуатации детали в поле рабочих нагрузок. Какова чувствительность метода к существенному разбросу данных деформации ползучести – вопрос открытый.

Поскольку разработка метода решения стохастической краевой задачи основана на обобщении известного метода детерминированного решения, то для полного понимания существа дела изложим сначала детерминированный подход в соответствии с работой [16],

согласно которой первый этап состоит в восстановлении полей остаточных напряжений и пластических деформаций после процесса поверхностного пластического упрочнения. Для гидродробеструйной обработки поверхности авторами [16] введен ряд гипотез:

1) окружная $q_\theta = q_\theta(r)$ и осевая $q_z = q_z(r)$ компоненты остаточных пластических деформаций в упрочненном слое после упрочнения связаны соотношением

$$q_z(r) = q_\theta(r), \quad (14)$$

где α – феноменологический параметр анизотропии упрочнения;

2) недиагональными компонентами тензоров остаточных напряжений и остаточных пластических деформаций (в цилиндрической системе координат r, θ, z) пренебрегаем;

3) вторичных пластических деформаций в области сжатия не наблюдается.

Тогда, если из экспериментов известна эпюра остаточных напряжений $\sigma_\theta^{\text{res}} = \sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ ($R_1 \leq r \leq R_2$), то остальные компоненты тензоров остаточных напряжений и деформаций в цилиндре с внутренним радиусом R_1 и внешним R_2 вычисляются по следующим формулам:

$$\begin{aligned} \sigma_r^{\text{res}}(r) &= -\frac{1}{r} \int_{R_1}^r \sigma_\theta^{\text{res}}(z) dz \\ q_\theta(r) &= \frac{1-2\mu}{E} r^{-\frac{3}{1+\mu}} \int_{R_1}^r z^{\frac{2-\mu}{1+\mu}} [\sigma_r^{\text{res}}(z) + 2\sigma_\theta^{\text{res}}(z)] dz + \\ &+ \frac{1}{E} [\mu\sigma_r^{\text{res}}(r) - (1-\mu)\sigma_\theta^{\text{res}}(r)], \\ q_z &= q_\theta, \quad q_r = -2q_\theta, \\ \varepsilon_z^0 &= \frac{2}{R_2^2 - R_1^2} \int_{R_1}^{R_2} r \left\{ q_z(r) - \frac{\mu}{E} [\sigma_r^{\text{res}}(r) + \sigma_\theta^{\text{res}}(r)] \right\} dr, \\ \sigma_z^{\text{res}}(r) &= E [\varepsilon_z^0 - q_z(r)] + \mu (\sigma_r^{\text{res}}(r) + \sigma_\theta^{\text{res}}(r)), \end{aligned} \quad (15)$$

где $\sigma_\theta^{\text{res}}(r), \sigma_r^{\text{res}}(r), \sigma_z^{\text{res}}(r)$ – компоненты тензора остаточных напряжений, $q_\theta(r), q_r(r), q_z(r)$ – соответствующие компоненты тензора остаточных пластических деформаций; $\varepsilon_z^0 = \text{const}$ – осевая компонента тензора полных деформаций после поверхностного пластического упрочнения (в соответствии с гипотезой плоских сечений); E – модуль Юнга; μ – коэффициент Пуассона.

Поскольку схема (15) основывается на известной зависимости $\sigma_\theta^{\text{res}}(r)$, которая может быть определена лишь в тонком упрочненном слое (области сжатия), то необходимо экстраполировать эту зависимость в область растяжения. Для этого используется аппроксимация вида

$$\sigma_\theta^{\text{res}}(r) = \left[\sigma_0 - \sigma_1 \exp \left(-\frac{(R_2 - h^* - r)^2}{b^2} \right) \right] \left(\frac{r - R_1}{l} \right), \quad (16)$$

где параметры σ_0, σ_1, h^* и b определяются исходя из условия самоуравновешенности эпюры $\sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ и значений функции (16) в характерных точках; $l = 1$ в единицах измерения r . Отметим, что поскольку рассматриваемые образцы из сплава Д16Т упрочнены пнев-

модробеструйной обработкой, то для данной изотропной процедуры упрочнения остаточные напряжения $\sigma_{\theta}^{\text{res}}(r)$ и $\sigma_z^{\text{res}}(r)$ практически совпадают [16].

С помощью предложенной в [16] методики идентификации параметров аппроксимации (16) и экспериментальной эпюры распределения $\sigma_{\theta}^{\text{res}} = \sigma_{\theta}^{\text{res}}(r)$, которая получена методом колец и полосок [2, 9], определены значения параметров $\sigma_0 = 12,56$ МПа, $\sigma_1 = 81,25$ МПа, $h^* = 0,05$ мм, $b = 0,402$ мм для упрочненного цилиндрического образца из сплава Д16Т. На рис. 7 сплошной линией обозначена экспериментальная зависимость $\sigma_{\theta}^{\text{res}} = \sigma_{\theta}^{\text{res}}(h)$ ($h = R_2 - r$ – глубина упрочненного слоя), а штриховой линией – расчетная зависимость по (16). Имея аналитическую зависимость $\sigma_{\theta}^{\text{res}} = \sigma_{\theta}^{\text{res}}(h)$, можно по (16) определить остальные компоненты тензоров остаточных напряжений и пластических деформаций. Эти данные являются начальными данными для последующей задачи ползучести. В расчетах для реализации схемы (15) для сплава Д16Т использовались значение $\mu = 0,33$, $E = 69000$ МПа

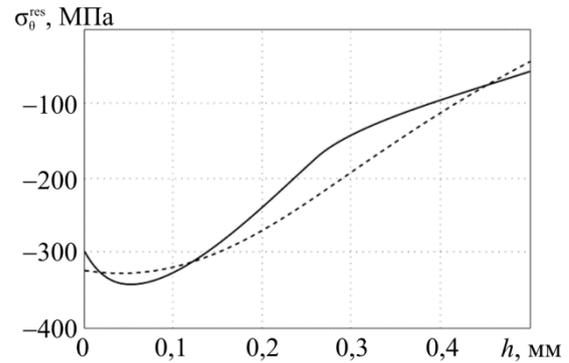


Рис. 7. Расчетные (штриховая линия) и экспериментальные (сплошная линия) эпюры остаточных напряжений $\sigma_{\theta}^{\text{res}} = \sigma_{\theta}^{\text{res}}(h)$ после упрочнения в полых цилиндрических образцах из сплава Д16Т
Fig. 7. Calculated (dotted line) and experimental (solid line) residual stress diagrams $\sigma_{\theta}^{\text{res}} = \sigma_{\theta}^{\text{res}}(h)$ after hardening in hollow cylinder samples made of D16T alloy

Вторым этапом является расчет релаксации остаточных напряжений в упрочненном полом цилиндре в условиях ползучести. При этом предполагается, что приложенная к образцу растягивающая нагрузка $F(t) = F_0 = \text{const}$ (а именно такой случай рассматривается далее) такая, что дополнительных объемных пластических деформаций не возникает, т.е. идет чисто упругая догрузка материала образца. А далее при $t > 0$ развивается деформация ползучести $p_i = p_i(r, t)$ при соответствующих компонентах тензора напряжений $\sigma_i(r, t)$ ($i = r, \theta, z$). Постановка краевой задачи состоит из следующих условий и уравнений (здесь и далее время t входит в выражения как параметр, поэтому в записи используются обычные производные):

– уравнения равновесия

$$r \frac{d\sigma_r(r, t)}{dr} + \sigma_r(r, t) = \sigma_{\theta}(r, t), \quad (17)$$

$$\int_{R_1}^{R_2} \sigma_z(r, t) r dr = \frac{F(t)}{2\pi}, \quad (18)$$

где $\sigma_r(r, t)$, $\sigma_{\theta}(r, t)$, $\sigma_z(r, t)$ – радиальная, окружная и осевая компоненты тензора напряжений в полом цилиндре соответственно; $F(t)$ – приложенная к образцу растягивающая нагрузка;

– уравнение совместности деформаций

$$r \frac{d\varepsilon_{\theta}(r, t)}{dr} + \varepsilon_{\theta}(r, t) = \varepsilon_r(r, t), \quad (19)$$

где $\varepsilon_r(r, t)$, $\varepsilon_{\theta}(r, t)$ – радиальная и окружная компоненты тензора полных деформаций соответственно;

– гипотеза плоских сечений

$$\varepsilon_r(r, t) = \varepsilon_z^*(t), \quad (20)$$

где $\varepsilon_z(r, t)$ – осевая компонента тензора полных деформаций;

– краевые условия

$$\sigma_r(r, t)|_{r=R_1} = 0; \quad \sigma_r(r, t)|_{r=R_2} = 0. \quad (21)$$

В качестве замечания отметим, что время t в компонентах тензоров напряжений и деформаций входит параметрически, поэтому в формулах (17), (19) и везде далее входят не частные, а обычные производные по пространственной переменной r .

Главные компоненты тензора полной деформации $\varepsilon_i^0(r)$ ($i \equiv r, \theta, z$) после процедуры упрочнения ($t = 0 - 0$) представим в следующем виде:

$$\varepsilon_i^0(r) = e_i^0(r) + q_i(r), \quad (22)$$

где $e_i^0(r)$ – компоненты упругих деформаций при $t = 0 - 0$. Непосредственно после упрочнения (в момент времени $t = 0 - 0$) напряженно-деформированное состояние цилиндра описывается остаточными напряжениями $\sigma_i^{\text{res}}(r)$ ($i \equiv r, \theta, z$), которые определяются на основе схемы, представленной формулами (15), и законом Гука:

$$\varepsilon_r^0(r) = \frac{\sigma_r^{\text{res}}(r) - \mu(\sigma_\theta^{\text{res}}(r) + \sigma_z^{\text{res}}(r))}{E} + q_r(r),$$

$$\varepsilon_\theta^0(r) = \frac{\sigma_\theta^{\text{res}}(r) - \mu(\sigma_r^{\text{res}}(r) + \sigma_z^{\text{res}}(r))}{E} + q_\theta(r),$$

$$\varepsilon_z^0(r) = \frac{\sigma_z^{\text{res}}(r) - \mu(\sigma_r^{\text{res}}(r) + \sigma_\theta^{\text{res}}(r))}{E} + q_z(r).$$

Пусть в момент времени $t = 0 + 0$ к цилиндру приложена продольная растягивающая сила $F_0 = \sigma_{z0} \pi(R_2^2 - R_1^2)$ (σ_{z0} – осевое («внешнее») напряжение). В этом случае происходит упругий «скачок» осевых напряжений:

$$\sigma_r(r, 0 + 0) = \sigma_z^{\text{res}}(r) + \sigma_{z0} \quad (23)$$

и как следствие – «скачок» компонент деформаций:

$$\varepsilon_r(r, 0 + 0) = \frac{\sigma_r^{\text{res}}(r) - \mu(\sigma_\theta^{\text{res}}(r) + \sigma_z^{\text{res}}(r, 0 + 0))}{E} + q_r(r),$$

$$\varepsilon_\theta(r, 0 + 0) = \frac{\sigma_\theta^{\text{res}}(r) - \mu(\sigma_r^{\text{res}}(r) + \sigma_z^{\text{res}}(r, 0 + 0))}{E} + q_\theta(r), \quad (24)$$

$$\varepsilon_z(r, 0 + 0) = \frac{\sigma_z^{\text{res}}(r, 0 + 0) - \mu(\sigma_r^{\text{res}}(r) + \sigma_\theta^{\text{res}}(r))}{E} + q_z(r),$$

где $\sigma_z(r, 0 + 0)$ задается (23). Соотношения (23), (24) являются начальными данными для рассматриваемой краевой задачи ползучести в условиях растяжения.

Уравнения (17)–(24) замыкаются определяющими реологическими соотношениями (типа (13) для сплава Д16Т). Предполагается, что осевая нагрузка F_0 такова, что дополнительные пластические деформации в цилиндре не возникают.

Для того чтобы смоделировать релаксацию, необходимо выразить компоненты тензора напряжений из соответствующих уравнений.

В цилиндре, в котором в процессе процедуры упрочнения наведены поля пластических деформаций, компоненты тензора полной деформации в любой момент времени t можно представить в виде

$$\varepsilon_i(r, t) = e_i(r, t) + q_i(r) + p_i(r, t) \quad (i \equiv r, \theta, z), \quad (25)$$

где $e_i(r, t)$, $q_i(r)$, $p_i(r, t)$ – упругая, остаточная пластическая деформация после упрочнения и деформация ползучести соответственно. Для осевой компоненты ε_z из (20), (25) получаем

$$e_z(r, t) + q_z(r) + p_z(r, t) = \varepsilon_z^*(t). \quad (26)$$

Из закона Гука для упругих деформаций имеем

$$e_r(r, t) = \frac{\sigma_r(r, t) - \mu(\sigma_\theta(r, t) + \sigma_z(r, t))}{E}, \quad (27)$$

$$e_\theta(r, t) = \frac{\sigma_\theta(r, t) - \mu(\sigma_r(r, t) + \sigma_z(r, t))}{E}, \quad (28)$$

$$e_z(r, t) = \frac{\sigma_z(r, t) - \mu(\sigma_r(r, t) + \sigma_\theta(r, t))}{E}. \quad (29)$$

При этом $\sigma_r(r, 0+0) = \sigma_r^{\text{res}}(r)$, $\sigma_\theta(r, 0+0) = \sigma_\theta^{\text{res}}(r)$, а $\sigma_z(r, 0+0)$ задается (23).

С учетом (29), из (26) находим

$$\frac{\sigma_z(r, t) - \mu(\sigma_r(r, t) + \sigma_\theta(r, t))}{E} + q_z(r) + p_z(r, t) = \varepsilon_z^*(t).$$

Выразим из последнего выражения $\sigma_z(r, t)$:

$$\sigma_z(r, t) = [\varepsilon_z^*(t) - q_z(r) + p_z(r, t)]E + \mu(\sigma_r(r, t) + \sigma_\theta(r, t)). \quad (30)$$

Исключим компоненту $\sigma_z(r, t)$, вычтя из (27) соотношение (28):

$$e_r(r, t) - e_\theta(r, t) = \frac{1 + \mu}{E}(\sigma_r(r, t) - \sigma_\theta(r, t)). \quad (31)$$

С учетом уравнения равновесия (17) соотношение (31) принимает вид

$$e_r(r, t) - e_\theta(r, t) = -\frac{1 + \mu}{E} \left(r \frac{d\sigma_r(r, t)}{dr} \right). \quad (32)$$

После дифференцирования соотношения (28) по r имеем

$$\frac{de_\theta(r, t)}{dr} = \frac{1}{E} \left[\frac{d\sigma_\theta(r, t)}{dr} - \mu \left(\frac{d\sigma_r(r, t)}{dr} + \frac{d\sigma_z(r, t)}{dr} \right) \right]. \quad (33)$$

Дифференцируя (30) по переменной r с учетом условия $d\varepsilon_z^*(t)/dr = 0$ и подставляя полученное соотношение в (33), находим

$$\frac{de_\theta(r,t)}{dr} = \frac{1+\mu}{E} \left[(1-\mu) \frac{d\sigma_\theta(r,t)}{dr} - \mu \frac{d\sigma_r(r,t)}{dr} + \frac{\mu E}{1+\mu} \left(\frac{dq_z(r)}{dr} + \frac{dp_z(r,t)}{dr} \right) \right]. \quad (34)$$

Из уравнения (17) имеем

$$\frac{d\sigma_\theta(r,t)}{dr} = 2 \frac{d\sigma_r(r,t)}{dr} + r \frac{d^2\sigma_r(r,t)}{dr^2}. \quad (35)$$

Исключим теперь из (34) величину $d\sigma_\theta/dr$ с учетом (35):

$$\frac{de_\theta(r,t)}{dr} = \frac{1+\mu}{E} \left[r(1-\mu) \frac{d^2\sigma_r(r,t)}{dr^2} + (2-3\mu) \frac{d\sigma_r(r,t)}{dr} + \frac{\mu E}{1+\mu} \left(\frac{dq_z(r)}{dr} + \frac{dp_z(r,t)}{dr} \right) \right]. \quad (36)$$

Преобразуем уравнение совместимости (19) с учетом (25) и (32):

$$\begin{aligned} r \frac{de_\theta(r,t)}{dr} = & -\frac{1+\mu}{E} \left(r \frac{d\sigma_r(r,t)}{dr} \right) + (q_r(r) - q_\theta(r)) + \\ & + (p_r(r) - p_\theta(r)) - r \left(\frac{dq_\theta(r)}{dr} + \frac{dp_\theta(r,t)}{dr} \right). \end{aligned} \quad (37)$$

Подставляя (36) в (37), с учетом $q_z = q_\theta$, $q_r = -2q_\theta$ получаем обыкновенное дифференциальное уравнение относительно $\sigma_r(r,t)$, в которое t входит как параметр

$$r^2 \frac{d^2\sigma_r(r,t)}{dr^2} + 3r \frac{d\sigma_r(r,t)}{dr} = g(r,t) \quad (38)$$

с граничными условиями

$$\sigma_r(r,t)|_{r=R_1} = 0; \quad \sigma_r(r,t)|_{r=R_2} = 0. \quad (39)$$

Здесь

$$\begin{aligned} g(r,t) = & \frac{E}{1-\mu^2} \left[\frac{3}{2} q_r(r) + p_r(r,t) - p_\theta(r,t) - \right. \\ & \left. - r \left(\frac{dp_\theta(r,t)}{dr} + \mu \frac{dp_z(r,t)}{dr} \right) + \frac{r}{2} (1+\mu) \frac{dq_r(r)}{dr} \right]. \end{aligned} \quad (40)$$

С учетом граничных условий (39) решение уравнения (38) записывается следующим образом:

$$\sigma_r(r,t) = \int_{R_1}^r \frac{1}{\xi^3} \left(\int_{R_1}^{\xi} g(\eta,t) \eta d\eta \right) d\xi + \frac{C}{2} \left(\frac{1}{R_1^2} - \frac{1}{r^2} \right), \quad (41)$$

где произвольная константа C определяется из второго граничного условия (39):

$$C = -\frac{2R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{\xi^3} \left(\int_{R_1}^{\xi} g(\eta,t) \eta d\eta \right) d\xi.$$

Зная $\sigma_r(r, t)$, из (17) определяем $\sigma_\theta(r, t)$:

$$\sigma_\theta(r, t) = \sigma_r(r, t) + r \frac{d\sigma_r(r, t)}{dr}. \quad (42)$$

Для определения $\sigma_z(r, t)$ по формуле (30) необходимо знать величину $\varepsilon_z^*(t)$. После подстановки (30) в (24) получаем уравнение относительно $\varepsilon_z^*(t)$, из которого следует

$$\varepsilon_z^*(t) = \frac{1}{E} \sigma_{z_0} + \frac{2}{R_2^2 - R_1^2} \int_{R_1}^{R_2} \left(q_z(r) + p_z(r, t) - \frac{\mu}{E} (\sigma_r(r, t) + \sigma_\theta(r, t)) \right) r dr.$$

Подставляя найденное значение в (30), находим $\sigma_z(r, t)$:

$$\sigma_z(r, t) = \left[\varepsilon_z^* - q_z(r) - p_z(r, t) \right] E + \mu [\sigma_r(r, t) + \sigma_\theta(r, t)]. \quad (43)$$

При реализации изложенной выше методики оценки релаксации остаточных напряжений при ползучести необходимо учитывать, что в начальный момент времени $t = 0 + 0$ значения напряжений определяются равенствами

$$\sigma_r(r, 0) = \sigma_r^{\text{res}}(r), \quad \sigma_\theta(r, 0) = \sigma_\theta^{\text{res}}(r), \quad \sigma_z(r, 0) = \sigma_z^{\text{res}}(r, 0) + \sigma_{z_0},$$

где $\sigma_{z_0} = \frac{F(t)}{\pi(R_2^2 - R_1^2)}$ – осевое напряжение, приложенное к образцу, а для деформации ползучести имеем $p_i(r, 0) = 0$ ($i \equiv r, \theta, z$).

Переход от изложенного метода решения детерминированной задачи к стохастическому варианту заключается только в введении в постановку задачи стохастических уравнений ползучести при сложном напряженном состоянии (13). В связи с этим изложенная выше методика изменится только в части расчета деформации ползучести, т.е. вычислении величины $g(r, t)$ в формуле (40). С учетом того, что расчет выполняется в цилиндрических координатах, а направления r , θ и z являются главными, стохастические уравнения состояния (13) в данном частном случае будут иметь вид

$$\begin{aligned} p_j(t) &= v_j(t) + w_j(t), \quad j = r, \theta, z, \\ \dot{w}_j(t) &= \frac{3}{2} A_2 \left(\frac{S(t)}{\sigma^*} \right)^{m-1} \left[\frac{1}{\sigma^*} \left(\sigma_j(t) - \frac{1}{3} (\sigma_r(t) + \sigma_\theta(t) + \sigma_z(t)) \right) \right], \\ \dot{v}_j(t) &= (1 + \mu_*) \beta_j(t) - \mu_* (\beta_r(t) + \beta_\theta(t) + \beta_z(t)); \\ \dot{\beta}_j(t) &= \begin{cases} \lambda \left[A_1 \left(\frac{S(t)}{\sigma^*} \right)^{n-1} \frac{\sigma_j(t)}{\sigma^*} - \beta_j(t) \right], & \left[A_1 \left(\frac{S(t)}{\sigma^*} \right)^{n-1} \frac{\sigma_j(t)}{\sigma^*} - \beta_j(t) \right] \sigma_j(t) > 0, \\ 0, & \left[A_1 \left(\frac{S(t)}{\sigma^*} \right)^{n-1} \frac{\sigma_j(t)}{\sigma^*} - \beta_j(t) \right] \sigma_j(t) \leq 0, \end{cases} \end{aligned} \quad (44)$$

где $S = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_\theta - \sigma_r)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + (\sigma_r - \sigma_z)^2}$ – интенсивность напряжений; A_1 и A_2 – случайные величины. Остальные параметры имеют тот же смысл, что и в (13).

При решении краевой задачи будем исходить из рассмотренной выше упрощенной схемы, т.е. считаем, что мы имеем достаточно длинный полый цилиндрический упроч-

ненный стержень. Разбивая его на конечное число элементарных образцов, предполагаем, что в пределах каждого такого образца свойства деформации ползучести описываются двумя случайными величинами A_1 и A_2 , значения которых в пределах элементарного образца не изменяются. Тогда конкретные значения случайных величин A_1 и A_2 в пределах конкретного образца и определяют индивидуальность его свойств ползучести. Каждой паре значений A_1 и A_2 будет соответствовать поле остаточных напряжений, а совокупность таких полей для всего набора элементарных образцов задает спектр реализаций σ_r , σ_θ и σ_z . Применяя далее методы математической статистики, можно найти математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение и другие статистические моменты функций $\sigma_r = \sigma_r(r, t)$, $\sigma_\theta = \sigma_\theta(r, t)$ и $\sigma_z = \sigma_z(r, t)$.

Таким образом, численное решение стохастической задачи сводится к конечному числу решений детерминированной краевой задачи при выбранном количестве пар генерируемых значений случайных величин $\{A_1, A_2\}$, при этом установлено, что эти случайные величины некоррелированы. Это означает, что генерацию конкретных значений для A_1 и A_2 можно производить независимо друг от друга. Для того чтобы не заниматься законом распределения этих величин, при численном решении каждый раз случайным образом из векторов-столбцов для величин A_1 и A_2 выбиралось одно значение для A_1 и одно значения для A_2 , и они использовались в решении краевой задачи.

Как следует из вышеизложенного, неоднородность деформации ползучести моделировалась таким образом, чтобы задача осталась осесимметричной. Во-первых, задача действительно модельная. Во-вторых, база локальных участков в эксперименте составляла 6–7 мм (9 делений рабочей части образца длиной 60 мм), и перенести эти данные для моделирования микрон неоднородности по радиусу (толщина стенки полого образца 5 мм) и по окружной координате было бы некорректно. Поэтому авторы остановились на решении осесимметричной стохастической задачи.

При численной реализации производилась дискретизация по пространственной и временной координатам, и задача релаксации остаточных напряжений вследствие ползучести решалась «шагами» по времени, то есть интервал времени разбивался с шагом $\Delta t = t_{i+1} - t_i$ ($i = 0, 1, 2, \dots$), в пределах каждого интервала $t \in [t_i, t_{i+1}]$ напряжения полагались постоянными и равными значению при $t = t_i$, а все приращения деформации ползучести за шаг времени $[t_i, t_{i+1}]$ вычислялись решением системы дифференциальных уравнений (44) по методу Эйлера. В конце интервала при $t = t_{i+1}$ происходит упругая догрузка напряжений. Все производные от компонент тензоров остаточных пластических деформаций и деформаций ползучести вычислялись стандартным образом через конечные разности, а интегралы – по квадратурным формулам численного интегрирования.

Вопросы выбора шага итерационного процесса и сходимости решались следующим образом. Поскольку при ползучести наибольшая скорость изменения деформаций ползучести и напряжений наблюдается на первом шаге дискретизации Δt и за этот интервал времени происходит максимальная скорость релаксации напряжений, то достаточно подобрать необходимый шаг дискретизации на первой итерации. Поэтому в соответствии с правилом Рунге расчеты на первой итерации выполнялись с шагами Δt и $\Delta t / 2$ и сравнивались значения на-

пряжений в одних и тех же узлах (r_i, t_j) . Если максимальный модуль разности между напряжениями по всем узлам (для всех трех компонент $\sigma_k = \sigma_k(r_i, t_j)$, $k = r, \theta, z$) меньше заложенной в расчетах погрешности (в настоящей работе $\varepsilon = 0,1$ МПа), то в качестве шага по времени берется величина $\Delta t / 2$. Если это условие не выполняется, то шаг уменьшается еще в два раза и процедура повторяется. После выбора шага дискретизации выполняется решение задачи уже «шагами по времени». Вопросы сходимости контролировались сравнением численных расчетов с асимптотическим поведением упрочненного цилиндрического образца при $t \rightarrow +\infty$, когда начальными пластическими деформациями, упругими деформациями и вязкопластической компонентой деформации ползучести v_j ($j = r, \theta, z$) можно пренебречь, поскольку поведение на бесконечности определяется только деформацией вязкого течения (деформацией на стадии установившейся ползучести). В этом предельном случае должны выполняться условия $\lim_{t \rightarrow \infty} \sigma_z(r, t) = \sigma_{z0}$, $\lim_{t \rightarrow \infty} \sigma_\theta(r, t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \sigma_r(r, t) = 0$, где σ_{z0} – это приложенное к образцу растягивающее напряжение. Поэтому расчеты выполнялись для больших времен и действительно численные решения асимптотически приближались к теоретическим при всех четырех нагрузках.

Для каждого уровня осевой растягивающей нагрузки напряжениями σ_{z0} {353; 385; 406,2 и 420} МПа генерировалось по $T = 34$ реализациям пар случайных величин $\{A_1, A_2\}$ (по числу кривых ползучести локальных участков по всем четырем образцам, см. рис. 1–4). Для каждой пары $\{A_1, A_2\}$ решалась детерминированная краевая задача, в результате получены реализации для распределения всех компонент тензора остаточных напряжений по глубине упрочненного слоя в любой момент времени. Используя эту информацию, можно построить доверительные интервалы для распределения каждой из компонент тензора остаточных напряжений по глубине упрочненного слоя при любом фиксированном значении времени либо для любой компоненты тензора напряжений в конкретной точке упрочненного слоя во времени при заданном значении вероятности (в дальнейшем будем исходить из нормального закона распределения для всех анализируемых случайных функций остаточных напряжений). На рис. 8 приведены доверительные интервалы для осевой компоненты остаточных напряжений $\sigma_z^{\text{res}} = \sigma_z^{\text{res}}(h)$ по глубине упрочненного слоя, когда растягивающая нагрузка σ_{z0} принимает значения {353; 386; 406,2 и 420} МПа в финальный момент времени расчета 100 ч. Доверительные интервалы построены с вероятностью $p = 0,99$.

Следует отметить, что на рис. 8 представлены именно остаточные напряжения без учета «рабочего» напряжения σ_{z0} . Другими словами, это распределение остаточных напряжений в фиксированные моменты времени после ползучести и осевой разгрузки цилиндрического образца.

Выполним анализ полученных численных результатов. Если ориентироваться на модули остаточных напряжений, то из сравнения графиков остаточных напряжений после процедуры упрочнения (см. рис. 7) и после ползучести и полной разгрузки образца (см. рис. 8) видим, что нижняя граница доверительного интервала для остаточного напряжения (верхние штриховые линии на рис. 8) существенно эволюционировала. Как следует из рис. 8, а, при $\sigma_{z0} = 353$ МПа нижнее значение напряжения $\sigma_z = \sigma_z(R_2, 100)$ (а именно оно интересно с точки зрения прочностных расчетов) уменьшилось (по модулю) по срав-

нению с аналогичным напряжением после процедуры упрочнения (см. рис. 7) почти в четыре раза; для $\sigma_{z0} = 385$ МПа после ползучести в течении 100 ч – более чем в семь раз (см. рис. 8, б); для $\sigma_{z0} = 406,2$ МПа – почти в девять раз (см. рис. 8, в), а для $\sigma_{z0} = 420$ МПа – почти на порядок (см. рис. 8, г). Таким образом, можно констатировать, что произошла существенная релаксация остаточных напряжений, причем с увеличением величины растягивающей нагрузки σ_{z0} наблюдается существенное увеличение скорости релаксации остаточных напряжений, а это свидетельствует об отрицательном влиянии растягивающей нагрузки на устойчивость (способность сохраняться) остаточных напряжений, введенных в процессе упрочнения, к силовым растягивающим нагрузкам.

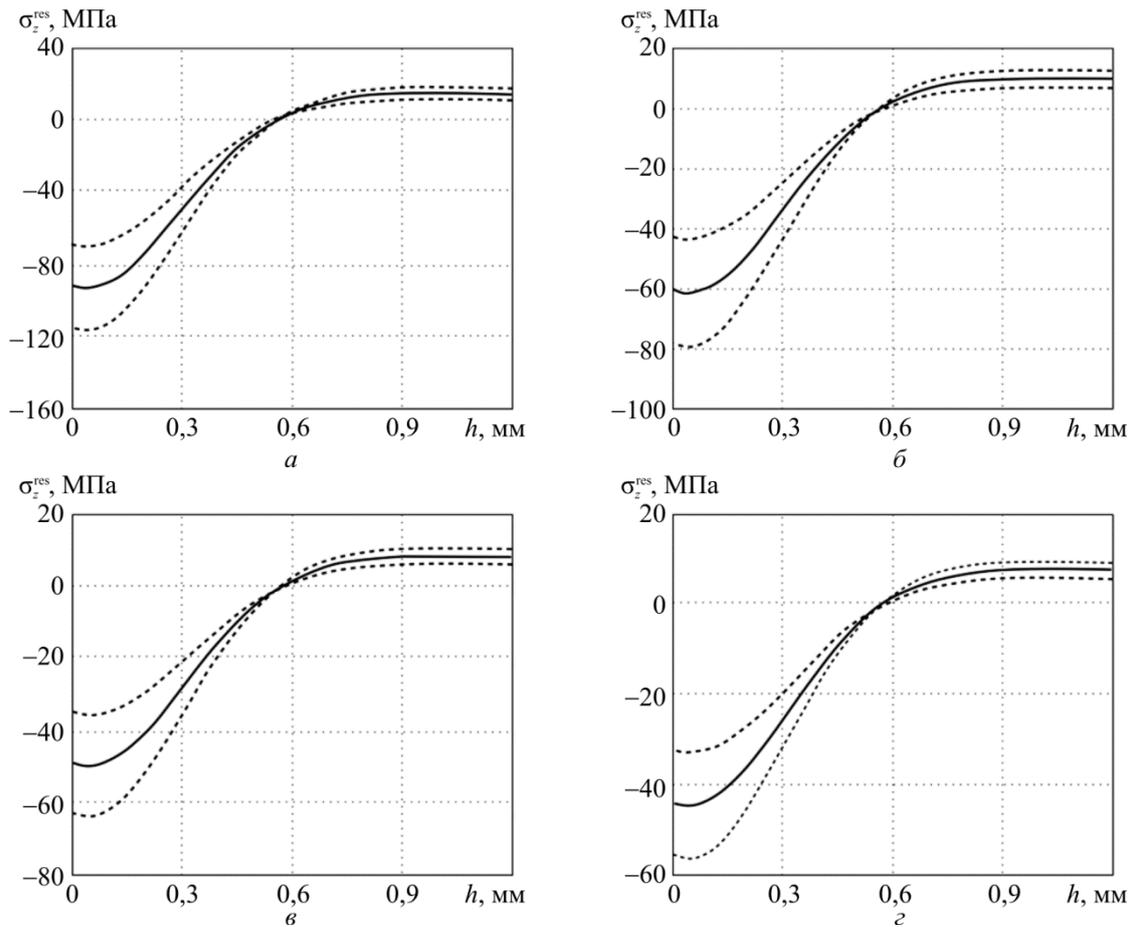


Рис. 8. Расчётные доверительные интервалы для осевой компоненты $\sigma_z^{\text{res}} = \sigma_z^{\text{res}}(h)$ (доверительная вероятность $p = 0,99$) для образцов из сплава Д16Т после ползучести в течение 100 ч при температуре 125 °С и растягивающей нагрузке $\sigma_{z0} = 353$ МПа (а); $\sigma_{z0} = 385$ МПа (б); $\sigma_{z0} = 406,2$ МПа (в); $\sigma_{z0} = 420$ МПа (г). Штриховые линии – верхние и нижние границы доверительных интервалов; сплошные линии – математическое ожидание

Fig. 8. Calculated confidential intervals for the axial component $\sigma_z^{\text{res}} = \sigma_z^{\text{res}}(h)$ (the confidential probability is $p = 0.99$) for the samples made of D16T alloy after creep during 100 hours at the temperature of 125 °С and stretching load of $\sigma_{z0} = 353$ МПа (a); (b) is $\sigma_{z0} = 385$; (c) is $\sigma_{z0} = 406.2$ МПа; (d) $\sigma_{z0} = 420$ МПа. The dotted lines show the upper and lower boundaries of the confidential intervals; the solid lines show the expectation function

Выше отмечалось, что по разбросу данных по ползучести и степени релаксации остаточных напряжений можно сделать выводы о чувствительности метода колец и полосок [2, 7, 8] к неоднородности распределения деформации ползучести вдоль упрочненного образца, так как в этом методе результаты существенно зависят от места вырезки кольца в соответствующей втулке.

Для этого проанализируем результаты экспериментального определения остаточных напряжений по методу колец и полосок после ползучести для образцов из сплава Д16Т при температуре 125 °С и действии растягивающего напряжения $\sigma_{z0} = \{353; 386; 406,2$ и $420\}$ МПа при длительности испытаний $\{100; 162; 166; 83\}$ ч соответственно. Соответствующие экспериментальные данные опубликованы в работе [40]. Распределения экспериментальных осевых σ_z^{res} и окружных $\sigma_\theta^{\text{res}}$ остаточных напряжений по толщине h упрочненного слоя всех образцов представлены на рис. 9.

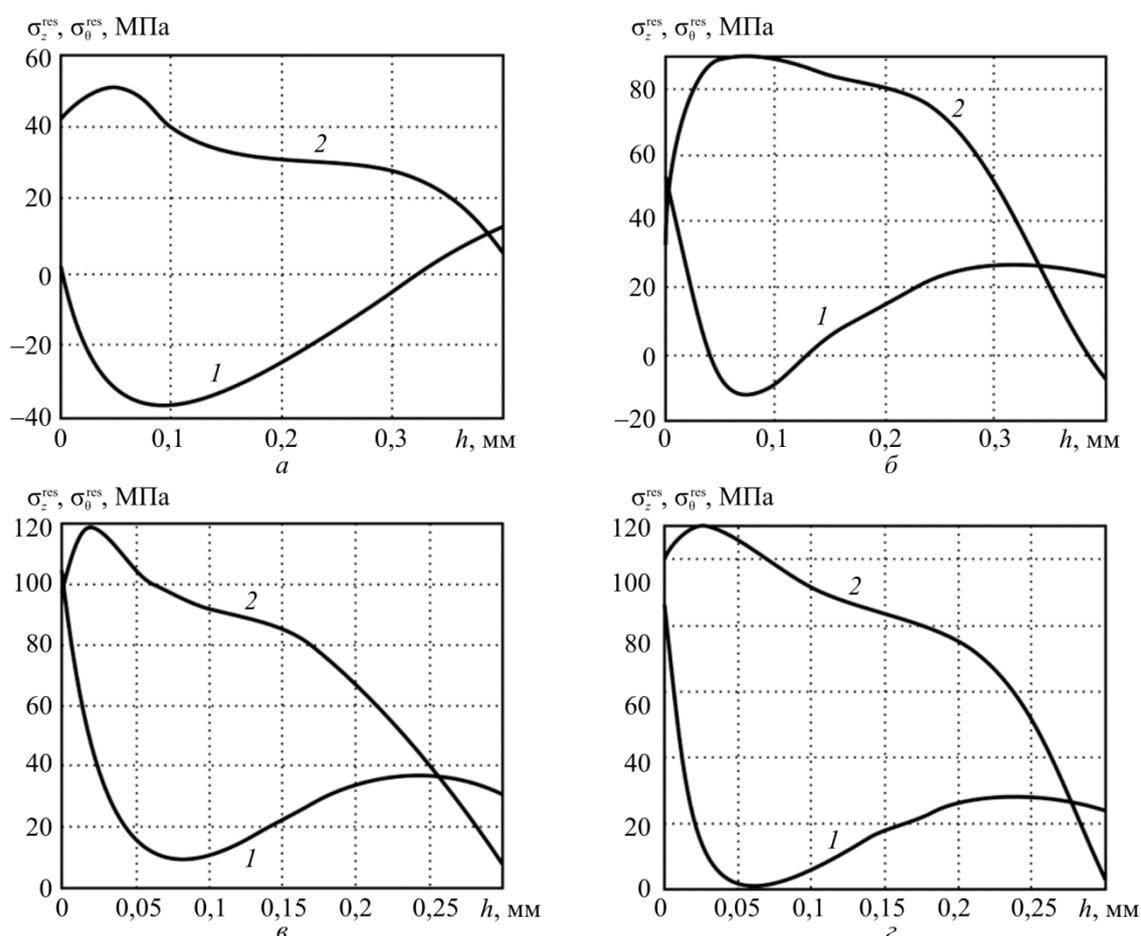


Рис. 9. Экспериментальные значения осевых $\sigma_z^{\text{res}} = \sigma_z^{\text{res}}(h)$ (1) и окружных (2) остаточных напряжений в цилиндрических образцах из сплава Д16Т после испытаний на ползучесть: а – образец № 1 ($\sigma_{z0} = 353$ МПа); б – образец № 2 ($\sigma_{z0} = 385$ МПа); в – образец № 3 ($\sigma_{z0} = 406,2$ МПа); г – образец № 4 ($\sigma_{z0} = 420$ МПа)

Fig. 9. Experimental values of axial $\sigma_z^{\text{res}} = \sigma_z^{\text{res}}(h)$ (1) and tangential $\sigma_\theta^{\text{res}} = \sigma_\theta^{\text{res}}(h)$ (2) residual stresses in the cylinder samples made of D16T alloy after creep testing, а) is sample Nr.1 ($\sigma_{z0} = 353$ МПа); б) is sample Nr. 2 ($\sigma_{z0} = 385$ МПа); в) is sample Nr.3 ($\sigma_{z0} = 406.2$ МПа); д) is sample Nr.4 ($\sigma_{z0} = 420$ МПа)

Из представленных на рис. 9 распределений осевых σ_z^{res} и окружных $\sigma_\theta^{\text{res}}$ остаточных напряжений после ползучести под действием растягивающей осевой нагрузки следует, что по сравнению с исходным распределением после ПДО (сплошная линия на рис. 7) происходит существенное качественное и количественное изменение остаточных напряжений. Приложение нагрузки привело к существенной релаксации остаточных напряжений и изменению характера их распределения.

Анализ экспериментальных зависимостей остаточных напряжений в упрочненном слое образцов после ползучести под нагрузкой свидетельствует, что их величина отличается почти на порядок от соответствующих величин сразу после процедуры упрочнения дробью. Это подтверждается и расчетными данными (см. рис. 8). Поэтому с учетом разброса данных деформации ползучести по длине образцов, который естественным образом влияет и на определение остаточных напряжений, можно считать (в первом приближении), что приложенная осевая нагрузка в диапазоне от 353 до 420 МПа приводит к практически полной релаксации остаточных напряжений в полых упрочненных цилиндрических образцах из сплава Д16Т при температуре 125 °С в течение 100–160 часов.

Вообще говоря, полученные экспериментальные данные противоречивы. Из их анализа и анализа расчетных данных (см. рис. 8) можно сделать некоторые выводы о чувствительности метода колец и полосок к двум факторам: разброс данных и практически полная релаксация остаточных напряжений (их малая (по модулю) величина после ползучести по сравнению с исходным распределением после ПДО). По всей видимости, в этих условиях применять метод колец и полосок проблематично. Он хорошо «работает», если величины остаточных напряжений составляют, во-первых, несколько сотен МПа, а во-вторых, неоднородность неупругих деформаций незначительна.

Тем не менее полученные экспериментальные результаты являются важными с прикладной точки зрения. Во-первых, они характеризуют степень зависимости наведенных остаточных напряжений в цилиндрических полых изделиях из сплава Д16Т от осевых нагрузок, а, например, трубы из этого сплава широко применяются в нефтяной промышленности. Во-вторых, в существующих теориях прогнозирования характеристик сопротивления усталости поверхностно упрочненных деталей основополагающей концепцией является факт прямого влияния наведенных остаточных напряжений на приращение предела сопротивления усталости элементов конструкций [2, 4, 5, 9], поэтому учет кинетики остаточных напряжений в условиях высокотемпературной ползучести является одним из инструментов уточнения соответствующих расчетных методик.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 16–01–00249–а) и при поддержке Минобрнауки России в рамках базовой части государственного задания ФГБОУ ВО «СамГТУ» (код проекта: 1151).

Библиографический список

1. Биргер И.А. Остаточные напряжения. – М.: Машгиз, 1963. – 262 с.
2. Павлов В.Ф., Кирпичев В.А., Иванов В.Б. Остаточные напряжения и сопротивление усталости упрочненных деталей с концентраторами напряжений / Самар. науч. центр РАН. – Самара: 2008. – 64 с.
3. Гринченко И.Г. Упрочнение деталей из жаропрочных и титановых сплавов. – М.: Машиностроение, 1971. – с 120.

4. Кравченко Б.А., Круцило В.Г., Гутман Г.Н. Термопластическое упрочнение – резерв повышения прочности и надежности деталей машин. – Самара: Изд-во Самар. гос. техн. ун-та, 2000. – 216 с.
5. Сулима А.М., Шувалов В.А., Ягодкин Ю.Д. Поверхностный слой и эксплуатационные свойства ГТД. – М.: Машиностроение, 1988. – 240 с.
6. Радченко В.П., Саушкин М.Н. Ползучесть и релаксация остаточных напряжений в упрочненных конструкциях. – М.: Машиностроение-1, 2005. – 226 с.
7. Иванов С.И. К определению остаточных напряжений в цилиндре методом колец и полосок // Остаточные напряжения. – Куйбышев, 1974. – Вып. 53. – С. 32–42.
8. Иванов С.И., Шатунов М.П., Павлов В.Ф. Определение дополнительных остаточных напряжений в надрезах на цилиндрических деталях // Вопросы прочности элементов конструкций. – Куйбышев, 1973. – Вып. 60. – С. 160–170.
9. Павлов В.Ф., Кирпичев В.А., Вакулук В.С. Прогнозирование сопротивления усталости поверхностно упрочненных деталей по остаточным напряжениям / Самар. науч. центр РАН. – Самара, 2012. – 125 с.
10. Methods of measuring residual stresses in components (Review) / N.S. Rossini, M. Dassisti, K.Y. Benyounis, A.G. Olabi // *Materials and Design*. – 2012. – Vol. 35. – P. 572–588. DOI: 10.1016/j.matdes.2011.08.022
11. Recent advances in residual stress measurement / P.J. Withers, M. Turski, L. Edwards, P.J. Bouchard, D.J. Buttle // *International Journal of Pressure Vessels and Piping*. – 2008. – Vol. 85. – No. 3. – P. 118–127. DOI: 10.1016/j.ijpvp.2007.10.007
12. Wern H. A new approach to triaxial residual stress evaluation by the hole drilling method // *Strain*. – 1997. – Vol. 33. – No. 4. – P. 121–125. DOI: 10.1111/j.1475-1305.1997.tb01059.x
13. Павлов В.Ф. О связи остаточных напряжений и предела выносливости при изгибе в условиях концентрации напряжений // *Изв. вузов. Машиностроение*. – 1986. – № 8. – С. 29–32.
14. Радченко В.П., Кирпичев В.А., Лунин В.А. Влияние пневмодробеструйной обработки термоэкспозиции на остаточные напряжения и предел выносливости образцов из сплавов В95 и Д16Т // *Вестн. Самар. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*. – 2011. – № 3. – С. 181–184. DOI: 10.14498/vsgtu994
15. Радченко В.П., Морозов А.П., Лунин В.А. Исследование кинетики физико-механических параметров сплавов В95 и Д16Т вследствие температурных выдержек и многоцикловых усталостных испытаний // *Вестн. Самар. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*. – 2012. – № 1. – С. 123–132. DOI: 10.14498/vsgtu1059
16. Радченко В.П., Саушкин М.Н. Феноменологический метод расчета остаточных напряжений и пластических деформаций в полом поверхностно упрочненном цилиндрическом образце // *Прикладная математика и механика*. – 2013. – Т. 77, № 1. – С. 143–152.
17. On the effect of deep-rolling and laser-peening on the stress-controlled low- and high-cycle fatigue behavior of Ti-6Al-4V at elevated temperatures up to 550 °C / I. Altenberger, D.K. Nalla, Y. Sano, L. Wagner, R.O. Ritchie // *International Journal of Fatigue*. – 2012. – Vol. 44. – P. 292–302. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2012.03.008
18. Prediction and characterization of residual stresses from laser shock peening / R.A. Brockman, W.R. Braisted, S.E. Olson, R.D. Tenaglia, A.H. Clauer, K. Langer, M.J. Shepard // *International Journal of Fatigue*. – 2012. – Vol. 36. – No. 1. – P. 96–108. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2011.08.011
19. Dai K., Shaw L. Analysis of fatigue resistance improvements via surface severe plastic deformation // *International Journal of Fatigue*. – 2008. – Vol. 30. – No. 8. – P. 1398–1408. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2007.10.010
20. Residual stresses and fatigue performance / M.N. James, D.J. Hughes, Z. Chen, H. Lombard, D.G. Hattingh, D. Asquith, J.R. Yates, P.J. Webster // *Engineering Failure Analysis*. – 2007. – Vol. 14. – No. 2. – P. 384–395. DOI: 10.1016/j.engfailanal.2006.02.011
21. Majzoobi G.H., Azadikhah K., Nemati J. The effects of deep rolling and shot peening on fretting fatigue resistance of Aluminum-7075-T6 // *Materials Science and Engineering A*. – 2009. – Vol. 516. – No. 1–2. – P. 235–247. DOI: 10.1016/j.msea.2009.03.020

22. McClung R.C. A literature survey on the stability and significance of residual stresses during fatigue // *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*. – 2007. – Vol. 30. – No. 3. – P. 173–205. DOI: 10.1111/j.1406-2695.2007.01102.x
23. Soady K.A. Life assessment methodologies incorporating shot peening process effect: Mechanistic consideration of residual stresses and strain hardening: Part 1 – Effect of shot peening on fatigue resistance // *Materials Science and Technology (United Kingdom)*. – 2013. – Vol. 29. – No. 6. – P. 637–651. DOI: 10.1179/1743284713Y.0000000222
24. Terres M.A., Laalai N., Sidhom H. Effect of nitriding and shot-peening on the fatigue behavior of 42CrMo4 steel: Experimental analysis and predictive approach // *Materials and Design*. – 2012. – Vol. 35. – P. 741–748. DOI: 10.1016/j.matdes.2011.09.055
25. Цейтлин В.И., Колотникова О.В. Релаксация остаточных напряжений в деталях турбины ГТД в процессе эксплуатации // *Пробл. прочности*. – 1980. – № 8. – С. 982–984.
26. Колотникова О.В. Эффективность упрочнения методами поверхностного пластического деформирования деталей, работающих при повышенных температурах // *Пробл. прочности*. – 1983. – № 2. – С. 112–114.
27. Радченко В.П., Афанасьева О.С. Методика расчета предела выносливости упрочненных цилиндрических образцов с концентраторами напряжений при температурных выдержках в условиях ползучести // *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*. – 2009. – № 2. – С. 264–268. DOI: 10.14498/vsgtu733
28. Радченко В.П., Кирпичев В.А., Лунин В.А. Влияние термоэкспозиции на остаточные напряжения образцов из сплава ЭП742 после ультразвукового упрочнения // *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Техн. науки*. – 2012. – № 3. – С. 147–154.
29. Радченко В.П., Саушкин М.Н. Прямой метод решения краевой задачи релаксации остаточных напряжений в упрочненном изделии цилиндрической формы при ползучести // *ПМТФ*. – 2009. – Т. 50, № 6. – С. 90–99.
30. Радченко В.П., Цветков В.В. Кинетика напряженно-деформированного состояния в поверхностно упрочненном цилиндрическом образце при сложном напряженном состоянии в условиях ползучести // *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*. – 2014. – № 1. – С. 93–108. DOI: 10.14498/vsgtu1313
31. Радченко В.П., Саушкин М.Н., Бочкова Т.И. Математическое моделирование формирования и релаксации остаточных напряжений в плоских образцах из сплава ЭП742 после ультразвукового упрочнения в условиях высокотемпературной ползучести // *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика*. – 2016. – № 1. – С. 93–112. DOI: 10.15593/perm.mech/2016.1.07
32. Радченко В.П., Саушкин М.Н., Цветков В.В. Влияние термоэкспозиции на релаксацию остаточных напряжений в упрочненном цилиндрическом образце в условиях ползучести // *ПМТФ*. – 2016. – Т. 57, № 3. – С. 196–207. DOI: 10.15372/PMTF20160320
33. Радченко В.П., Саушкин М.Н. Математические модели восстановления и релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочненном слое цилиндрических элементов конструкций при ползучести // *Изв. вузов. Машиностроение*. – 2004. – № 11. – С. 3–17.
34. Бадаев А.Н. Стохастическое прогнозирование ползучести жаропрочных сплавов с использованием метода Монте-Карло // *Пробл. прочности*. – 1985. – № 2. – С. 7–10.
35. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. – М.: Наука, 1966. – 752 с.
36. Радченко В.П., Дудкин С.А., Тимофеев М.И. Экспериментальное исследование и анализ полей неупругих микро- и макродеформаций сплава АД-1 // *Вестн. Самар. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*. – 2002. – № 16. – С. 111–117. DOI: 10.14498/vsgtu107
37. Самарин Ю.П. Стохастические механические характеристики и надежность конструкций с реологическими свойствами / Ползучесть и длительная прочность конструкций: сб. науч. тр. – Куйбышев, 1986. – С. 8–17.

38. Локощенко А.М., Шестериков С.А. Методика описания ползучести и длительной прочности при чистом растяжении // ПМТФ – 1980. – № 3. – С. 155–159.
39. Багмутов В.П., Богданов Е.П. Микронеоднородное деформирование и статистические критерии прочности. – Волгоград: Изд-во Волг. гос. ун-та, 2003. – 358 с.
40. Экспериментальное исследование кинетики остаточных напряжений в упрочненных полых цилиндрических образцах из сплава Д16Т при осевом растяжении в условиях ползучести / В.П. Радченко, В.А. Кирпичев, В.В. Лунин, А.П. Филатов, А.П. Морозов // Вестн. Самар. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. – 2016. – Т. 20, № 2. – С. 290–305. DOI: 10.14498/vsgtu1468
41. Самарин Ю.П. Уравнение состояния материалов со сложными реологическими свойствами. – Куйбышев: Изд-во Куйбышев. гос. ун-та, 1979. – 84 с.
42. Радченко В.П., Еремин Ю.А. Реологическое деформирование и разрушение материалов и элементов конструкций. – М.: Машиностроение-1, 2004. – 265 с.
43. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1969. – 576 с.
44. Радченко В.П., Симонов А.В., Дудкин С.А. Стохастический вариант одномерной теории ползучести и длительной прочности // Вестн. Самар. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. – 2001. – № 12. – С. 73–84. DOI: 10.14498/vsgtu64

References

1. Birger I.A. Ostatochnye napriazheniia [Residual Stresses]. Moscow: *Mashgiz*, 1963, 232 p.
2. Pavlov V.F., Kirpichev V.A., Ivanov V.B. Ostatochnye napriazheniia i soprotivlenie ustalosti uprochnennykh detalei s kontsentratorami napriazhenii [Residual Stresses and Fatigue Resistance of Hardened Parts with Stress Concentrators]. *Samarskii nauchnyi tsentr Rossiiskoi akademii nauk*, 2008, 64 p.
3. Grinchenko I.G. Uprochnenie detalei iz zharoprochnykh i titanovykh splavov [Reinforcement of Parts of Heat-Resistant And Titanium Alloys]. Moscow: *Mashinostroenie*, 1971, 120 p.
4. Kravchenko B.A., Krutsilo V.P., Gutman G.N. Termoplasticheskoe uprochnenie – rezerv povysheniia prochnosti i nadezhnosti mashin [Thermoplastic Hardening as a Reserve Increase of Strength and Reliability of Machine Parts]. *Samarskii gosudarstvennyi tekhnicheskii universitet*, 2000, 216 p.
5. Sulima G.N., Shuvalov V.A., Yagodkin Yu.D. Poverkhnostnyi sloi i ekspluatatsionnye svoistva detalei mashin [Surface Layer and Performance of Machine Parts]. Moscow: *Mashinostroenie*, 1988, 240 p.
6. Radchenko V.P., Saushkin M.N. Polzuchest' i relaksatsiia ostatochnykh napriazhenii v uprochnennykh konstruktsiiah [Creep and Relaxation of Residual Stresses in Hardened Structures]. Moscow: *Mashinostroenie-1*, 2005, 226 p.
7. Ivanov S.I. K opredeleniiu ostatochnykh napriazhenii v tsilindre metodom kolets i polosok [The Way to Determine the Residual Stresses in a Cylinder by Using the Rings and Stripes Method]. *Kuibyshevskii aviatsionnyi institut*, 1974, iss. 53, pp. 32-42.
8. Ivanov S.I., Shatunov M.P., Pavlov V.F. Opredelenie dopolnitel'nykh ostatochnykh napriazhenii v nadrezakh na tsilindricheskikh detaliakh [Identification of Additional Residual Stresses at Notches in Cylindrical Parts]. *Voprosy prochnosti elementov konstruksii. Kuibyshevskii aviatsionnyi institut*, 1973, no. 60, pp. 160-170.
9. Pavlov V.F., Kirpichev V.A., Vakuliuk V.S. Prognozirovanie soprotivleniia ustalosti poverkhnostno uprochnennykh detalei po ostatochnym napriazheniiam [Predicting the Fatigue Resistance of Surface-Hardened Parts From Residual Stresses]. *Samarskii nauchnyi tsentr RAN*, 2012, 125 p.
10. Rossini N.S., Dassisti M., Benyounis K.Y., Olabi A.G. Methods of measuring residual stresses in components (Review). *Materials and Design*, 2012, vol. 35, pp. 572-588. DOI: 10.1016/j.matdes.2011.08.022
11. Withers P.J., Turski M., Edwards L., Bouchard P.J., Buttle D.J. Recent advances in residual stress measurement. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 2008, vol. 85, no. 3, pp. 118-127. DOI: 10.1016/j.ijpvp.2007.10.007
12. Wern H. A new approach to triaxial residual stress evaluation by the hole drilling method. *Strain*, 1997, vol. 33, no. 4, pp. 121-125. DOI: 10.1111/j.1475-1305.1997.tb01059.x
13. Pavlov V.F. O sviazi ostatochnykh napriazhenii i predela vynoslivosti pri izgibe v usloviakh kontsentratsii napriazhenii [On the Relationship between the Residual Stress and Fatigue Strength at a Bend in the Conditions of Stress Concentration]. *Izv. vuzov. Mashinostroenie*. 1986, no. 8, pp. 29-32.

14. Radchenko V.P., Kirpichev V.A., Lunin V.A. Vliianie pnevmodrobestruinoi obrabotki termoekspozitsii na ostatochnye napriazheniia i predel vynoslivosti obratstov iz splavov V95 i D16T [Influence of air shot blasting and temperature exposure on residual stresses and fatigue strength of notched specimens from alloys V95 and D16T]. *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ. Ser. Fiz.-Mat. Nauki = J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. & Math. Sci.*, 2011, no 3, pp. 181-184. DOI: 10.14498/vsgtu994
15. Radchenko V.P., Morozov A.P., Lunin V.A. Issledovanie kinetiki fiziko-mekhanicheskikh parametrov splavov V95 i D16T vsledstvie temperaturnykh vyderzhok i mnogotsiklovykh ustalostnykh ispytaniy [Investigation of the kinetics of physical and mechanical properties of hardened samples made of B95 and D16T alloys due time-temperature expositions and multicycle fatigue tests]. *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ. Ser. Fiz.-Mat. Nauki = J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. & Math. Sci.*, 2012, no. 1. pp. 123-132. DOI: 10.14498/vsgtu1059
16. Radchenko V.P., Saushkin M.N. A phenomenological method of calculating the residual stresses and plastic deformations in a hollow surface-hardened cylindrical sample. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 2013, vol. 77, no. 1, pp. 102-108. DOI: 10.1016/j.jappmathmech.2013.04.013
17. Altenberger I., Nalla R.K., Sano Y., Wagner L., Ritchie R.O. On the effect of deep-rolling and laser-peening on the stress-controlled low- and high-cycle fatigue behavior of Ti-6Al-4V at elevated temperatures up to 550 °C. *International Journal of Fatigue*, 2012, vol. 44, pp. 292-302. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2012.03.008
18. Brockman R.A., Braisted W.R., Olson S.E., Tenaglia R.D., Clauer A.H., Langer K., Shepard M.J. Prediction and characterization of residual stresses from laser shock peening. *International Journal of Fatigue*, 2012, vol. 36, no. 1, pp. 96-108. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2011.08.011
19. Dai K., Shaw L. Analysis of fatigue resistance improvements via surface severe plastic deformation. *International Journal of Fatigue*, 2008, vol. 30, no. 8. pp. 1398-1408. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2007.10.010
20. James M.N., Hughes D.J., Chen Z., Lombard H., Hattingh D.G., Asquith D., Yates J.R., Webster P.J. Residual stresses and fatigue performance. *Engineering Failure Analysis*, 2007, vol. 14, no. 2, pp. 384-395. DOI: 10.1016/j.engfailanal.2006.02.011
21. Majzoobi G.H., Azadikhah K., Nemati J. The effects of deep rolling and shot peening on fretting fatigue resistance of Aluminum-7075-T6. *Materials Science and Engineering A*, 2009, vol. 516, no. 1-2, pp. 235-247. DOI: 10.1016/j.msea.2009.03.020
22. McClung R.C. A literature survey on the stability and significance of residual stresses during fatigue. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 2007, vol. 30, no. 3, pp. 173-205. DOI: 10.1111/j.1460-2695.2007.01102.x
23. Soady K.A. Life assessment methodologies incorporating shot peening process effects: Mechanistic consideration of residual stresses and strain hardening: Part 1 – Effect of shot peening on fatigue resistance. *Materials Science and Technology (United Kingdom)*, 2013, vol. 29, no. 6, pp. 637-651. DOI: 10.1179/1743284713Y.000000022224
24. Terres M.A., Laalai N., Sidhom H. Effect of nitriding and shot-peening on the fatigue behavior of 42CrMo4 steel: Experimental analysis and predictive approach. *Materials and Design*, 2012, vol. 35, pp. 741-748. DOI: 10.1016/j.matdes.2011.09.055
25. Tseitlin V.I., Kolotnikova O.V. Relaxation of residual stresses in gas-turbine engine parts. *Strength of Materials*, 1980, vol. 12, no. 8, pp. 982-984. DOI: 10.1007/BF00770521
26. Kolotnikova O.V. Effectiveness of hardening by methods of plastic surface deformation of components operating at high temperatures. *Strength of Materials*, 1983, vol. 15, no. 2, pp. 292-295. DOI: 10.1007/BF01523487
27. Radchenko V.P., Afanas'eva O.S. Metodika rascheta predela vynoslivosti uprochnennykh tsilindricheskikh obratstov s kontsentratorami napriazhenii pri temperaturnykh vyderzhkakh v usloviakh polzuchesti [Calculation procedure of a fatigue point for strengthened cylindrical specimen with pressure concentrators at temperature endurance in the creep conditions]. *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ. Ser. Fiz.-Mat. Nauki = J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. & Math. Sci.*, 2009, no. 2. pp. 264-268. DOI: 10.14498/vsgtu733
28. Radchenko V.P., Kirpichev V.A., Lunin V.A. Vliianie termoekspozitsii na ostatochnye napriazheniia obratstov iz splava EP742 posle ul'trazvukovogo uprochneniia [Impact on Thermal Exposition on Residual Stresses of the EP742 Sample Alloys after Ultrasonic Hardening]. *Vestn. Sam. gos. tekhn. un-ta. Ser. Tekhn. nauki*, 2012, No. 3. pp. 147–154.
29. Radchenko V.P., Saushkin M.N. Direct method of solving the boundary-value problem of relaxation of residual stresses in a hardened cylindrical specimen under creep conditions. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2009, vol. 50, no. 6, pp. 989-997. doi: 10.1007/s10808-009-0133-8
30. Radchenko V.P., Tsvetkov V.V. Kinetika napriazhenno-deformirovannogo sostoianiia v poverkhnostno uprochnennom tsilindricheskom obratse pri slozhnom napriazhennom sostoianii v usloviakh polzuchesti [Kinetics

of the stress-strain state of surface hardened cylindrical specimen under complex stress state of creep]. *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ. Ser. Fiz.-Mat. Nauki = J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. & Math. Sci.*, 2014, no. 1, pp. 93-108. DOI: 10.14498/vsgtu1313

31. Radchenko V.P., Saushkin M.N., Bochkova T.I. Mathematical modeling and experimental study of forming and relaxation of the residual stresses in plane samples made of EP742 alloy after the ultrasonic hardening under the high-temperature creep conditions. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2016. no. 1. pp. 93-112. DOI: 10.15593/perm.mech/2016.1.07

32. Radchenko V.P., Saushkin M.N., Tsvetkov V.V. Effect of thermal exposure on the residual stress relaxation in a hardened cylindrical sample under creep conditions. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2016. vol. 57, no. 3, pp. 559-568. DOI: 10.1134/S0021894416030202

33. Radchenko V.P., Saushkin M.N. Matematicheskie modeli vosstanovleniia i relaksatsii ostatochnykh napriazhenii v poverkhnostno uprochnennom sloe tsilindricheskikh elementov konstruksii pri polzuchesti [Mathematical models of recovery and relaxation of residual stresses in a surface hardened layer of cylindrical specimens under creep conditions]. *Izvestiia vuzov. Mashinostroenie*, 2004, no. 11, pp. 3-17.34.

34. Badaev A.N. Stochastic prediction of the creep of creep-resisting alloys using the Monte Carlo method. *Strength of Materials*, 1985. vol. 17, no. 2. pp. 155-158. DOI: 10.1007/BF01532356

35. Rabotnov Yu.N. Creep problems in structural members. *Amsterdam, London, North-Holland Publ. Co.*, 1969, xiv+822 pp.

36. Radchenko V.P., Dudkin S.A., Timofeev M.I. Eksperimental'noe issledovanie i analiz polei neuprugikh mikro- i makrodeformatsii splava AD-1 [Experimental study and analysis of the inelastic micro- and macroinhomogeneity fields of AD-1 alloy]. *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ. Ser. Fiz.-Mat. Nauki = J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. & Math. Sci.*, 2002, no. 16, pp. 111-117. DOI: 10.14498/vsgtu107

37. Samarin Yu.P. Stokhasticheskie mekhanicheskie kharakteristiki i nadezhnost' konstruksii s reologicheskimi svoistvami [Stochastic Mechanical Properties and Reliability of Structures with Rheological Properties]. Polzuchest' i dlitel'naia prochnost' konstruksii [Creep and LongTerm Strength of Structures]. *Kuibyshev: KPIT*, 1986, pp. 8-17.

38. Lokoshchenko A.M., Shesterikov S.A. Metodika opisaniia polzuchesti i dlitel'noi prochnosti pri chistom rastiazhenii [Method of describing creep and creep-rupture strength in pure tension]. *PMTF*, 1980, no. 3, pp. 155-159.

39. Bagmutov V.P., Bogdanov E.P. Mikroneodnorodnoe deformirovanie i statisticheskie kriterii prochnosti [Microheterogeneous deformation and statistical strength and elasticity criteria]. *Volgograd: VolgGTU*, 2003, 358 p.

40. Radchenko V.P., Kirpichev V.A., Lunin V.V., Filatov A.P., Morozov A.P. Eksperimental'noe issledovanie kinetiki ostatochnykh napriazhenii v uprochnennykh polykh tsilindricheskikh obraztsakh iz splava D16T pri osevom rastiazhenii v usloviakh polzuchesti [Experimental research of residual stresses kinetics in the hardened hollow cylindrical specimens of D16T alloy at the axial tension under the creep conditions]. *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ. Ser. Fiz.-Mat. Nauki = J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. & Math. Sci.*, 2016, vol. 20, no. 2. pp. 290-305. DOI: 10.14498/vsgtu1468

41. Samarin Yu.P. Uravnenie sostoiianiia materialov so slozhnymi reologicheskimi svoistvami [Equation of State of Materials with Complex Rheological Properties]. *Kuibyshev: Kuibyshev. State Univ.*, 1979, 84 p.

42. Radchenko V.P., Eremin Yu.A. Reologicheskoe deformirovanie i razrushenie materialov i elementov konstruksii [Rheological deformation and fracture of materials and structural elements]. *Moscow, Mashinostroenie-1*, 2004, 265 p.

43. Venttsel' E.S. Teoriia veroiatnostei [Probability Theory]. *Moscow: Nauka*, 1969. 576 p.

44. Radchenko V.P., Simonov A.V., Dudkin S.A. Stokhasticheskii variant odnomernoi teorii polzuchesti i dlitel'noi prochnosti [Stochastic Version of the One-Dimensional Theory of Creep and Long-Term Strength]. *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ. Ser. Fiz.-Mat. Nauki = J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. & Math. Sci.*, 2001, no. 12, pp. 73-84. DOI: 10.14498/vsgtu64