

УДК 531/534:[57+61]

А.О. Мазалова, О.И. Дударь

A.O. Mazalova, O.I. Dudar'

Пермский национальный исследовательский
политехнический университет

Perm National Research Polytechnic University

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЛИЧЕСТВА ПУЧКОВ ВОЛОКОН В ПЕРИОДОНТЕ ОДНОКОРЕННОГО ЗУБА

FINDING THE NUMBER OF FIBER BUNDLES IN THE SINGLE-ROOT TOOTH PERIODONTIUM

При действии физиологической или патологической нагрузки периодонт распределяет нагрузку по стенке альвеолы, а также участвует в распределении нагрузки по зубному ряду. Важно выяснить, к каким отрицательным эффектам могут привести дефекты зубочелюстной системы (отсутствие зубов, нарушение прикуса и т.п.), отсутствие периодонтальной прокладки у имплантов. Важным является также вопрос о роли периодонта при ортодонтическом перемещении зубов. В данной работе была выдвинута гипотеза о том, что нагружение происходит медленно, поэтому учитывались только упругие свойства периодонта. Было определено количество пучков волокон в периодонтальной ткани геометрическим и силовым способами. С помощью предложенной структурной модели периодонта была получена зависимость вертикальной силы, действующей на клык при центральной окклюзии, от перемещения корня зуба. При среднем значении жевательной нагрузки эта зависимость близка к линейной, поэтому хорошо совпадает с ранее рассмотренной линейно-упругой континуальной моделью [1]. Показано, что при больших значениях жевательной нагрузки структурная модель дает более корректный результат.

Ключевые слова: периодонт, упругость, структурная модель, количество пучков волокон, континуальная модель, центральная окклюзия.

The periodontium distributes load on an alveolus wall and also participates in a load distribution on a dentition at action of physiological or pathological load. It is important to find out to what negative effects can lead defects of dentoalveolar system (absence of teeth, violation of a bite, etc.), absence of periodontium at implant construction. Also it is important to investigate the role of periodontium at orthodontic movement of tooth. It was assumed in this work that the loading occurs slowly therefore there were considered only elastic properties of a periodontium. The number of fiber bundles in the periodontal tissue was defined by both geometrical and force ways. We were research the force action on a canine of the central occlusion and we found the tooth displacement with the help of proposed structural model of periodontium. When a bite force takes an average value then this dependence is close to linear one. In this case the structural model is in a good agreement with the previously discussed linear elastic continual model [1]. It is shown that the structural model of periodontium insures a more correct result at the great value of a bite force.

Keywords: periodontium, elasticity, structural model, the number of fiber bundles, continual model, central occlusion.

Периодонт располагается в периодонтальной щели между корнем зуба и альвеолярной пластинкой. Он состоит из соединительнотканых коллагеновых волокон, пронизанных густой сетью нервов и сосудов. Коллагеновые волокна формируют толстые ориентированные пучки, которые одним своим концом врастают в цемент зуба, другим – в костную ткань стенок альвеолы. Возле цементной границы они имеют диаметр 3–10 мкм, в середине периодонтальной

щели – 1–4 μm , около границы с альвеолярной костью – 10–20 μm [2]. Между пучками имеются щели, заполненные рыхлой соединительной тканью. Существует несколько групп пучков коллагеновых волокон (в зависимости от расположения участка их прикрепления и направления хода). В данной работе будут рассматриваться только косые (подвешивающие) волокна.

У периодонта существует множество функций: механостатическая (анатомическая), распределительно-регулирующая, сенсорная, трофическая, защитная (барьерная), пластическая [3].

С точки зрения рассматриваемой проблемы нас интересуют только первые три функции. Опорно-удерживающая функция заключается в фиксации и удержании зуба в альвеолярной лунке. Перераспределительная функция заключается в равномерном распределении нагрузки на зуб и ткани альвеолы во время жевательного процесса. Эти две функции определяют реакцию зуба (его перемещение) при воздействии жевательной нагрузки. Сенсорная функция осуществляется посредством густой сети нервных клеток, расположенной внутри периодонтальной ткани. В частности, эта функция регулирует предельную величину жевательного усилия (болевого порог) для предотвращения чрезмерной нагрузки на зуб.

Нас интересует связь между силой, действующей на зуб, и его перемещением. Эта связь позволяет прогнозировать поведение как отдельного зуба, так и зубного ряда в целом, что является важным с точки зрения анализа последствий:

- наличия дефектов зубочелюстной системы и их лечения;
- отсутствия периодонтальной прокладки у имплантов;
- воздействия ортодонтических усилий и т.д.

При анализе отклика зуба на действие жевательной нагрузки чаще всего применяется модель периодонта как изотропного линейно-упругого тела [4–11]. В работе [12] периодонт рассматривается как пороупругий материал. В статьях [13, 14] периодонтальная связка рассматривается как волокно-армированный вязкоупругий пороматериал. Некоторыми авторами были предложены структурные вязкоупругие модели периодонта [15–18]. В [19] периодонт рассматривается как вязкогиперупругий материал.

В данной работе будем рассматривать центральную окклюзию, так как из всех видов окклюзии именно в этом случае жевательная нагрузка будет максимальной. Кроме того, будем полагать, что зуб нагружается достаточно медленно. В этом случае периодонт можно считать упругим телом. Модели изотропного линейно-упругого тела, использовавшиеся в работах [4–11], имеют следующие недостатки:

- данные по упругим свойствам существенно отличаются (табл. 1);
- при центральной окклюзии изотропная линейно-упругая модель предполагает сжатие, тогда как волокна в действительности растягиваются;
- для мягких тканей характерно нелинейно-упругое поведение [19, 20].

Таблица 1

Упругие свойства периодонта

Модуль Юнга периодонта, МПа	Коэффициент Пуассона	Ссылка на список литературы
0,07	0,49	[4]
0,50	0,45	[5]
0,68	0,49	[7–9]
6,80	0,45	[6]

Таким образом, в данной работе будет рассматриваться структурная модель периодонта, т.е. периодонтальная ткань будет моделироваться набором упругих волокон, направленных под одинаковым углом к оси зуба. Данная модель будет использована для определения числа пучков волокон периодонта.

Основные допущения. Примем следующие допущения:

- рассматривается центральная окклюзия, поэтому нагрузка направлена по оси зуба;
- рассматривается однокорневой зуб (клык верхней челюсти);
- полагаем, что корень имеет форму конуса, радиуса r и высоты h (рис. 1);
- полагаем, что без нагрузки все пучки волокон направлены под одним углом θ к вертикали (см. рис. 1);
- полагаем, что первоначальный и текущий размер периодонтальной щели (δ_0 и δ) везде одинаковый (см. рис. 1);
- полагаем, что нагружение медленное, поэтому вязкими эффектами пренебрегаем.

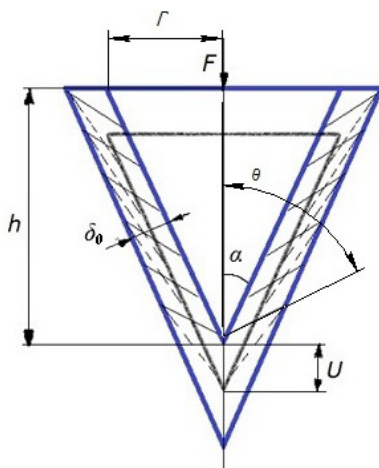


Рис. 1. Структурная модель периодонта: U – перемещение; F – вертикальная сила; r – радиус корня зуба; h – высота корня зуба; α – угол между высотой и образующей; θ – угол между пучком волокон и вертикалью; δ_0 – начальная ширина периодонтальной щели

Структурная упругая модель периодонта. Рассмотрим геометрию деформирования пучка волокон. На рис. 2 стороны треугольника l, l_0, U соотносятся по теореме синусов:

$$\frac{U}{\sin \phi} = \frac{l_0}{\sin \gamma} = \frac{l}{\sin \psi}. \quad (1)$$

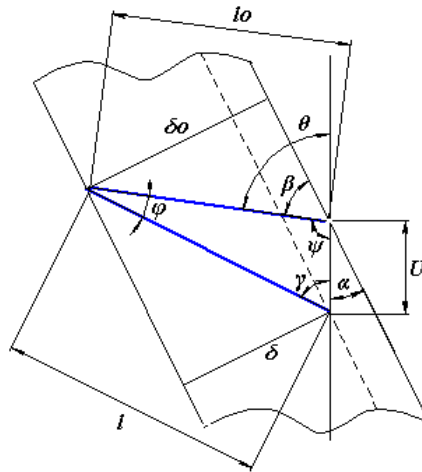


Рис. 2. Растяжение пучка волокон периодонта при нагружении: α – угол между высотой и образующей; β – угол между пучком волокон и образующей; θ – угол между пучком волокон и вертикалью; l_0, l – начальная и конечная длина пучка волокон; δ_0, δ – начальная и конечная ширина периодонтальной щели; ϕ – угол наклона пучка волокон относительно первоначального положения

Деформацию пучка волокон в случае одноосного растяжения можно найти по формуле

$$\varepsilon = \frac{l}{l_0} - 1, \quad (2)$$

где из выражения (1)

$$\frac{l}{l_0} = \frac{\sin \psi}{\sin \gamma} = \frac{\sin \theta}{\sin(\theta - \phi)}. \quad (3)$$

Напряжение пучка волокон определяется по закону Гука:

$$\sigma = \varepsilon \cdot E_f,$$

где E_f – модуль упругости пучка волокон периодонта.

Тогда суммарное по всем волокнам вертикальное усилие F определяется по формуле

$$F = n\varepsilon SE_f \cdot \cos(\theta - \phi) = nSE_f \left(\frac{\sin \theta}{\sin(\theta - \phi)} - 1 \right) \cdot \cos(\theta - \phi), \quad (4)$$

где S – площадь поперечного сечения пучка волокон.

Таким образом, получена связь между усилием F и текущим углом наклона пучка волокон ϕ . Угол ϕ можно рассматривать как параметр, характеризующий удлинение (деформацию) пучка, поэтому перемещение корня зуба U также выразим как функцию этого параметра из теоремы синусов (1):

$$U = l_0 \frac{\sin \phi}{\sin \gamma} = l_0 \frac{\sin \phi}{\sin(\theta - \phi)}. \quad (5)$$

Первоначальная длина пучка волокон в выражении (5) легко определяется по формуле (см. рис. 2)

$$l_0 = \frac{\delta_0}{\sin(\theta - \alpha)}. \quad (6)$$

Пригодится также вспомогательная формула, выражающая обратную зависимость угла ϕ через U , следующая из формулы (5):

$$\operatorname{ctg} \phi = \frac{l_0}{U \cdot \sin \theta} + \operatorname{ctg} \theta. \quad (7)$$

Из рис. 2 видно, что угол ϕ имеет предел:

$$\phi_{\max} = \beta = \theta - \alpha. \quad (8)$$

Тогда, изменяя ϕ от 0 до ϕ_{\max} , с помощью формул (4) и (5) можем найти зависимость F от U .

Перемещение также имеет предельное значение:

$$U_{\max} = \Delta h = \frac{\delta_0}{\sin \alpha}, \quad (9)$$

где Δh – расстояние между вершинами конусов (см. рис. 1). С помощью U_{\max} определяется условие непроникания зуба в альвеолу.

Величина жевательной нагрузки F также имеет предельное значение F_{\max} , где F_{\max} – величина болевого порога для клыка верхней челюсти.

Континуальная упругая модель периодонта. Ранее в работе [1] с помощью континуальной модели периодонта с использованием гипотезы Винклера была получена линейная зависимость силы от перемещения:

$$F = C \cdot U, \quad (10)$$

где коэффициент жесткости корня зуба определялся по формуле

$$C = \pi k \frac{r^4}{r^2 + h^2}. \quad (11)$$

В работе [1] было приведено также выражение для коэффициента упругого основания, входящего в гипотезу Винклера:

$$k = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)\delta_0}. \quad (12)$$

Можно предположить, что для малых и средних значений жевательной нагрузки линейная модель является достаточно точной, но для значений, близких к болевому порогу, эта модель будет давать большую погрешность.

Определение числа пучков волокон периодонта (геометрический способ). Пучок волокон имеет наибольший диаметр на стенке альвеолы. Тогда, полагая, что пучки на стенке альвеолы плотно прилегают друг к другу, найдем их количество по формуле

$$n_1 = \frac{S_a}{S_q}, \quad (13)$$

где S_q – площадь квадрата, описывающего поперечное сечение пучка волокон на стенке альвеолы, имеющее максимальный диаметр d_{\max} , $S_q = d_{\max}^2$; S_a – площадь боковой поверхности стенки альвеолы.

Поскольку мы учитываем только ту часть стенки альвеолы, к которой прикреплены косые волокна, то она вычисляется по формуле усеченного конуса:

$$S_a = \pi \left(r + \frac{\delta_0}{\cos \alpha} \right) \sqrt{h^2 + r^2}. \quad (14)$$

Определение числа пучков волокон периодонта (силовой способ). Как говорилось выше, континуальную модель (формулы (10–12)) можно считать справедливой для среднего значения жевательной нагрузки. Тогда, задавая среднее значение жевательной нагрузки F_{av} из формулы (10), можно найти соответствующее значение перемещения:

$$U_{av} = \frac{F_{av}}{C}. \quad (15)$$

Затем, считая F_{av} и U_{av} истинными, можно сначала по формуле (7) найти угол ϕ_{av} , а затем из формулы (4) выразить количество пучков волокон:

$$n_2 = \frac{F_{av}}{\varepsilon S E_f \cos(\theta - \phi_{av})}. \quad (16)$$

Исходные данные и расчеты. Были приняты следующие значения исходных данных: $r = 3,45$ мм [4]; $h = 15,8$ мм [4]; $\delta_0 = 0,225$ мм [21]; $\theta = 35^\circ$ [3]; $d_{\max} = 15$ мкм [2]; $d = 2,5$ мкм [2]; $E_f = 10$ МПа [22].

При расчете перемещения U_{av} с помощью континуальной модели было принято: $E = 0,68$ МПа [6]; $\nu = 0,49$ [6]. В [23] были приведены среднее значение величины болевого порога для клыка верхней челюсти у мужчин $F_{\max} = 360$ Н, а также среднее значение жевательной нагрузки на весь зубной ряд (160 Н). В работе [1] была определена доля жевательной нагрузки, приходящаяся на клык, – 9,3 %, чему соответствует величина силы, действующей на клык, $F_{av} = 15$ Н.

Результаты расчетов количества пучков волокон геометрическим способом следующие:

$$\begin{aligned} S_a &= 198,6139 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2; \\ S_q &= 225 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2; \\ n_1 &= 0,883 \cdot 10^6. \end{aligned}$$

Результаты расчетов количества пучков волокон силовым способом таковы:

$$\begin{aligned} k &= 51,73 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^3; \\ C &= 88 \cdot 10^3 \text{ Н/м}; \\ U_{av} &= 0,1704 \text{ мм}; \\ \varphi_{av} &= 7,69^\circ; \\ n_2 &= 1,3728 \cdot 10^6. \end{aligned}$$

Можно заметить, что оба способа дали значение числа пучков волокон одного и того же порядка.

Используем полученное силовым способом значение числа пучков волокон для вычисления зависимости $F(U)$. Учитывая, что $\varphi_{\max} = 24,68^\circ$, будем изменять φ от 1 до 24° (табл. 2).

Таблица 2

Зависимость перемещения корня зуба от вертикальной нагрузки

$\varphi, ^\circ$	$F(\varphi), \text{ Н}$	$U(\varphi), \text{ мм}$
1	1,4370	0,0182
5	8,5876	0,1017
9	18,6804	0,2082
13	33,1857	0,3504
17	54,8682	0,5521
21	89,6373	0,8644
24	132,6956	1,2438

По табличным данным был построен график $F(U)$ для структурной модели (рис. 3). На рис. 3 также представлен график $F(U)$ для континуальной модели, который представляет собой прямую линию, проходящую через начало координат и точку ($U_{av} = 0,1704$ мм; $F_{av} = 15$ Н).

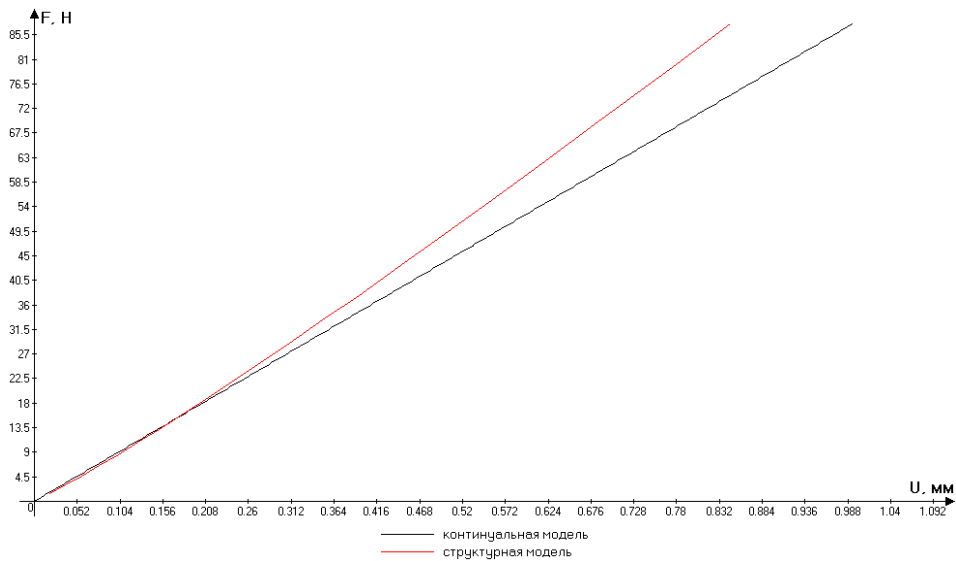


Рис. 3. Зависимость силы F , действующей на зуб, от его перемещения U

Видно, что для рассмотренного среднего уровня жевательной нагрузки ($F = 15$ Н) оба графика почти совпадают. Далее при увеличении нагрузки континуальная модель достигает предельного перемещения корня зуба ($U_{\max} = 1,05$ мм) (см. формулу (9)) при $F = 92$ Н. В то же время при соответствующем значении силы структурная модель дает значение перемещения $U = 0,87$ мм. Для структурной модели значению U_{\max} соответствует значение силы $F = 115$ Н. Учитывая, что $F = 115$ Н ближе к F_{\max} , чем $F = 92$ Н, можно считать, что предложенная нами структурная модель периодонта является более корректной, чем континуальная модель.

Выводы. Определено количество пучков волокон в периодонтальной ткани клыка верхней челюсти двумя различными способами. Оба способа дают один порядок этой величины. Для средних значений жевательной нагрузки обе модели дают близкие результаты. Для жевательных нагрузок, значительно превосходящих среднее значение, нелинейная структурная модель дает более корректный результат по сравнению с континуальной. Однако достигнуть болевого порога, не выходя за предельное перемещение корня зуба, пока не позволяет ни та, ни другая модель. Чтобы сделать структурную модель более корректной, надо учесть, что при больших нагрузках пучки волокон начинают работать также на поперечное сжатие.

Список литературы

1. Распределение жевательной нагрузки по зубному ряду при центральной окклюзии / О.И. Дударь, И.П. Костерина, Л.В. Майорова, Н.А. Фатеева // Российский журнал биомеханики. – 2009. – Т. 13, № 3. – С. 56–62.

2. Caputo A.A., Standlee J.P. Biomechanics in clinical dentistry. Chapter 3. The periodontium. – Quintessence Publishing Co., 1987.
3. Анатомо-физиологические особенности периодонта [Электронный ресурс]. – URL: <http://stomatologist.org/dentistry-specialist/dentistry/293-anatomofiziologicheskie-osobennosti-periodonta.html> (дата обращения: 10.10.2015).
4. Andersen K.L., Pedersen E.H., Melsen B. Material parameters and stress profiles within the periodontal ligament // American Journal of Orthodontic and Dentofacial Orthopaedics. – 1991. – № 99. – P. 427–440.
5. Kaewsuriyathumrong C., Soma K. Stress of tooth and PDL structure created by bite force // Bulletin of Tokyo Medical and Dental University. – 1993. – № 40. – P. 217–232.
6. Stress analysis of bone modelling response to rat molar orthodontics / T.R. Kattana, N.H. Paydar, H.U. Akay, W.E. Roberts // Journal of Biomechanics. – 1995. – № 28 (1). – P. 27–38.
7. Nyashin M.Yu., Pechenov V.S., Rammerstorfer F.G. Determination of optimal orthodontic forces // Russian Journal of Biomechanics. – 1997. – № 1. – P. 84–96.
8. Tanne K., Sakuda M. Initial stress induced in the periodontal tissue at the time of application of various types of orthodontic force: three-dimensional analysis by means of the finite element method // Journal of Osaka University and Dental School. – 1983. – № 23. – P. 143–171.
9. Tanne K., Sakuda M., Burstone C.J. Three-dimensional finite elements analysis for stress in the periodontal tissue by orthodontic forces // American Journal of Orthodontic and Dentofacial Orthopaedics. – 1987. – № 92. – P. 499–505.
10. Биомеханика системы «зуб – периодонт – костная ткань»: монография / С.А. Наумович, С.В. Ивашенко, С.М. Босяков, А.Е. Крушевский. – Минск: Изд-во БГМУ, 2009. – 279 с.
11. Босяков С.М., Мселати А.Ф., Юркевич К.С. Моделирование напряженно-деформированного состояния периодонтальной связки при начальных перемещениях корня зуба // Вестник БГУ. – 2015. – Сер. 1, № 1. – С. 84–89.
12. Няшин М.Ю. Математическая модель периодонта: автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. – Пермь, 1999.
13. Шилько С.В. Биомеханический анализ периодонтальной связки. Часть 1 // Российский журнал биомеханики. – 2003. – Т. 7, № 3. – С. 29–34.
14. Черноус Д.А., Шилько С.В. Биомеханический анализ периодонтальной связки. Часть 2 // Российский журнал биомеханики. – 2003. – Т. 7, № 3. – С. 35–43.
15. Lear C.S.C., Mackay J.S., Lowe A.A. Threshold levels for displacement of human teeth in response to laterally directed forces // Journal of Dental Research. – 1972. – P. 1478–1482.
16. Ross G.G., Lear C.S., DeCou R. Modelling the lateral movement of teeth // Journal of Biomechanics. – 1976. – № 9. – P. 723–734.

17. Walker T.W. A model of the periodontal vasculature in tooth support // *Journal of Biomechanics*. – 1980. – № 13. – P. 149–157.
18. Wills D.J., Piston D.C.A., Davies W.I.R. The intrusion of the tooth for different loading rates // *Journal of Biomechanics*. – 1978. – № 11. – P. 429–434.
19. Modeling viscoelastic behavior of periodontal ligament with nonlinear finite element analysis / Ming-Zen Su, Hao-Hueng Chang, Yu-Chih Chiang, Jung-Ho Cheng, Lih-Jyh Fuh, Chen-Ying Wang, Chun-Pin Lin // *Journal of Dental Sciences*. – 2013. – Vol. 8, iss. 2. – P. 121–128.
20. *Dental biomechanics* / ed. by Natali A.N. Taylor & Francis. – 2004. – 271 p.
21. Астахов Н.А., Гофунг Е.М., Катц А.Я. Ортопедическая стоматология. – М. – Л.: Медгиз, 1940. – 378 с.
22. Komatsu K. Mechanical strength and viscoelastic response of the periodontal ligament in relation to structure // *Journal of Dental Biomechanics*. – 2010. – № 1.
23. Бетельман А.И. Ортопедическая стоматология. – М.: Медицина, 1965.

Получено 29.04.2016

Мазалова Алина Олеговна – магистрант кафедры «Теоретическая механика и биомеханика», факультет прикладной математики и механики, Пермский национальный исследовательский политехнический университет, e-mail: efemera2012@yandex.ru.

Дударь Олег Иосифович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Теоретическая механика и биомеханика», факультет прикладной математики и механики, Пермский национальный исследовательский политехнический университет, e-mail: olegdudar@ya.ru.