УДК 53.043

И.П. Попов

Курганский государственный университет, Курган, Россия

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОРМАЛЬНОГО АНАЛОГА ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ

Показано, что в соответствии с априорным подходом к установлению физических явлений построение формальной математической модели может предшествовать получению экспериментальных данных. Целью работы является построение математической модели формального аналога волновой функции свободной инертной частицы и сравнение ее с собственно волновой функцией. Причина, побуждающая к этому, состоит в том, что логика корпускулярно-волнового обобщения, лежащая у истоков описания существующей версии волновой функции, не представляется бесспорной. Формальный аналог волновой функции получается из ряда последовательных преобразований классического уравнения прямолинейного равномерного движения свободной инертной нерелятивистской частицы. Дальнейшие преобразования позволяют получить аналог уравнения Шредингера для свободной частицы. Его сравнительный анализ с существующей версией уравнения Шредингера позволил выявить противоречие в существующей версии и вдвое скорректировать значение фазовой скорости.

Ключевые слова: энергия, импульс, фотон, инертная частица, волновая функция, уравнение Шредингера, фазовая скорость.

I.P. Popov

Kurgan State University, Kurgan, Russian Federartion

MATHEMATICAL MODELING OF THE FORMAL ANALOGY WAVE FUNCTIONS

It is shown that, in accordance with a priori approach to establishing physical phenomena construction formal mathematical model may be preceded by the experimental data obtained. The aim is to construct a mathematical model of a formal analogue of the wave function of the particle-free inert and compare it with the actual wave function. Reasons why this is the fact that the logic of wave-generalization, lies at the origin of the current version of the description of the wave function, it is not certain. The formal analogue of the wave function is obtained from a series of successive transformations of the classical equation of rectilinear uniform motion of a free nonrelativistic particle inert. Further transformations possible to obtain an analog of the Schrodinger equation for a free particle. His comparative analysis of the existing version of the Schrödinger equation revealed a contradiction in the existing version and half to adjust the value of the phase velocity.

Keywords: energy, momentum, the photon, inert particles, the wave function, the Schroedinger equation, the phase velocity.

Существуют два в какой-то мере противоположных подхода к установлению физических явлений: апостериорный и априорный. Первый предполагает получение экспериментальных данных, формирование физических представлений и математическое описание. Второй – сначала построение формальной математической модели, а уже потом ее экспериментальную проверку. При этом физическое представление может сформироваться как до, так и после математического моделирования. Характерным примером первого подхода является установление закона Био–Савара–Лапласа. Ярким образцом второго – открытие Максвеллом электромагнитных волн.

Целью настоящей работы является построение математической модели формального аналога волновой функции свободной инертной частицы в соответствии со вторым подходом и сравнение ее с собственно волновой функцией. Причина, побуждающая к этому, состоит в том, что логика корпускулярно-волнового обобщения, лежащая у истоков описания существующей версии волновой функции, не представляется бесспорной.

На первый взгляд, эта логика [1] кажется очевидной:

$$E_w = \hbar\omega_w \Rightarrow E_m = \hbar\omega_m , \quad (1)$$

где E_w, E_m – энергии фотона и инертной частицы; $\hbar$ – постоянная Планка; ω_w, ω_m – циклические частоты электромагнитной волны и волновой функции. В квантовой механике E_m чаще понимается как кинетическая энергия [2, 3].

Однако не было принято во внимание, что эти же самые E_w и E_m выражаются и через другие величины:

$$E_w = p_w \mathrm{v}_w ,\; E_m = \frac{p_m v_m}{2} , \quad (2)$$

где p – импульс, v – скорость.

Коэффициент ½ во втором выражении обусловлен инертностью частицы в отличие от безмассового фотона.

Однако если инертность частицы проявляется в возникновении коэффициента ½ в выражении для E_m в (2), то почему в этой же самой E_m в (1) инертность не проявляется? Может быть, вместо (1) более непротиворечивой была такая логика:

$$E_w = p_w v_w \Leftrightarrow E_m = \frac{p_m v_m}{2}, \qquad E_w = \hbar\omega_w \Rightarrow E_m = \frac{\hbar\omega_m}{2}? , \tag{3}$$

Эти вопросы *следует* рассматривать как риторические, а приведенные рассуждения *не следует* рассматривать как доказательство, а лишь как введение для дальнейшего рассмотрения.

Классическое уравнение прямолинейного равномерного движения свободной инертной нерелятивистской частицы [4, 5] может быть последовательно преобразовано следующим формальным образом:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}t, \tag{4}$$

$$\mathbf{r}_0 = -(\mathbf{v}t - \mathbf{r}),$$

$$\frac{i}{\hbar} m\mathbf{v}\mathbf{r}_0 = -\frac{i}{\hbar}(mv^2 t - m\mathbf{v}\mathbf{r}),$$

$$Ce^{\frac{i}{\hbar}\mathbf{p}\mathbf{r}_0} = Ce^{-\frac{i}{\hbar}(mv^2 t - m\mathbf{v}\mathbf{r})} = \Theta(\mathbf{r}, t). \tag{5}$$

Здесь $\mathbf{r}$ – радиус-вектор, определяющий местонахождения частицы в R^3, m – масса частицы.

Величина $\Theta(\mathbf{r}, t)$ является формальным аналогом волновой функции (ФАВФ). Для нее справедливы выражения:

$$\frac{\partial\Theta}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} mv^2 Ce^{-\frac{i}{\hbar}(mv^2 t - m\mathbf{v}\mathbf{r})} \Bigg| \times i\hbar, \tag{6}$$

$$\Delta\Theta = -\frac{1}{\hbar^2} m^2 v^2 Ce^{-\frac{i}{\hbar}(mv^2 t - m\mathbf{v}\mathbf{r})} \Bigg| \times \frac{-\hbar^2}{m}. \tag{7}$$

Правые части (6) и (7) с учетом множителей равны, поэтому левые образуют следующее уравнение:

$$i\hbar\frac{\partial\Theta}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{m}\Delta\Theta. \tag{8}$$

Это уравнение почти идентично уравнению Шредингера [6, 7] для свободной частицы:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi \, , \qquad (9)$$

где Ψ – волновая функция. Отличие (9) от (8) состоит в том, что в правой части стоит коэффициент 0,5.

ФАВФ (5), прообразом которого является (4), почти идентичен волновой функции

$$\Psi = Ce^{-\frac{i}{\hbar}(\frac{mv^2}{2}t - m\mathbf{vr})}, \qquad (10)$$

формула которой получена из принципиально иных соображений, чем при моделировании ФАВФ [8].

Построение прообраза волновой функции подобно прообразу ФАВФ методом обратных рассуждений дает формулу

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \frac{\mathbf{v}}{2} t \, . \qquad (11)$$

Существенное несовпадение этого выражения с (4) и здравым смыслом является следствием противоречивости (1).

Запись ФАВФ (5) в классическом волновом виде

$$\Theta(\mathbf{r}, t) = Ce^{-\frac{i}{\hbar}(mv^2 t - m\mathbf{vr})} = Ce^{-i(\omega t - \mathbf{kr})}$$

позволяет связать его фазовую скорость со скоростью частицы [9]

$$\mathbf{v}_\varphi = \frac{\omega}{\mathbf{k}} = \frac{\hbar\omega}{\hbar\mathbf{k}} = \frac{mv^2}{m\mathbf{v}} \cdot \frac{\mathbf{v}}{\mathbf{v}} = \mathbf{v},$$

что подтверждается экспериментами по интерференции и дифракции единичных частиц [10]. По существующей версии фазовая скорость в два раза меньше скорости частицы.

Таким образом, построение математической модели ФАВФ свободной инертной частицы на не подлежащей сомнению основе (4) позволило выявить противоречие (11) в существующей версии волновой функции (10), соответствующем уравнении Шредингера (9) и вдвое скорректировать значение фазовой скорости.

Список литературы

1. Бройль Л. де Введение в волновую механику. – М.: УРСС, 2005. – 232 с.

2. Блохинцев Д.И. Основы квантовой механики. – М.: Наука, 1976. – 664 с.

3. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. 5. Атомная и ядерная физика. – М.: Изд-во МФТИ, 2002. – 784 с

4. Яблонский А.А., Никифорова В.М. Курс теоретической механики. – М.: Высшая школа, 1966. – Ч. 1. – 437 с.

5. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. – М.: Наука, 1972. – 480 с.

6. Фейнман Р., Хибс А. Квантовая механика и интегралы по траекториям. – М.: Мир, 1968. – 384 с.

7. Боум А. Квантовая механика: основы и приложения. – М.: Мир, 1990. – 720 с.

8. Лоудон Р. Квантовая теория света. – М.: Мир, 1976. – 488 с.

9. Попов И.П. О влиянии инертности частицы на ее волновое представление // Вестник Забайкал. гос. ун-та. – 2013. – № 4 (95). – С. 90–94.

10. Попов И.П. Определение фазовой скорости волн де Бройля на основе интерференции и дифракции единичных частиц // Вестник Удмурт. ун-та. Физика и химия. – 2014. – Вып. 3. – С. 48–50.

References

1. Broil' L. de. Vvedenie v volnovuiu mekhaniku [Introduction to wave mechanics]. Moscow, 2005. 232 p.

2. Blokhintsev D.I. Osnovy kvantovoi mekhaniki [Principles of quantum mechanics]. Moscow, 1976. 664 p.

3. Sivukhin D.V. Obshchii kurs fiziki. Vol. 5. Atomnaia i iadernaia fizika [The general course of physics. Vol. 5. Atomic and nuclear physics]. Moscow, 2002. 784 p.

4. Iablonskii A.A., Nikiforova V.M. Kurs teoreticheskoi mekhaniki [The course of theoretical mechanics]. Moscow, 1966, part 1. 437 p.

5. Targ S.M. Kratkii kurs teoreticheskoi mekhaniki [A short course of theoretical mechanics]. Moscow, 1972. 480 p.

6. Feinman R., Khibs A. Kvantovaia mekhanika i integraly po traektoriiam mekhaniki [Quantum mechanics and path integrals]. Moscow, 1968. 384 p.

7. Boum A. Kvantovaia mekhanika: osnovy i prilozheniia [Quantum mechanics: fundamentals and applications]. Moscow, 1990. 720 p.

8. Loudon R. Kvantovaia teoriia sveta [Quantum theory of light]. Moscow, 1976. 488 p.

9. Popov I.P. O vliianii inertnosti chastitsy na ee volnovoe predstavlenie [On the influence of the inertia of the particle on its wave representation]. *Vestnik Zabaikal'skogo gosudarstvennogo universiteta*, 2013, no. 4 (95), pp. 90-94.

10. Popov I.P. Opredelenie fazovoi skorosti voln de Broilia na osnove interferentsii i difraktsii edinichnykh chastits [Determining the phase velocity of de Broglie waves, based on interference and diffraction of single particles]. *Vestnik Udmurtskogo universiteta. Fizika i khimiia*, 2014, iss. 3, pp. 48-50.

Получено 08.12.2015

Об авторе

Попов Игорь Павлович (Курган, Россия) – старший преподаватель кафедры «Технология машиностроения, металлорежущие станки и инструменты», Курганский государственный университет (640669, г. Курган, ул. Гоголя, 25, e-mail: ip.popow@yandex.ru).

About the author

Igor' P. Popov (Kurgan, Russian Federation) – Senior Lecturer, Department of Mechanical Engineering, Machine Tools and Instruments, Kurgan State University (25, Gogolya st., Kurgan, 640669, Russian Federation, e-mail: ip.popow@yandex.ru).