

DOI: 10.15593/2224-9982/2016.47.02

УДК 532.517.4:536.24

И.Е. Лобанов

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия

**АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ
ОБ ИНТЕНСИФИЦИРОВАННОМ ТЕПЛООБМЕНЕ
ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ ТЕЧЕНИИ В КАНАЛАХ
ДЛЯ ЧЕТЫРЕХСЛОЙНОЙ СХЕМЫ ТУРБУЛЕНТНОГО
ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ ПРИ ОТНОСИТЕЛЬНО
НЕВЫСОКИХ ТУРБУЛИЗАТОРАХ**

Разработана теоретическая многослойная математическая модель интенсифицированного теплообмена при турбулентном течении в прямых круглых трубах с поверхностными периодически расположенными турбулизаторами потока, основанная на четырехслойном математическом моделировании турбулентного пограничного слоя в пространстве между турбулизаторами. Были получены аналитические решения задачи об интенсифицированном теплообмене данного вида в зависимости от геометрических параметров труб с турбулизаторами и режимов течения теплоносителя. Ранее разработанная теория удовлетворительно коррелирует с имеющимся эмпирическим материалом, однако в ней используются соответствующие дополнительные допущения, ограничивающие ее применение. Полученные результаты расчета в зависимости от определяющих параметров удовлетворительно согласуются с существующими экспериментальными данными и имеют перед последними неоспоримое преимущество, поскольку допущения, принятые при их выводе, охватывают гораздо более широкий диапазон определяющих параметров, чем ограничения, имеющиеся в экспериментах. Для представленной постановки задачи решения уравнений, описывающих интенсифицированный теплообмен в трубах с турбулизаторами, можно признать точными. Полученные расчетные данные по интенсифицированному теплообмену в трубах с турбулизаторами точнее соответствуют экспериментальным данным, чем существующие аналитические решения.

Ключевые слова: интенсификация, канал, математический, моделирование, пограничный слой, теплообмен, труба, турбулентный, турбулизатор, четырехслойная схема.

I.E. Lobanov

Moscow Aviation Institute (National Research University),
Moscow, Russian Federation

**ANALYTICAL SOLVING THE PROBLEM OF HEAT EXCHANGE
IN INTENSIVE TURBULENT FLOW IN CHANNELS
FOR FOUR-LAYER SCHEME OF TURBULENT BOUNDARY
LAYER AT A RELATIVELY LOW TURBOLATORS**

In the present paper it was developed a theoretical mathematical model of a multi-layer intensive heat exchange in a turbulent flow in straight circular pipes with surface periodically arranged flow turbolators. The model is based on the four-layer mathematical modeling turbulent boundary layer in the space between turbolators. It was obtained the analytical solutions on intensive heat transfer problem of this type, depending on the pipe dimensions with turbolators and flow regimes of coolant. Previously developed theory correlates with the available empirical data satisfactorily, but it uses the appropriate additional assumptions that restrict its application. The results of calculation, depending on the governing parameters are in good agreement with the available experimental data and have a distinct advantage over the latter, as the assumptions made in deriving them, cover a much wider range of determining parameters than the limits in the experiments. For the presented formulation of the problem, the obtained solutions of equations describing intensive heat exchange in tubes with turbolators can be considered as accurate. These calculated data on the intensive heat exchange in tubes with turbolators correspond to the experimental data more exactly than the existing analytical solutions.

Keywords: intensification, channel, mathematical, modeling, boundary layer, heat exchange, tube, turbulent, turbolator, four-layer scheme.

Введение

В различных областях техники широко применяются различного рода теплообменники. В результате интенсификации теплообмена может быть достигнуто снижение их массогабаритных показателей при заданных значениях теплового потока, гидравлических потерь, расходов и температур теплоносителей; в ряде случаев задачей является снижение температурного уровня поверхности теплообмена при фиксированных режимных и конструктивных характеристиках. Расчетные методы исследования интенсификации теплообмена при турбулентном течении в трубах еще недостаточно разработаны. Часто они опираются на упрощенные модели сложных физических явлений, при этом допущения приводят к значительной разнице между расчетными и экспериментальными данными.

Экспериментальные данные по теплообмену справедливы только для определенного вида течений и типоразмеров турбулизаторов, на которых были проведены опытные исследования. В связи с этим необ-

ходима разработка новых, более точных, чем существующие, теоретических методов исследования интенсификации теплообмена при турбулентном течении в трубах. В рамках данного исследования под интенсификацией теплообмена понимаются применение искусственных турбулизаторов потока на поверхности, а также шероховатые поверхности (рис. 1) [1–3].

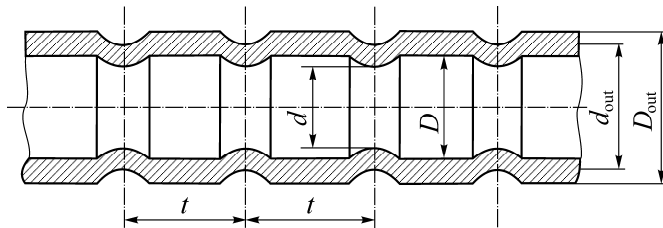


Рис. 1. Продольный разрез трубы с турбулизаторами

Модель предполагает двумерную шероховатость. Рассматриваются двумерные поверхности с турбулизаторами, которые применимы и для труб с периодическими диафрагмами.

Модель интенсификации теплообмена

Теплообмен при течении в каналах теплоносителей с постоянными теплофизическими свойствами в условиях интенсификации моделируется четырехслойной схемой турбулентного потока (рис. 2). Впервые подобная схема расчета теплообмена была использована в работах [4–6], а затем существенным образом усложнена в работах [7–11]. Применим данную модель расчета теплообмена при турбулентном течении в каналах в условиях интенсификации теплообмена без при-

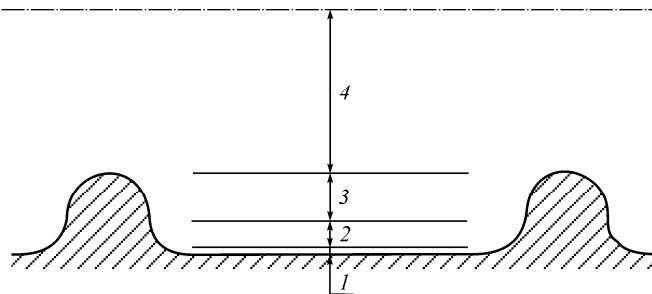


Рис. 2. Схема разбивки потока на слои: 1 – вязкий подслой; 2 – промежуточная область; 3 – вихревое ядро во впадине между турбулизаторами; 4 – турбулентное ядро со стабилизированным профилем скорости в основном потоке

менения дополнительных допущений, сделанных как в работах [4–6], так и в работах [7–11]. Альтернативой может служить теория интенсифицированного теплообмена на основе детерминирования формопараметра профиля скорости и аэродинамической кривизны потока [12–14].

Теперь следует перейти к непосредственному рассмотрению каждого из подслоев.

Вязкий подслой

Вязкий подслой располагается в следующей окрестности: $R \in \left[1 - \frac{\eta_1}{\text{Re}} \sqrt{\frac{32}{\xi}}; 1 \right]$, где R – безразмерный радиус трубы (отношение расстояния от оси трубы r к радиусу трубы R_0); η_1 – постоянная, характеризующая безразмерную толщину вязкого подслоя, $\eta_1 = 5$ [15]; ξ – коэффициент сопротивления трению.

В области вязкого подслоя принимается, что

$$\frac{\mu_T}{\mu} = \beta \frac{\eta^3}{\eta_1^2} = \frac{\beta}{\eta_1^2} \text{Re}^3 (1-R)^3 \left(\frac{\xi}{32} \right)^{\frac{3}{2}}, \quad \frac{w_x}{\bar{w}_x} = \frac{\xi}{16} \text{Re} (1-R),$$

где μ_T/μ – отношение турбулентной динамической вязкости к молекулярной; w_x/\bar{w}_x – отношение аксиальной составляющей скорости к среднерасходной; η – безразмерная координата, $\eta = (1-R)^3 \text{Re} \sqrt{\frac{\xi}{32}}$; β – постоянная в законе «третьей степени», $\frac{\mu_T}{\mu} = \frac{\beta}{\eta_1^2} \eta^3$ [15].

Промежуточный подслой

Промежуточный подслой располагается в следующей окрестности: $R \in \left[1 - \frac{\eta_2}{\text{Re}} \sqrt{\frac{32}{\xi}}; 1 - \frac{\eta_1}{\text{Re}} \sqrt{\frac{32}{\xi}} \right]$, где $\eta_2 = 30$ [15].

В области промежуточного подслоя принимается, что

$$\frac{\mu_T}{\mu} = \frac{\eta}{5} - 1 = \frac{\text{Re}}{5} (1-R) \sqrt{\frac{\xi}{32}} - 1,$$

$$\frac{w_x}{\bar{w}_x} = 5\sqrt{\frac{\xi}{8}} \left[1 + \ln\left(\frac{\eta}{5}\right) \right] = 5\sqrt{\frac{\xi}{8}} \left\{ 1 + \ln\left(\frac{\text{Re}}{5}(1-R)\sqrt{\frac{\xi}{32}}\right) \right\}.$$

Вихревое ядро во впадине

Вихревое ядро во впадине располагается в следующей окрестности: $R \in \left[1 - \frac{h}{R_0}; 1 - \frac{\eta_2}{\text{Re}} \sqrt{\frac{32}{\xi}} \right]$, где h – высота турбулизатора.

В области вихревого ядра во впадине принимается

$$\frac{\mu_{\tau}}{\mu} = \frac{2}{5} \text{Re} \sqrt{\frac{\xi}{32}} \left(1 - \frac{h}{R_0} \right) \frac{h}{R_0},$$

$$\frac{w_x}{\bar{w}_x} = \sqrt{\frac{\xi}{8}} \left\{ 5,5 + 2,5 \ln \left[\frac{R_0}{h} (1-R) \right] \right\}.$$

Турбулентное ядро

Турбулентное ядро располагается в следующей окрестности:

$$R \in \left[0; 1 - \frac{h}{R_0} \right].$$

В области турбулентного ядра принимается

$$\frac{\mu_{\tau}}{\mu} = 0,4 \text{Re} \sqrt{\frac{\xi}{32}} (1-R) R,$$

$$\frac{w_x}{\bar{w}_x} = \left[1,325\sqrt{\xi} + 1 \right] (1-R)^{\sqrt{\xi}}.$$

Решение задачи об интенсифицированном теплообмене в данной работе получается с помощью интеграла Лайона:

$$\text{Nu} = \frac{2}{\int_0^1 \frac{R^3}{1 + \frac{\text{Pr} \mu_{\tau}}{\text{Pr}_t \mu}} dR},$$

где $\frac{Pr}{Pr_T}$ – отношение молекулярного числа Прандтля к турбулентному.

В отличие от предыдущих работ ([4–6], а также [7–11]) в рамках данной работы не используется дополнительного допущения о том, что максимальный и средний температурные напоры при интенсифицированном теплообмене соотносятся так же, как и в случае гладкой трубы,

т.е. $\frac{T_w - T_m}{T_w - \bar{T}} = 1 + \frac{1,75}{Pr + 8}$ (T_w – температура стенки; T_m – максимальная

температура потока; \bar{T} – среднемассовая температура потока). Данное допущение является приблизительным, поскольку деформация температурного поля при интенсификации теплообмена довольно значительна. Количественные соотношения, подтверждающие вышеуказанный вывод, приведены в работе [7]. В рамках данной работы удалось избежать этого допущения, поскольку интегрирование производится по безразмерному радиусу, в то время как в работах [7–11] – по безразмерной высоте.

Точные решения задачи об интенсифицированном теплообмене выглядят следующим образом:

$$Nu = \frac{2}{\sum_{i=1}^4 I_i} \forall \frac{h}{R_0} > \frac{30}{Re \sqrt{\frac{\xi}{32}}},$$

$$I_1 = -\frac{1}{6} \left(\frac{Pr}{Pr_T} \frac{\beta}{25} \right)^{\frac{4}{3}} \left(\frac{\xi}{32} \right)^{-2} Re^{-4} \times$$

$$\times \left\langle 30 \left(\frac{Pr}{Pr_T} \frac{\beta}{25} \right)^{\frac{1}{3}} + \ln \left[25 - 5 \left(\frac{Pr}{Pr_T} \frac{\beta}{25} \right)^{-\frac{1}{3}} + \left(\frac{Pr}{Pr_T} \frac{\beta}{25} \right)^{-\frac{2}{3}} \right] / \left(5 + \left(\frac{Pr}{Pr_T} \frac{\beta}{25} \right)^{-\frac{1}{3}} \right)^2 \right\rangle \times$$

$$\times \left[3 \left(\frac{Pr}{Pr_T} \frac{\beta}{25} \right)^{\frac{2}{3}} \frac{\xi}{32} Re^2 + \left(\frac{Pr}{Pr_T} \frac{\beta}{25} \right) \left(\frac{\xi}{32} \right)^{\frac{3}{2}} Re^3 + 1 \right] -$$

$$\begin{aligned}
& -6 \ln \left(1 + 5\beta \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \right) \left(\frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \frac{\beta}{25} \right)^{\frac{1}{3}} \sqrt{\frac{\xi}{32}} \text{Re} + \\
& + \left\{ 2\sqrt{3} \arctg \left[\left[10 \left(\frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \frac{\beta}{25} \right)^{\frac{1}{3}} - 1 \right] \frac{\sqrt{3}}{3} \right] + \frac{\sqrt{3}}{3} \pi \right\} \times \\
& \times \left\{ 3 \left(\frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \frac{\beta}{25} \right)^{\frac{2}{3}} \frac{\xi}{32} \text{Re}^2 - \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \frac{\beta}{25} \left(\frac{\xi}{32} \right)^{\frac{3}{2}} \text{Re}^3 - 1 \right\}, \\
I_2 = & \frac{10\text{Pr}_T \left(\sqrt{2\xi} \text{Pr} \text{Re} + 40\text{Pr}_T - 40\text{Pr} \right)^3}{\text{Pr}^4 \xi^2 \text{Re}^4} \ln \left(1 + 5 \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \right) - \frac{3125}{6} \left(\frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \right)^{-3} \times \\
& \times \left(\frac{\xi}{32} \right)^{-2} \text{Re}^4 \left[86 \left(\frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \right)^2 - \frac{63}{5} \left(\frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \right)^2 \sqrt{\frac{\xi}{32}} \text{Re} + \frac{9}{400} \left(\frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \right)^2 \xi \text{Re}^2 - \right. \\
& \left. - 21 \left(1 - \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \right) \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} + \frac{18}{5} \left(1 - \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \right) \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \sqrt{\frac{\xi}{32}} \text{Re} + 6 \left(1 - \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \right)^2 \right], \\
I_3 = & \frac{\left(\frac{h}{R_0} - \frac{30}{\text{Re}} \sqrt{\frac{32}{\xi}} \right) \left(2 - \frac{h}{R_0} - \frac{30}{\text{Re}} \sqrt{\frac{32}{\xi}} \right) \left[\left(1 - \frac{30}{\text{Re}} \sqrt{\frac{32}{\xi}} \right)^2 + \left(1 - \frac{h}{R_0} \right)^2 \right]}{4 \left[1 + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{\xi}{32}} \left(1 - \frac{h}{R_0} \right) \frac{h}{R_0} \text{Re} \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \right]}, \\
I_4 = & \frac{-100}{\xi \left(\frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \right)^2 \text{Re}^2} \left\{ \frac{2}{5} \sqrt{\frac{\xi}{32}} \text{Re} \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \left(1 - \frac{h}{R_0} \right) \left(3 - \frac{h}{R_0} \right) + \left(1 + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{\xi}{32}} \text{Re} \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \right) \right\} \times \\
& \times \ln \left[-1 - \frac{2}{5} \sqrt{\frac{\xi}{32}} \text{Re} \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \left(1 - \frac{h}{R_0} \right) \frac{h}{R_0} \right] + 5\pi \left\langle \frac{20\text{Pr}_T^2}{\xi \text{Re}^2 \text{Pr}^2} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\xi} \text{Re} \text{Pr}} \right\rangle i +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \left\{ \text{Arth} \left[\frac{\sqrt{\frac{2}{5} \text{Re} \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \sqrt[4]{\frac{\xi}{32}}} \frac{1 - 2 \frac{h}{R_0}}{\sqrt{4 + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{\xi}{32}} \text{Re} \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T}}}}{\sqrt{4 + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{\xi}{32}} \text{Re} \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T}}} \right] + \text{Arth} \left[\frac{\sqrt{\frac{2}{5} \text{Re} \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \sqrt[4]{\frac{\xi}{32}}}}{\sqrt{4 + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{\xi}{32}} \text{Re} \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T}}} \right] \right\} \times \\
 & \times \left(3 + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{\xi}{32}} \text{Re} \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \right) / \left[\left(\frac{2}{5} \sqrt{\frac{\xi}{32}} \text{Re} \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \right)^2 \sqrt{4 + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{\xi}{32}} \text{Re} \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T}} \right], \\
 & \text{Nu} = \frac{2}{\sum_{j=1}^3 I'_j} \nabla \frac{h}{R_0} \leq \frac{30}{\text{Re} \sqrt{\frac{\xi}{32}}}, \\
 & I'_i = I_i \quad \forall i = 1, 2, \\
 & I'_3 = -100 / \left[\xi \left(\frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \right)^2 \text{Re}^2 \right] \times \\
 & \times \left\{ \frac{6}{5} \sqrt{\frac{\xi}{32}} \text{Re} \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \left(1 - \sqrt{\frac{32}{\xi}} \frac{30}{\text{Re}} \right) \left(1 - \sqrt{\frac{32}{\xi}} \frac{10}{\text{Re}} \right) + \left(1 + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{\xi}{32}} \text{Re} \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \right) \times \right. \\
 & \left. \times \ln \left[-1 - 12 \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \left(1 - \sqrt{\frac{32}{\xi}} \frac{30}{\text{Re}} \right) \right] \right\} + 5\pi \left\langle \frac{20 \text{Pr}_T^2}{\xi \text{Re}^2 \text{Pr}^2} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\xi} \text{Re} \text{Pr}} \right\rangle i + \\
 & + \left\{ \text{Arth} \left[\frac{\sqrt{\frac{2}{5} \text{Re} \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \sqrt[4]{\frac{\xi}{32}}} \frac{1 - \sqrt{\frac{32}{\xi}} \frac{60}{\text{Re}}}}{\sqrt{4 + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{\xi}{32}} \text{Re} \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T}}} \right] + \text{Arth} \left[\frac{\sqrt{\frac{2}{5} \text{Re} \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \sqrt[4]{\frac{\xi}{32}}}}{\sqrt{4 + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{\xi}{32}} \text{Re} \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T}}} \right] \right\} \times \\
 & \times \left(3 + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{\xi}{32}} \text{Re} \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \right) / \left[\left(\frac{2}{5} \sqrt{\frac{\xi}{32}} \text{Re} \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T} \right)^2 \sqrt{4 + \frac{2}{5} \sqrt{\frac{\xi}{32}} \text{Re} \frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_T}} \right].
 \end{aligned}$$

Сравнение точного решения задачи об интенсифицированном теплообмене с существующими решениями

Решения Мигая, согласно работам [4–6], выглядят следующим образом:

$$\text{Nu}^M = \left(1 + \frac{1,75}{\text{Pr} + 8}\right) \text{RePr} \sqrt{\frac{\xi}{8}} \left\{ \sqrt{\frac{8}{\xi}} (1,325\sqrt{\xi} + 1) \left(1 - \frac{h}{R_0}\right)^{\sqrt{\xi}} + \right. \\ \left. + 5 \text{Pr} \left(\frac{1,285}{\text{Pr}^{0,21}} - \frac{0,265}{\text{Pr}^{1,2}}\right) + 5 \ln(5 \text{Pr} + 1) + \frac{\frac{h}{R_0} \text{Re} \sqrt{\frac{\xi}{32}} - 30}{\frac{1}{\text{Pr}} + 0,4 \text{Re} \sqrt{\frac{\xi}{32}} \left(1 - \frac{h}{R_0}\right) \frac{h}{R_0}} \right\}^{-1}, \\ \forall \frac{h}{R_0} > \frac{30}{\text{Re} \sqrt{\frac{\xi}{32}}},$$

$$\text{Nu}^M = \left(1 + \frac{1,75}{\text{Pr} + 8}\right) \text{RePr} \sqrt{\frac{\xi}{8}} \left\{ \sqrt{\frac{8}{\xi}} (1,325\sqrt{\xi} + 1) \left[1 - \left(\frac{30}{\left(\text{Re} \sqrt{\frac{\xi}{32}}\right)}\right)^{\sqrt{\xi}}\right] + \right. \\ \left. + 5 \text{Pr} \left(\frac{1,285}{\text{Pr}^{0,21}} - \frac{0,265}{\text{Pr}^{1,2}}\right) + 5 \ln(5 \text{Pr} + 1) \right\}^{-1}, \\ \forall \frac{h}{R_0} \leq \frac{30}{\text{Re} \sqrt{\frac{\xi}{32}}}.$$

Очевидно, что точные решения задачи об интенсифицированном теплообмене, представленные в рамках данной работы, гораздо сложнее, чем решения Мигая, что является единственным недостатком первых по отношению к последним.

Сравнение результатов расчета по точным решениям и по решениям Мигая необходимо проводить, сопоставляя оба этих решения не только между собой, но и с имеющимися экспериментальными данными. На рис. 3 приведены отношения чисел Нуссельта, рассчитанных по точным решениям, Nu к соответствующим числам Нуссельта, рассчитанным по формулам Мигая, Nu^M , в зависимости от числа Рейнольдса

при различных числах Прандтля при следующих геометрических параметрах турбулизаторов: $t/D = 1$; $d/D = 0,90$ (t – расстояние между турбулизаторами; d – внутренний диаметр кольцевых канавок; D – внутренний диаметр трубы).

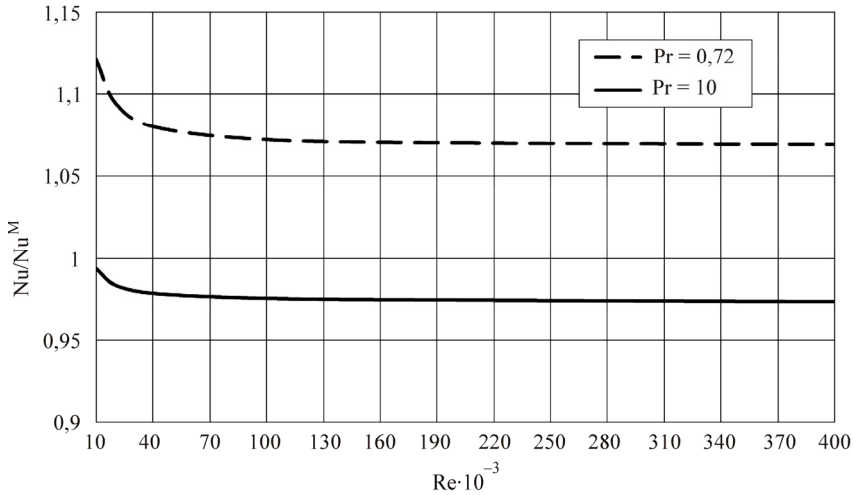


Рис. 3. Отношения чисел Нуссельта, рассчитанных по точным и приближенным решениям, в зависимости от числа Рейнольдса при различных числах Прандтля при $t/D = 1$; $d/D = 0,90$

Из рис. 3 видно, что решение Мигая дает заниженные результаты относительно точного решения для низких значений числа Прандтля и завышенные для высоких во всем диапазоне чисел Рейнольдса.

Для более высоких чисел Рейнольдса это расхождение выше при высоких числах Прандтля и ниже при низких. Анализ результатов расчетов по точным формулам и по формулам Мигая в зависимости от числа Рейнольдса при прочих равных условиях показывает, что их расхождение может быть довольно значительным – порядка 10–15 %.

На рис. 4 приведены отношения чисел Нуссельта, рассчитанных по точным решениям, Nu к соответствующим числам Нуссельта, рассчитанным по формулам Мигая, Nu^M , в зависимости от относительного диаметра трубы с турбулизаторами d/D при различных числах Прандтля при относительном шаге между турбулизаторами $t/D = 1$ и числе Рейнольдса $Re = 10^4$.

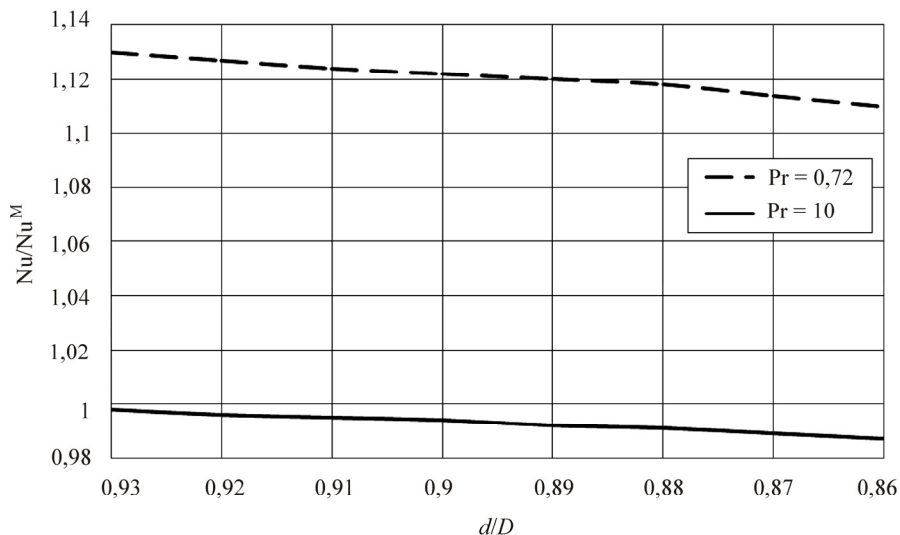


Рис. 4. Отношения чисел Нуссельта, рассчитанных по точным и приближенным решениям, в зависимости от относительного диаметра трубы с турбулизаторами d/D при различных числах Прандтля при относительном шаге между турбулизаторами $t/D = 1$ и числе Рейнольдса $Re = 10^4$

Из рис. 4 видно, что решение Мигая дает заниженные результаты относительно точного решения для низких значений числа Прандтля и завышенные для высоких во всем диапазоне относительных диаметров для труб с турбулизаторами. Для более высоких относительных высот турбулизаторов это расхождение выше при высоких числах Прандтля и ниже при низких.

Подробный анализ результатов расчетов по точным формулам и по формулам Мигая в зависимости от относительной высоты между турбулизаторами при прочих равных условиях показывает, что их расхождение может быть довольно значительным – порядка 10–15 %.

После непосредственного сравнения представленных решений между собой необходимо сравнить эти решения с существующими экспериментальными данными по теплообмену для труб с периодически расположенными поверхностными турбулизаторами [1–3].

На рис. 5 представлено сравнение точного решения для интенсифицированного теплообмена и решения Мигая с экспериментальными данными [1–3] для труб с турбулизаторами при $t/D = 1$, $Pr = 0,72$, $Re = 4 \cdot 10^5$ в зависимости от относительного диаметра труб с турбулизаторами d/D .

Из рис. 5 видно, что точное решение гораздо лучше соответствует существующим экспериментальным данным во всем диапазоне d/D .

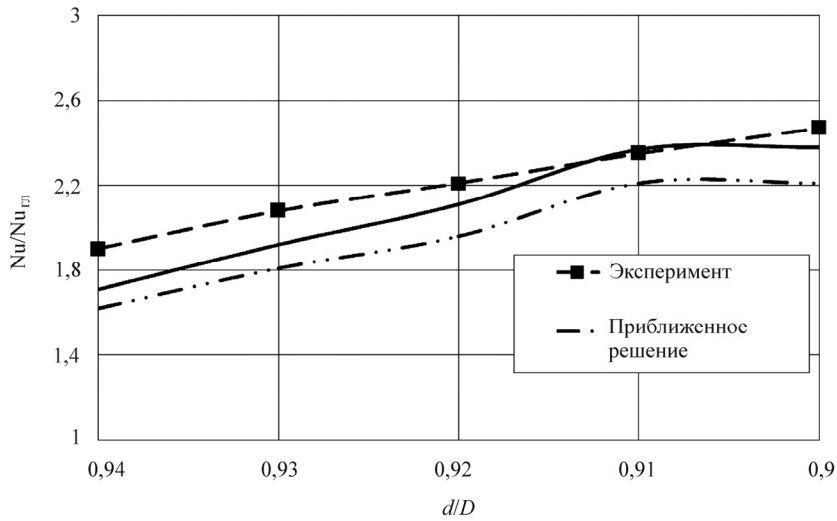


Рис. 5. Сравнение точного и приближенного решений для интенсифицированного теплообмена с экспериментальными данными [1–3] для труб с турбулизаторами при $t/D = 1$, $Pr = 0,72$, $Re = 4 \cdot 10^5$ в зависимости от относительного диаметра труб с турбулизаторами d/D

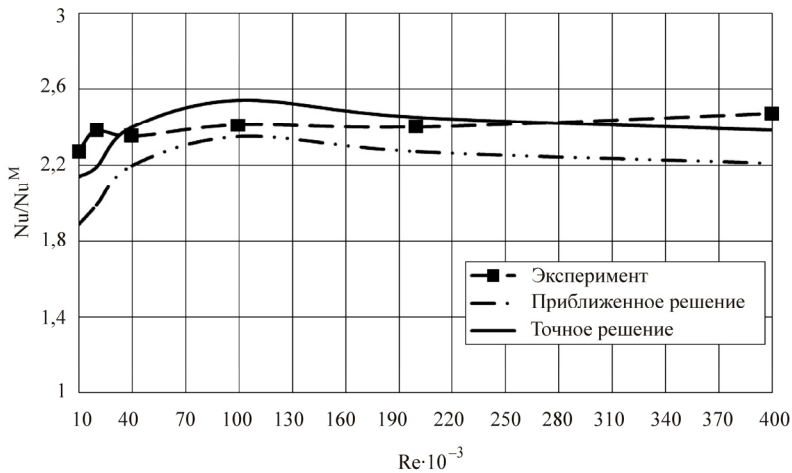


Рис. 6. Сравнение точного и приближенного решений для интенсифицированного теплообмена с экспериментальными данными [1–3] для труб с турбулизаторами при $t/D = 1$, $d/D = 1$, $Pr = 0,72$ в зависимости от числа Рейнольдса

На рис. 6 представлено аналогичное сравнение, но при $t/D = 1$, $d/D = 1$, $Pr = 0,72$ и в зависимости от числа Рейнольдса, из которого видно, что точное решение гораздо лучше соответствует существующим экспериментальным данным почти во всем диапазоне чисел Рейнольдса.

Подробное расчетное исследование теплообмена в трубах с турбулизаторами посредством точного решения задачи о теплообмене и посредством решений Мигая в диапазоне геометрических параметров турбулизаторов и режимов течения, приведенном в экспериментальном материале [1–3], показывает, что средняя погрешность расчета по точными решениям, приведенным в рамках данного исследования, по отношению к эксперименту составляет порядка 5 %, в то время как формулы Мигая дают погрешность в среднем более 10 %.

Заключение

Резюмируя полученные данные, можно сказать, что в рамках данного исследования были найдены точные решения задачи об интенсифицированном теплообмене для четырехслойной схемы турбулентного пограничного слоя.

Существующие решения могут быть охарактеризованы как частный случай этих точных решений; точные решения являются более сложными по отношению к существующим решениям.

Расчетные данные по теплообмену, полученные с применением точных решений, хорошо соответствуют экспериментальным данным и имеют гораздо меньшую погрешность по отношению к последним, чем существующие решения.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках базовой части госзадания № 2014/92, проект № 289.

Библиографический список

1. Эффективные поверхности теплообмена / Э.К. Калинин, Г.А. Дрейцер, И.З. Копп [и др.]. – М.: Энергоатомиздат, 1998. – 408 с.
2. Калинин Э.К., Дрейцер Г.А., Ярхо С.А. Интенсификация теплообмена в каналах. – М.: Машиностроение, 1990. – 208 с.

3. Калинин Э.К., Дрейцер Г.А., Ярхо С.А. Интенсификация теплообмена в каналах. – М.: Машиностроение, 1972. – 220 с.
4. Мигай В.К. Интенсификация конвективного теплообмена в трубах и каналах теплообменного оборудования: дис. ... д-ра техн. наук. – Л., 1973. – Т. 1. – 327 с.; Т. 2. – 85 с.
5. Мигай В.К. Повышение эффективности современных теплообменников. – Л.: Энергия, 1980. – 144 с.
6. Мигай В.К. Моделирование теплообменного энергетического оборудования. – Л.: Энергоатомиздат, 1987. – 263 с.
7. Дрейцер Г.А., Лобанов И.Е. Моделирование изотермического теплообмена при турбулентном течении в каналах в условиях интенсификации теплообмена // Теплоэнергетика. – 2003. – № 1. – С. 54–60.
8. Лобанов И.Е. Моделирование теплообмена и сопротивления при турбулентном течении в каналах теплоносителей в условиях интенсификации теплообмена // Тр. Третьей Рос. нац. конф. по теплообмену: в 8 т. Т. 6. Интенсификация теплообмена. Радиационный и сложный теплообмен. – М., 2002. – С. 140–143.
9. Лобанов И.Е. Математическое моделирование интенсифицированного теплообмена при турбулентном течении в каналах: дис. ... д-ра техн. наук. – М., 2005. – 632 с.
10. Dreitzer G.A., Lobanov I.E. Modelling of heat transfer and hydraulic resistance of turbulent gas and liquid flow in tubes with circular turbulizers // International Journal of Heat Exchangers. – 2006. – Vol. VII, № 2. – P. 231–249.
11. Лобанов И.Е. Аналитическое математическое моделирование изотермического теплообмена при турбулентном течении в каналах в условиях интенсификации теплообмена // Исследования технических наук. – 2015. – Вып. 4(18). – Октябрь–декабрь. – С. 3–8.
12. Лобанов И.Е. Фактор аналогии Рейнольдса для труб с турбулизаторами в окрестности точки присоединения турбулентного пограничного слоя // Проблемы усовершенствования холодильной техники и технологии: сб. науч. тр. V науч.-практ. конф. с междунар. участием. – М.: Изд-во Моск. гос. ун-та пищевых производств, 2012. – С. 201–208.
13. Лобанов И.Е. Фактор аналогии Рейнольдса для детерминирования интенсифицированного теплообмена для труб с турбулизаторами в окрестности точки присоединения турбулентного пограничного слоя // Научное мнение. – 2011. – № 8. – С. 116–127.

14. Лобанов И.Е. Моделирование интенсифицированного теплообмена для труб с турбулизаторами в окрестности точки присоединения турбулентного пограничного слоя на основе фактора аналогии Рейнольдса // Тез. шестой Рос. нац. конф. по теплообмену: в 3 т. (27–31 октября 2014 г., Москва). – М.: Изд-во МЭИ, 2014. – Т. 3. – С. 75–76.

15. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. – М.: Атомиздат, 1979. – 416 с.

References

1. Kalinin E.K., Dreytser G.A., Kopp I.Z. [et. al]. *Effektivnyye poverkhnosti teploobmena* [Effective exchange surfaces]. Moscow: Energoatomizdat, 1998. 408 p.

2. Kalinin E.K., Dreytser G.A., Yarkho S.A. *Intensifikatsiya teploobmena v kanalakh* [Enhancement of heat transfer in the channels]. Moscow: Mashinostroenie, 1990. 208 p.

3. Kalinin E.K., Dreytser G.A., Yarkho S.A. *Intensifikatsiya teploobmena v kanalakh* [Enhancement of heat transfer in the channels]. Moscow: Mashinostroenie, 1972. 220 p.

4. Migay V.K. *Intensifikatsiya konvektivnogo teploobmena v trubakh i kanalakh teploobmennogo oborudovaniya* [Intensification of convective heat transfer in pipes and channels of heat exchange equipment]. Doctor's degree dissertation. Leningrad: 1973. Vol. 1. 327 p. Vol. 2. 85 p.

5. Migay V.K. *Povyshenie effektivnosti sovremennykh teploobmennikov* [Improving the efficiency of modern heat exchangers]. Leningrad: Energiya, 1980. 144 p.

6. Migay V.K. *Modelirovanie teploobmennogo energeticheskogo oborudovaniya* [Modelling of heat exchange power equipment]. Leningrad: Energoatomizdat, 1987. 263 p.

7. Dreytser G.A., Lobanov I.E. *Modelirovanie izotermicheskogo teploobmena pri turbulentnom techenii v kanalakh v usloviyakh intensivatsii teploobmena* [Modelling of the isothermal heat transfer in turbulent flow in the channels in a heat exchange intensification]. *Thermal Engineering*, 2003, no. 1, pp. 54-60.

8. Lobanov I.E. *Modelirovanie teploobmena i soprotivleniya pri turbulentnom techenii v kanalakh teplonositeley v usloviyakh intensivatsii teploobmena* [Simulation of heat transfer and resistance in turbulent flow in

the coolant channels in terms of heat transfer]. *Proceedings of the Third Russian National Conference on Heat Transfer. Vol. 6. Intensification of heat exchange. Radiation heat transfer and complex*. Moscow, 2002, pp. 140-143.

9. Lobanov I.E. Matematicheskoe modelirovanie intensifitsirovannogo teploobmena pri turbulentnom techenii v kanalakh [Mathematical modeling intensified heat transfer in turbulent flow in channels]. Doctor's degree dissertation. Moscow, 2005. 632 p.

10. Dreitser G.A., Lobanov I.E. Modelling of heat transfer and hydraulic resistance of turbulent gas and liquid flow in tubes with circular turbulizers. *International Journal of Heat Exchangers*, 2006, vol. 7, no. 2, pp. 231-249.

11. Lobanov I.E. Analiticheskoe matematicheskoe modelirovanie izotermicheskogo teploobmena pri turbulentnom techenii v kanalakh v usloviyakh intensivatsii teploobmena [Analytical mathematical modeling isothermal heat transfer in turbulent flow in channels in terms of intensification of heat exchange]. *Studies of Technical Sciences*, 2015, iss. 4(18), pp. 3-8.

12. Lobanov I.E. Faktor analogii Reynoldsa dlya trub s turbulizatorami v okrestnosti tochki prisoedineniya turbulentnogo pogrannichnogo sloya [Reynolds analogy factor for tubes with turbulence in the vicinity of the point of attachment of the turbulent boundary layer]. *Proceedings V scientific-practical conference with international participation "Problems of improving refrigeration equipment and technology"*. 2012, pp. 201-208.

13. Lobanov I.E. Faktor analogii Reynoldsa dlya determinirovaniya intensifitsirovannogo teploobmena dlya trub s turbulizatorami v okrestnosti tochki prisoedineniya turbulentnogo pogrannichnogo sloya [Reynolds analogy factor for determinacy of intensified heat exchange in pipes with turbulence in the vicinity of the point of attachment of the turbulent boundary layer]. *Nauchnoe mnenie*, 2011, no. 8, pp. 116-127.

14. Lobanov I.E. Modelirovanie intensifitsirovannogo teploobmena dlya trub s turbulizatorami v okrestnosti tochki prisoedineniya turbulentnogo pogrannichnogo sloya na osnove faktora analogii Reynoldsa [Simulation of intensified heat exchange in pipes with turbulence in the vicinity of the point of attachment of the turbulent boundary layer based on the Reynolds analogy factor]. *Abstracts of Sixth Russian national conference on the heat exchange*. Moscovskiy energeticheskii institut, 2014. Vol. 3, pp. 75-76.

15. Kutateladze S.S. Osnovy teorii teploobmena [Fundamentals of the theory of heat transfer]. Moscow: Atomizdat, 1979. 416 p.

Об авторе

Лобанов Игорь Евгеньевич (Москва, Россия) – доктор технических наук, ведущий научный сотрудник ПНИИ–204 Московского авиационного института (национального исследовательского университета) (125993, г. Москва, Волоколамское ш., д. 4, e-mail: lloobbaannooff@live.ru).

About the author

Igor E. Lobanov (Moscow, Russian Federation) – Doctor of Technical Sciences, Leading Researcher, Moscow Aviation Institute (National Research University) (4, Volokolamskoe shosse, Moscow, 125993, Russian Federation, e-mail: lloobbaannooff@live.ru).

Получено 05.05.2016